

به نام خداوند جان آفرین
خداوند بخشنده دستگیر
حکیم سخن در زبان آفرین
کریم خطا بخش پوزش پذیر

بوستان سعدی



پروژه کارشناسی

بررسی منحنی نوری و پیدا کردن فرکانس نوسان

سه ستاره CY Aqr، KZ Hya و XX Cyg

توسط

محمد اخلاقی

دانشجوی کارشناسی بخش فیزیک دانشگاه شیراز

استاد راهنما

دکتر نعمت الله ریاضی

استاد بخش فیزیک دانشگاه شیراز

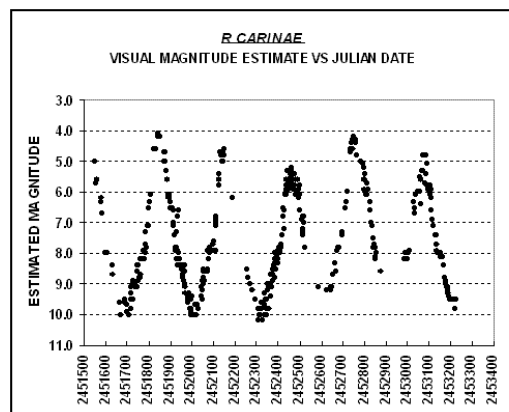
تابستان سال ۱۳۸۵ هجری شمسی

ستارگان متغیر

ستارگان متغیر از آغاز کشف تا به امروز تاثیر زیادی روی درک ما از گیتی^۱ (Universe) داشته اند. تا قبل از کشف این نوع ستارگان، گیتی شناخته شده یک دنیای ارسطویی بود؛ جدا از منظومه شمسی، گیتی ارسطو و البته افراد بعد از او مانند بطلمیوس، دانشمندان ایرانی؛ مانند بیرونی و ابن سینا، کاپرنیکوس و حتی گالیله یک پوسته کروی دو بعدی بود؛ ستاره ها نقطه های نورانی روی یک پوسته کروی بودند و به قول بطلمیوس حرکت این کره روی حرکت زحل (به عنوان دورترین سیاره)، مشتری، مریخ، خورشید، زهره، عطارد و ماه اثر می گذاشت.

اولین ستاره متغیر شناخته شده، ستاره δ Cephei بود. در مرداد ماه سال ۱۵۹۵ میلادی، یک کشیس لوتری (وابسته به کلیسای پروتستان لوتری) به نام دیوید فابریکوس که علاقه خاصی به مشاهده آسمان داشت، به این ستاره توجه خاصی کرد. در طول چند ماه قدر این ستاره قدر دومی (در درخشانترین حالت آن) کم و کمتر شد؛ در آبان ماه، این ستاره کاملاً از آسمان محو شد! چند ماه طول کشید تا ستاره دوباره روشن شد و دوباره به قدر اولیه خود رسید. برای آن زمان (چند دهه بعد از انتشار کتاب De Revolution کپرنیک) که دنیای فرای سیاره ها فقط یک پوسته کروی بود، این قضیه بسیار عجیب و معجزه آسا (Miraculous) به نظر می آمد؛ آخر به چه دلیل یک نقطه روی یک پوسته باید تغییر نور می داد؟ به همین دلیل این ستاره به عنوان Mira (مخفف معجزه آسا به زبان لاتین و انگلیسی) شناخته شد. تا حدود صد سال بعد (۱۶۶۰) خاصیت نوسانی این ستاره کاملاً شناخته شده بود و دوره نوسان آن ۱۱ ماه بدست آمده بود.

سه بعدی بودن دنیای فرای منظومه شمسی از لحاظ ثبت تاریخی آن بیشتر به کشف معادله حاکم بر گرانش بین دو جسم که نیوتن در یکی از ضمیمه های کتاب معروف خود Principia به جهانیان معرفی کرد بر می گردد. اما می توان گفت که قبل از نیوتن، یکی از اصلی ترین مسائلی که پایه های گیتی دو بعدی تا قبل از نیوتن را متزلزل ساخت، کشف نوسانی بودن میرا (این ستاره معجزه آسا) بود. زیرا نوسان به هیچ وجه با نظام دو بعدی تعریف شده تا قبل از آن سازگان نبود؛ چرا یک نقطه در صفحه آسمان باید تغییر نور می داد؟!؟



حدود ۲۰۰ سال طول کشید تا ستاره بعدی، δ Cephei، توسط یک دانشمند انگلیسی به نام جان گودریک با دوره ۵ روز و ۸ ساعت و ۴۸ دقیقه کشف شود. امروزه حدود ۴۰۰۰۰^۲ از این نوع ستارگان در آسمان شناخته شده است. عمومی ترین نوع نوسان در ستارگان، نوسان هایی در درخشندگی ستاره است، اما در کنار آن نوسان هایی که در طیف ستاره نیز ایجاد می شود (در اثر خاصیت دوپلر به دلیل تغییر سرعت سطحی ستاره) که آن نیز یک منبع داده های اولیه برای مشاهده چنین ستارگانی به شمار می رود. با ثبت روشنایی و طیف ستاره در زمان های مختلف و قرار دادن زمان در محور افقی و درخشندگی یا سرعت (به دست آمده از طیف) در محور عمودی منحنی نوری ستاره بدست می آید. به عنوان مثال، در شکل مقابل، منحنی نوری ستاره R Carinae نشان داده شده است.

به زبان ساده و برای پایان دادن به مقدمه، می توان دو دلیل برای بررسی ستارگان تپنده بیان کرد، اینکه بفهمیم ستارگان چگونه و چرا نوسان می کنند و اینکه با استفاده از نوسان به ساختار های کلی تر این گونه ستاره ها و در نتیجه کل ستاره ها دست پیدا کنیم.

نام گذاری متغیر ها

اتحادیه بین المللی نجومی (International Astronomical Union) مسوولیت نامگذاری ستارگان متغیر را بر عهده دارد. نامگذاری این گونه از ستارگان (مستقل از زیرگروهی که در آن قرار می گیرند و فقط وابسته به متغیر بودن آنها) بر اساس ترتیب کشف آنها صورت می گیرد به این شکل که اگر متغیر کشف شده از قبل نام یونانی داشته باشد، ستاره با همان نام شناخته خواهد شد. در غیر این صورت اولین متغیر پیدا شده در هر صورت فلکی با R نمایش داده می شود، بعدی با S و به همین شکل تا آخر حروف الفبا.

^۱ به پیشنهاد آقای دکتر حیدری ملایری از اساتید رصدخانه پاریس، در واژه نامه اخترشناسی خویش که در آدرس اینترنتی زیر قرار دارد، Universe گیتی ترجمه شده است، Cosmos معادل کیهان دانسته شده است، World معادل جهان؛ همانند جنگ جهانی (World War) یا جام جهانی (World Cup)، می بینیم استفاده از کلمه جهان برای مفهوم Universe تمام معنی این کلمه را منتقل نمی کند.

متغیری که بعد از Z کشف می شود با دو حرف مشخص می شود؛ RR، RS، و همینطور تا RZ، متغیر های بعدی با SS، ST و همینطور تا SZ و به همین شکل تا ZZ نامگذاری می شوند. در صورتی که تعداد متغیر های یک صورت فلکی از این هم بیشتر باشد با AA به همان شکل تا QZ ادامه می دهند، البته حرف J استفاده نمی شود (که بیشتر به یک سنت شبیه است، زیرا توضیح خاصی برای آن در متون دیده نشده)، این شکل نامگذاری ۳۳۴ متغیر را شامل می شود. در صورتی که صورت فلکی مورد نظر متغیر های بیشتری داشته باشد، از عدد استفاده می کنند؛ V335 و به همین شکل تا بی نهایت! آقای فردریک آرژاندر این سیستم نامگذاری را معرفی کرد، دلیل استفاده از حرف R این بود که حرف های اولیه الفبای انگلیسی برای ستارگان دیگر اشغال شده بود و او فکر نمی کرد در هر صورت فلکی بیشتر از ۹ ستاره متغیر وجود داشته باشد! دلیل دیگر آن نیز این است که به نظر او ستاره متغیر یک پدیده نادر در یک صورت فلکی بود و نادر در زبان انگلیسی با حرف R شروع می شود: Rare

گونه های ستارگان متغیر

تغییرات نوری و طیفی ستارگان متغیر می تواند دلیل های متفاوتی داشته باشد. بر این اساس می توانیم این گونه ستارگان را در یک تقسیم بندی کلی متغیر های ذاتی و متغیر های غیر ذاتی تقسیم بندی کنیم؛ تغییرات نوری متغیر های ذاتی از خواص درونی خود ستاره ناشی می شود و متغیر های غیر ذاتی بر اساس تغییر اجرامی غیر از خود ستاره این گونه تعریف می شوند. تقسیم بندی زیر از گونه های مختلف ستارگان متغیر از جداول انجمن آمریکایی مشاهده کنندگان ستارگان متغیر (AASVO)^۳ و دایره المعارف ویکیپدیا^۴ گرفته شده است.

متغیر های ذاتی

۱. متغیر های تپنده: ستارگانی که سطح آنها به طور نوسانی انبساط و انقباض پیدا می کند. گونه ای که در این تحقیق مورد بررسی قرار می گیرد، از همین گروه می باشد به همین دلیل در ادامه فقط زیر مجموعه های این گروه معرفی می شوند.
۲. متغیر های فورانی: ستارگانی که به دلیل فوران ها یا انفجار های بزرگ (روشنایی زیاد) مقداری از جرم خود را به بیرون پرتاب می کنند و لزوما تغییرات نوری نوسانی منظم ندارند.
۳. متغیر های انفجاری یا ناگهانی (Cataclysmic): ستارگانی که ناگهانی تغییرات بسیار اساسی در ساختار آنها روی می دهد مانند نو اختر ها و ابر نو اختر ها.

متغیر های غیر ذاتی

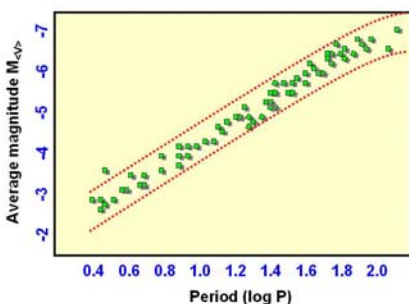
۱. متغیر های گرفتی: ستارگانی که به صورت جفتی به دور مرکز جرم خود می گردند و در اثر ناپدید شدن یکی پشت دیگری و برعکس، نور دریافتی از آنها از دید ما متغیر می شود.
۲. متغیر های چرخشی: ستارگانی که به علت چرخش، تغییرات نوری از خود نشان می دهند، به عنوان مثال؛ لکه ای بزرگ روی خود دارند و در اثر چرخش این لکه از دید خارج و به آن وارد می شود و در نتیجه نور رسیده تغییر می کند.
۳. ستاره های سیاره دار: ستارگانی که به دلیل قرار گرفتن سیاره آنها بین آنها و ما، نور آنها تغییر می کند. البته این نوع از تغییرات نوری جدید است و نیاز به دقت بسیار بالا دارد. نمونه های آنها را می توان ستارگان HD 209458 و GSC 02652-01324 دانست.

به طور کلی می توان متغیر های تپنده را به سه دسته تقسیم کرد:

- متغیر قیفاووسی یا قیفاووسی مانند: ستارگانی که دوره های نوسانی نسبتا کوتاه (چند روز تا چند ساعت) دارند و منحنی های نوری آنها دوره تناوب نسبتا ثابتی دارند و فراوانی زیادی دارند.
- متغیر های بلند دوره: ستارگانی که دوره نوسان آنها در حد چند سال می باشد و فراوانی آنها خیلی کمتر است.
- متغیر های نوسانی غیر شعاعی: ستارگانی که حجم کلی آنها ثابت است، اما شکل ستاره تغییر می کند.

متغیر های قیفاووسی و قیفاووسی مانند

این گونه از ستارگان، نوسان های شعاعی با دوره های نسبتا ثابت از خود نشان می دهند. به طور کلی در هر زیر گروه از این نوع متغیر ها، یک رابطه خاص بین درخشندگی مطلق (مقدار



³ <http://www.aavso.org>

⁴ <http://en.wikipedia.org>

انرژی بر واحد سطح در زمان از فاصله ۱۰ پارسی ستاره) و دوره نوسانی و همچنین چگالی متوسط و دوره نوسانی وجود دارد. اغلب ستاره های این زیر گروه زرد و قرمز هستند؛ از گونه های طیفی A تا M. زیر گروه های این گونه از متغیر ها را می توان چنین دسته بندی کرد:

• متغیر های دلتا قیفاووسی

این گروه از قیفاووسی ها یکی از مهمترین گونه های ستارگان متغیر هستند که نوساناتی با دوره های تقیبا ثابتی از خود نشان می دهند. اولین گروه از ستارگان متغیر هستند که کشف شدند و دوره هایی از چند روز تا چند هفته دارند. اهمیت این گونه از این بابت است که آنها یک نوع شمع/ استاندارد هستند؛ یک رابطه خطی بین میزان درخشندگی مطلق ستاره و فاصله آن وجود دارد: هرچه ستاره روشنایی بیشتر داشته باشد، دوره نوسانی بیشتری دارد. البته میزان عناصر آهنی (عناصر غیر از هیدروژن و هلیوم) نیز در این رابطه تاثیر دارد، می توان این رابطه را به این شکل بیان کرد:

$$\log_{10} \frac{\langle L \rangle}{L_s} = 1.15 \log_{10} \Pi^d + 2.47$$

در رابطه بالا، L_s درخشندگی مطلق ستاره است، L_s درخشندگی مطلق خورشید و Π^d معرف دوره نوسانی (در واحد روز) ستاره است. می توان بر همین اساس رابطه ای برای قدر مطلق متوسط ($M_{\langle V \rangle}$) به این صورت بیان کرد:

$$M_{\langle V \rangle} = -2.80 \log_{10} \Pi^d - 1.43$$

لازم به ذکر است که تاثیراتی که عناصر تشکیل دهنده ستاره روی این رابطه دارند در اعداد ثابت معادله های بالا خود را نمایش می دهند، همانطور که در ادامه خواهیم دید، همین ثابت ها هستند که باعث تقسیم بندی گونه های مختلف این زیر گروه از ستاره های متغیر می شود.

آقای هابل اولین بار از این روش ثابت کرد که ابر های مارپیچی که تا آن روز سحابی به حساب می آمدند فاصله ای بسیار دورتر از قطر کهکشان راه شیری دارند، بنابراین نتیجه گرفت که آنها خود یک کهکشان هستند. از بین ستارگان معروف، می توان ستاره قطبی را نوعی متغیر قیفاووسی دانست، اما هنوز کمی در این رابطه بحث است.

• متغیر های W Virginis

این نوع ستارگان همانند قیفاووسی ها هستند اما از ستارگان جمعیت دوم (میزان عناصر آهنی کمتری دارند) به حساب می آیند و رابطه درخشندگی-دوره متفاوتی (از لحاظ ثابت های آن) با قیفاووسی ها دارند.

• متغیر های RR Lyrae

این متغیر ها همانند قیفاووسی ها هستند اما درخشندگی کمتری دارند. سن آنها بیشتر از قیفاووسی ها است و به جمعیت دوم تعلق دارند، با توجه به اینکه بیشتر در خوشه های ستاره ای یافت می شوند به قیفاووسی های خوشه ای نیز معروف هستند. گونه طیفی این ستارگان A است و قدر آنها بین ۰,۲ تا ۲ در زمان هایی بین چند ساعت تا چند روز تغییر می کند و درخشندگی آنها وقتی شعاع بیشتری دارند بیشتر است.

• متغیر های δ Scuti

این ستارگان متغیر نیز مانند قیفاووسی ها هستند اما قدر و دوره آنها بسیار کمتر است؛ اوایل به این گونه قیفاووسی های کوتوله می گفتند. اما بر خلاف قیفاووسی ها که عموماً یک فرکانس تناوبی دارند، نوسان دلتا اسکوتی ها شامل چندین مد نوسانی در هم پیچیده است که منحنی نوری های بسیار پیچیده از خود نشان می دهند. گونه طیفی آنها در محدوده AO تا F5 است و تغییرات قدر آنها بین (با توجه به چند فرکانس بودن آنها؛ در بیشترین تغییر) ۰,۰۳ تا ۰,۹ قدر می باشد. دوره نوسانی آنها بین ۰,۱ تا ۰,۲ روز است.

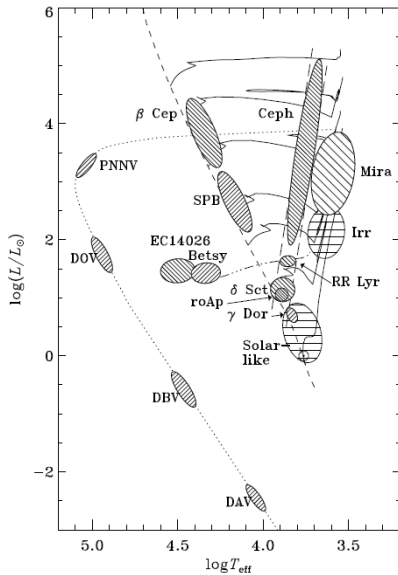
• متغیر های SX Phoenicis

گونه طیفی این ستارگان بین A2 و F5 است و نوسانهایی با یک فرکانس از خود نشان می دهند. شباهت بسیار زیادی به ستارگان دلتا اسکوتی دارند، اما از لحاظ ساختار از نوع ستارگان جمعیت دو هستند (فراوانی آهن کم و سرعت های فضایی زیاد) طوری که در جدول رودریگز و همکاران که هر چند سال لسیت ستارگان دلتا اسکوتی را معرفی می کند، ستارگان دلتا اسکوتی و SX Phe به صورت مخلوط آمده اند (رودریگز و همکاران، ۲۰۰۰ و ۱۹۹۴)، شاید به این دلیل که می توان آنها را دلتا اسکوتی هایی دانست که یک فرکانس دارند! نوسان آنها با دوره های چند ساعته و تغییرات قدر حدود ۰,۷ انجام می شود. سه ستاره ای که در این تحقیق مورد بررسی قرار می گیرند، هر سه از این گونه متغیر ها می باشند.

• متغیر های بتا قیفاووسی

این متغیر ها نوسان های با دوره کوتاه دارند؛ حدود ۰,۱ تا ۰,۳ روز و تغییرات قدر آنها نیز بین ۰,۱ و ۰,۳ قدر است، لازم به ذکر است که این گونه هنگامی که در کمترین شعاع خود به سر می برد بیشترین درخشندگی را از خود نشان می دهد.

این متغیر ها، ابرغول های هلیومی هستند با دوره های ۰.۱ تا ۱ روز و تغییرات قدر حدود ۰.۱ قدر. البته همانطوری که گفته شد، گونه های ستارگان متغیر خیلی زیاد است، اما معرفی آنها از حوصله این مقاله به دور است. همانطور که در تقسیم بندی های بالا دیدید غیر از متغیر های قیفاووسی و قیفاووسی مانند زیرگروه متغیر های بلند مدت و گروه متغیر های غیر ذاتی نیز وجود دارند که خود شامل زیر گروه هایی به اندازه قیفاووسی ها (از جمله ستاره مایرا که جزو متغیر های بلند مدت است) هستند، اما فقط ذکر نام آنها نیز از حوصله این مقاله خارج است.



توضیح ستارگان متغیر در نمودار هرتزبرانگ راسل (HR) اکثرا در محدوده کوچکی از محور دمایی آن است (محدوده ای تقریباً قائم)، این محدوده شامل دماهای ۶۰۰ الی ۱۱۰۰ درجه کلوین می باشد. در شکل مقابل تمام گونه های ستارگان متغیر با نام اختصاری خود آورده شده اند، البته در این شکل ستارگان متغیر کوتله سفید نیز آورده شده اند. ستارگان رشته اصلی (ستارگان پایدار) در این شکل به صورت یک خط چین مورب آورده شده اند که در قسمت انتهایی آن ستارگان خورشید مانند مشخص شده اند، خورشید نیز خود در این محدوده قرار دارد. خطوط پیوسته ای که از رشته اصلی منشعب شده اند در واقع سیر تحولی ستاره را بعد از طی عمر خود در رشته اصلی نشان می دهند؛ دیده می شود که روند تحول ستاره به محل آن در رشته اصلی بستگی دارد. همانطور که دیده می شود بسته به جرم خود، هر ستاره برای مدت خاصی (کمی) از عمر خود به صورت یک متغیر می باشد؛ هر خط پیوسته قسمت کمی از طول خود را درون قسمت های مشخص شده است. البته این دوره در مقایسه با مدت مشاهده ما زیاد است اما خوشبختانه توانسته ایم تعدادی ستاره، مانند ستاره قطبی، که دامنه نوسان آن نزول شدیدی از خود نشان می دهد، را ببینیم.

لرزه شناسی ستارگان متغیر (Asteroseismology)

اگر بخواهیم علم تجربی را فقط وابسته به "دیدن" بدانیم اطلاعات ما از درون زمین و درون ستاره ها (با توجه به اینکه "دیدن" آنها عملاً غیر ممکن است) باید از محدوده علم تجربی بیرون باشد، همانطوری که سر آرتور ادینگتون (پدر علم اختر فیزیک) در کتاب خود "ساختار درونی ستاره ها" (۱۹۲۶) می نویسد:

در نگاه اول به نظر می رسد که دستیابی به عمق درونی ستاره ها و خورشید از هر منطقه دیگر این گیتی، سخت تر باشد. ممکن است که تلسکوپ های ما هر روز عمق بیشتری از گیتی را ببینند ولی چگونه ممکن است که ما از مکانی اطلاعات بدست آوریم که پشت لایه های زیادی پنهان شده باشد؟ به چه طریقی ما می توانیم لایه های بالایی را کنار بزنیم و به درون یک ستاره برسیم؟ و بعد از آن اضافه می کند:

کاملاً غیر عاقلانه خواهد بود که بتوان به نتیجه گیری علمی در جایی که خیلی از تجربه و آزمایش های رصدی دور می شود، اعتماد کرد.

البته به نظر می رسد نکته ای که آقای ادینگتون در این بحث در نظر نگرفته اند این است که مشاهده و آزمایش تجربی صرفاً از طریق "دیدن" حاصل نمی شود. به عنوان مثال ما از طریق سونوگرافی (با امواج صوتی)، جنینی را که هنوز از رحم مادر بیرون نیامده است را "می بینیم". در رابطه با ستاره ها نیز می توانیم بگوییم که درون ستاره ها اصلاً محیط ساکتی نیست، درون آنها امواج صوتی فراوانی وجود دارد و این امواج در تعداد زیادی از ستاره ها باعث تپش هایی (نوساناتی) می شوند که به راحتی با تلسکوپ قابل دید است، پس می توانیم فرکانس های نوسانی را ببینیم و از روی آن صدای درون ستاره را "بشنویم".

یک موج صوتی در واقع یک موج فشاری است که طی آن قسمت های پر فشار در یک محیط منتقل می شوند، همانطور که می دانیم در حالت آدیاباتیکی می توانیم سرعت صوت در یک محیط را با معادله زیر به خصوصیات محیط نسبت دهیم: $v_s = \sqrt{\frac{\Gamma P}{\rho}}$ که در آن Γ ثابت آدیاباتیکی محیط، P فشار و ρ چگالی محیط است. با توجه به اینکه برای فشار می توانیم بنویسیم: $p = \frac{\rho k T}{\mu}$ که در آن

μ جرم ملکولی است. پس می توانیم برای سرعت صوت در محیط به رابطه بهتری برسیم:

$$v_s = \sqrt{\frac{\Gamma k T}{\mu}}$$

پس همانطور که می بینیم، سرعت صوت در یک محیط به دما و ساختار شیمیایی محیط بستگی دارد، طوری که اگر دما بالاتر باشد و ملکول ها با سرعت بیشتری حرکت کنند و سبک تر باشند (μ کمتری داشته باشند) صوت با سرعت بیشتری در محیط حرکت خواهد کرد. پس اگر بتوانیم در یک گاز سرعت صوت را اندازه گیری کنیم، می توانیم از دما و ساختار شیمیایی آن مطلع شویم و از طریق معادله حالت گاز، فشار و چگالی گاز را بدست می آوریم.

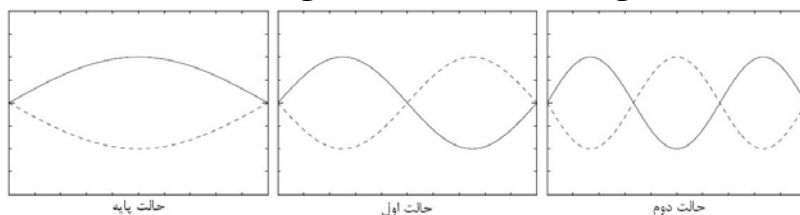
نوسان ستاره ها به وضوح به ما نشان می دهد که درون ستاره ها امواج صوتی (آکوستیکی) در حال انتشار، منعکس شدن و ایجاد نوسان در پوسته ستاره هستند. می توان گفت که هدف از لرزه شناسی ستاره ها "دیدن" درون ستاره ها توسط ثبت لرزه های پوسته ای آنها و در نتیجه شنیدن آنهاست. اما آیا واقعا می توان صدای ستاره ها را شنید؟ مسلما اولین جواب به این سوال این است که، نه نمی توان به این دلیل که فضای بین ما و ستاره ها خلاء است و خلاء مانع از این می شود که ما صدای ستاره ها را بشنویم، اما جدا از این مشکل باید بگوییم که محدوده شنوایی انسان ۱۰ اکتاو (اکتاو یک مقیاس لگاریتمی است؛ هر اکتاو ۱۰ برابر قبلی فرکانس دارد) است در حالی که محدوده ای که تا به حال برای ستاره ها دیده شده است ۲۰ اکتاو است، به این معنی که محدوده فرکانسی ستاره ها خیلی بیشتر از محدوده فرکانسی شنوایی انسان است، طوری که حتی بالا ترین فرکانس ستاره ای ۱۵ اکتاو از پایین ترین صدای قابل شنوایی کمتر است.

با وجودی که فرکانس و دامنه فرکانسی نوسانات آکوستیکی ستاره ای خیلی بزرگتر و پایینتر از فرکانس و دامنه شنوایی ما است اما دو تن از دانشمندان رصدخانه کنکولی در بوداپست کشور مجارستان طی یک تغییر فرکانس (با حفظ نسبت های فرکانسی)، از فرکانس های آکوستیک ستاره ای که تا به حال ثبت شده است، در سایت خود، اولین سمفونی ستاره ای را ایجاد کرده اند (Kollath et al. 2004) که می توان آن را از آدرس زیر^۵ شنید، شنیدن آن بسیار جالب است!

همانطور که می دانیم، فرکانس تمام ساز های موسیقی هنگامی که نوت دو را می نوازند برابر ۴۴۰ هرتز است، اما صدای هر ساز به وضوح با ساز دیگر متفاوت است، طوری که به سادگی می توان شکل ساز را از نوع صدای آن تشخیص داد. دلیل این اتفاق این است که هر ساز با توجه به شکل خاص خود، هماهنگ های خاصی از کل حالت های نوسانی ایجاد شده را تشدید و هماهنگ های دیگر را تضعیف می کند. ستاره ها نیز مانند ساز های موسیقی بنا به شرایط درونی خود هماهنگ های خاصی را تشدید و هماهنگ های دیگر را تضعیف می کنند که به ما این امکان را می دهد که با دانستن فرکانس، دامنه و فاز نوسان ستاره، ساختار درونی ستاره را درک کنیم، این مطلب در درک ایجاد موسیقی ستاره ها که در قسمت قبل معرفی شد خیلی اهمیت دارد. در نهایت می توانیم بگوییم یکی از اهداف لرزه شناسی ستاره ها، بدست آوردن سرعت صوت در عمق های مختلف ستاره می باشد تا از طریق آن خصوصیات فیزیکی آن محیط را بدست آوریم. حال بیایید ببینیم ستاره ها دقیقا به چه شکل نوسان می کنند...

ستاره ها به چه شکل نوسان می کنند؟

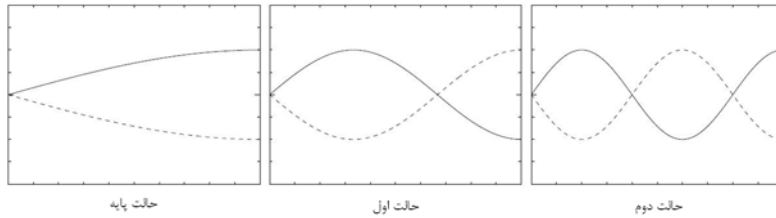
قبل از اینکه بخواهیم چگونگی نوسان ستاره ها (به عنوان اشیایی با تقارن کروی در سه بعد) را مورد بررسی قرار دهیم بیایید به نوسان یک طناب نگاه کنیم. اگر دو سر طناب بسته باشند، مانند سیم های سه تار، کمانچه، گیتار، ویالون و تقریبا هر ساز موسیقی، به دلیل بسته بودن دو سر آن، طناب فقط می تواند در یک سری حالت نوسانی خاص (مانند شکل زیر) نوسان کند.



فرکانس نوسان هر کدام از این حالت ها به طول طناب، کشش ایجاد شده در طناب و ماده سازنده طناب بستگی دارد. اما نکته ای که در اینجا خیلی مهم است این است که اگر مواد تشکیل دهنده طناب در طول آن همگن باشد، فرکانس حالت پایه دقیقا نصف حالت اول و یک سوم حالت دوم است! به همین ترتیب فرکانس حالت دوم با حالت سوم نسبت ۲ به ۳ دارد و همینطور برای تمام حالت های نوسانی یک طناب دو سر بسته! چنین ارتباطی بین هماهنگ های مختلف را هماهنگ یا هارمونی می نامیم، چنین ارتباطی بین دو فرکانس برای گوش ما هارمونیک است؛ می توان با آن موسیقی ساخت!

اما بیایید به طنابی با یک سر آزاد نگاه کنیم (مانند فلوت در صورتی که به جای نوسان طناب، نوسان هوا در آن را در نظر بگیریم)، در این صورت یک طرف طناب بسته است و طرف دیگر آن باز، در اصطلاح فیزیک؛ یک طرف گره است و یک طرف شکم. در این شرایط حالت های نوسانی به شکل زیر خود را نمایش خواهند داد:

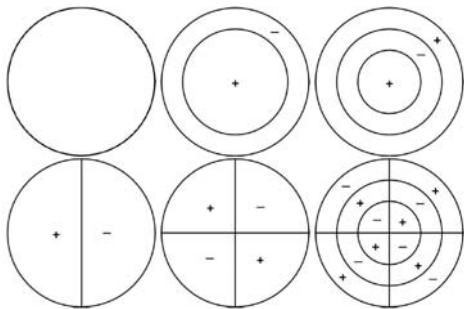
⁵ <http://www.konkoly.hu/staff/kollath/stellarmusic/>



در مقایسه دو حالت نوسانی بسته و باز، می بینید که شماره گذاری حالت ها از روی گره های موجود در نوسان انجام می شود. در نوسان با یک سر باز، می بینیم که با در نظر گرفتن تمام شرایط بالا (همگن بودن طول طناب و ...)، حالت اول یک سوم فرکانس حالت دوم را دارد و حالت دوم با فرکانسی پنج برابر برای حالت اول نوسان می کند. در مورد فلوت، چون دمای هوا و چگالی هوا در تمام طول لوله برابر است این نسبت ها همیشه برقرار هستند.

می توان گفت نوسان ستاره تعمیم سه بعدی حالت نوسان هوا در یک فلوت یا طنابی با یک سر آزاد است؛ مرکز ستاره همیشه یک گره است و سطح آن همیشه بیشترین نوسان را دارد (یک شکم است)، اما همانطور که می دانیم در یک ستاره دما در شعاع های مختلف (فاصله های مختلف از مرکز) مقادیر مختلفی از خود نشان می دهد، به همین دلیل داستان کمی پیچیده تر می شود!

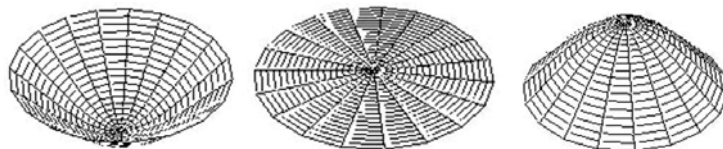
حال بیایید به نوسان در دو بعد نگاهی بیندازیم، دو بعد به معنی دو درجه آزادی است (نسبت به حالت اول که یک درجه آزادی بیشتر نداشتیم) در این حالت باید با یک صفحه کار کنیم، بهترین مثال از صفحه ای که نوسان می کند تنبک، دف یا تبل است! به دلیل دو بعد بودن در دو راستا گره خواهیم داشت. در شکل مقابل می توانید ۶ حالت نوسانی یک صفحه دو بعدی را ببینید. در این شکل از نوسان، دایره محیطی تبل یک گره است (در اثر نوسان حرکت نمی کند) و مرکز در حالت های مختلف یا گره است یا شکم.



البته در حالت دو بعدی گره دیگر یک نقطه نیست، یک خط یا انحنای است. به این دلیل که دو نوع گره در این حالت وجود دارد حالت ها را با دو عدد نمایش می دهیم: به عنوان مثال (۰,۱) که معرف حالت اول از سمت چپ در ردیف دوم است. عدد اول معرف آن دسته از گره هایی است که به صورت شعاعی اثر می گذارند؛ دایره هایی که طی نوسان بی حرکت می مانند (ردیف بالا)، عدد دوم معرف گره هایی است که غیر شعاعی هستند (ردیف پایین، خط های راست).

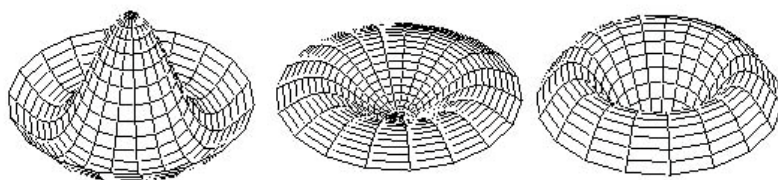
برای درک بهتر نوسان یک صفحه چند حالت را بررسی می کنیم، یاد آوری می کنیم که در تمام حالت ها دایره محیطی یک گره است و شمارش در شکل بالا از سمت چپ انجام می شود.

حالت (۰,۰): در حالت پایه (اول در ردیف بالا) مرکز دایره تنها شکم است.



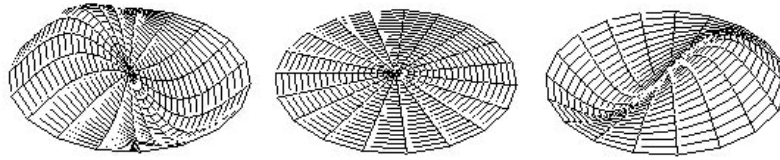
این حالت نوسانی به عنوان مثال وقتی که یک طبل را در مرکز بکوبید خود را نشان می دهد. مرکز تنها گره است و بیشترین دامنه نوسان را نسبت به سایر حالت ها از خود نشان می دهد.

حالت (۱,۰): در اولین حالت برانگیخته شعاعی (دوم از ردیف بالا) همانطور که معلوم است غیر از محیط دایره که گره است، یک گره دیگر تقریباً در میانه راه (۰,۴۳۶ شعاع) داریم، در این حالت نوسان به شکل زیر انجام خواهد شد:



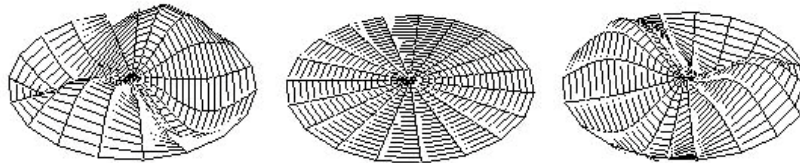
فرکانس در این حالت ۲,۲۹۵ برابر حالت پایه است، همانند حالت پایه این حالت نیز با کوبیدن تبل در وسط ایجاد می شود (می بینیم که با یک ضربه به عنوان منشأ نوسان فقط یک حالت نوسانی ایجاد نمی شود!)

حالت (۰,۱): در اولین حالت برانگیخته غیر شعاعی (شکل اول از ردیف پایین) گره شعاعی (دایره) نداریم، اما همانطور که در شکل زیر می بینید، گره به صورت یک خط عمودی است که دایره را به دو نیم تقسیم کرده است:



فرکانس این حالت ۱,۵۹۳ برابر فرکانس حالت پایه است.

حالت (۰,۲): در دومین حالت برانگیخته غیر شعاعی (شکل دوم از ردیف پایین) نوسان حالت پیچیده تری پیدا می کند ولی همانطور که از اعداد و شکل صفحه قبل معلوم است، دو گره خطی که بر هم عمودند. تمام این توضیحات را به صورت شکل زیر می توانید ببینید.



در این حالت فرکانس ۲,۱۳۵ برابر فرکانس حالت پایه است.

حالت (۱,۱): در اولین حالت برانگیخته شعاعی و غیر شعاعی، می بینیم که ساختار نوسان واقعا پیچیده می شود! نوسان در این حالت ۲,۱۹۷ برابر نوسان در حالت پایه است.

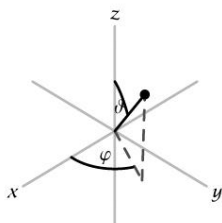


برای یک پوسته نوسانگر همگن با کشش یکسان در سر تا سر آن، توابعی که این نوسانات را توضیح می دهند توابع بسل می باشند، که از همانها می توان رابطه فرکانس حالت‌های مختلف با فرکانس حالت پایه و همچنین محل و شکل تقارنی تمام حالت ها را بدست آورد. شبیه سازی های بالا از پایگاه اینترنتی آقای دن راسل^۶ گرفته شده است. در این پایگاه شبیه سازی های متحرک زیبایی از حالت های نوسانی در تک بعد و دو بعد موجود است.

نکته مهم در رابطه با نوسانات در دو بعد این است که نسبت های فرکانسی در حالت های مختلف رابطه ساده ای (مانند حالت تک بعدی) با هم ندارند. در واقع به همین دلیل است که طبل، تنبک یا دف هیچکدام صدای هماهنگ (هارمونیک یا موسیقیایی)، مانند سه تار یا گیتار ندارند!

برای پیدا کردن حالت های نوسانی در سه بعد به هماهنگ های کروی نیاز داریم، معادلات این هماهنگ ها از تعمیم چند جمله ای های لوژاندر به حالت هایی بدون تقارن استوایی و بعد از نرمالیزه کردن آنان، بدست می آید، در اینجا فقط هماهنگ های کروی و چند جمله ای های لوژاندر را می آوریم: معادلات تقارن های کروی به این صورت هستند

$$Y_l^m(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos\theta) e^{im\varphi}$$



در این معادلات، θ نماینده زاویه نسبت به محور تقارن کره است (محور تقارن فقط در گونه های محدودی از ستاره ها با محور ستاره هماهنگ نیست) و φ زاویه استوایی است. برای درک بهتر این دو زاویه اگر بخواهیم در باره کره زمین بگوییم، $90 - \theta$ عرض جغرافیایی و φ طول جغرافیایی می شود. l

و m دو درجه آزادی زاویه ای هستند که به ترتیب درجه آزادی در راستای θ و φ را نشان می دهند. $P_l^m(\cos\theta)$ چند جمله ای های لوژاندر هستند که در زیر می توان رابطه آنها با $\cos\theta$ را دید:

$$P_l^m(\cos\theta) = \frac{(-1)^l}{2^l l!} (1 - \cos^2\theta)^{\frac{m}{2}} \frac{d^{l+m}}{d \cos^{l+m}\theta} (\cos^2\theta - 1)^l$$

⁶ <http://www.kettering.edu/~drussell/Demos.html>

استفاده از این دو هماهنگ در بحث نوسان ستاره ای به صورت زیر خواهد بود؛ برای یک ستاره با تقارن کروی بعد از حل معادلات حرکت در مختصات کروی می بینیم که حرکت در سه راستای شعاعی r ، راستای متمم عرض جغرافیایی θ و راستای طول جغرافیایی φ به صورت زیر خواهند بود:

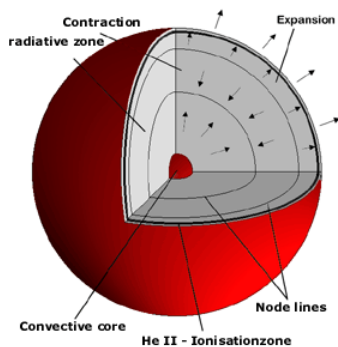
$$\xi_r = a(r)Y_l^m(\theta, \varphi) \exp(i2\pi\nu t)$$

$$\xi_\theta = b(r) \frac{\partial Y_l^m(\theta, \varphi)}{\partial \theta} \exp(i2\pi\nu t)$$

$$\xi_\varphi = \frac{b(r)}{\sin \theta} \frac{\partial Y_l^m(\theta, \varphi)}{\partial \varphi} \exp(i2\pi\nu t)$$

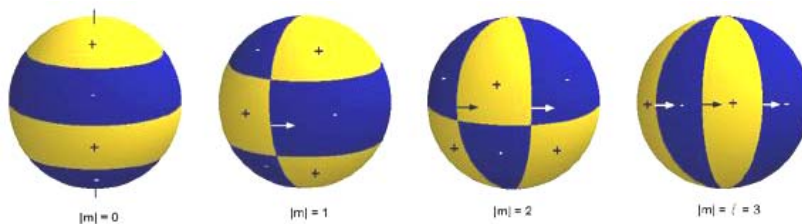
در قسمت قبل که بحث از دو بعد بود، دو درجه آزادی داشتیم. در سه بعد، سه درجه آزادی خواهیم داشت که این سه را با l, m و n نمایش می دهیم. درجه سوم یا شعاعی مانند بحث قبل باعث تغییرات در شعاع کره می شود، درجه l تغییرات در زاویه θ را نشان می دهد و m تغییرات در زاویه سمتی φ ، البته این سه از هم مستقل نیستند! مقدار l همیشه باید کمتر از n باشد و m هم باید برای هر l بین $-l$ و l جایگزین شود (m عضو اعداد صحیح است در حالی n و l جزو اعداد طبیعی می باشند).

ساده ترین حالت نوسانی (حالت پایه) برای یک ستاره (که البته تقارن کروی در سه بعد دارد) حالت $l=0$ است، همانطور که معلوم است تحت این شرط، حتماً $m=0$ خواهد بود، پس تنها درجه آزادی در راستای شعاع است. یعنی حجم ستاره پیوسته بزرگ و کوچک می شود طوری که مرکز ستاره گره است و پوسته آن یک شکم. در حالت پایه ستاره غیر از مرکز گره ای ندارد، هر چه حالت برانگیخته تر باشد (n بیشتر باشد) تعداد گره ها (پوسته های کروی در شعاع های خاص) که در اثر نوسان تغییر نمی کنند بیشتر می شود. در شکل زیر حالت ($n=2, l=0, m=0$) را می توانید ببینید، در این حالت ستاره همیشه کره خواهد بود، ولی شعاع آن تغییر می کند، در این میان اما در شعاع های خاصی که مقدار آنها از صفر کردن جواب معادله حرکت در راستای شعاعی بدست می آیند، پوسته های نازکی وجود خواهند داشت که اصلاً حرکت نمی کنند. تعداد اینها در حالت $n=2$ ، دو تا خواهد بود. همانطور که از شکل معلوم است، در این حالت گاز بین مرکز ستاره تا گره اول به سمت بیرون حرکت می کند (منبسط می شود)،



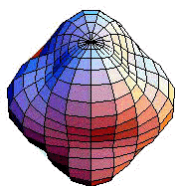
گاز بین منطقه اول و دوم به سمت درون حرکت می کند (منقبض می شود) و گاز فرای منطقه دوم به سمت بیرون حرکت می کند (منبسط می شود). شکل های قسمت نوسان های سه بعدی از پایگاه اینترنتی گروه تئوری و رصد ستارگان تپنده (TOPS) وابسته به شبکه دلتا اسکوتی و مقاله آقای کرتز (۲۰۰۶) گرفته شده اند.

در حالتی که مقادیر l و m غیر از صفر باشند نوسان حالت ها در ظاهر بسیار پیچیده تر می شود. سعی می کنیم در ادامه با توضیح آنها از این پیچیدگی کم کنیم! درجه آزادی l تعداد کل گره هاست که تعداد $|m| - l$ از آنها در عرض جغرافیایی هستند و تعداد $|m|$ آنها در طول جغرافیایی. در اشکال زیر سعی می کنیم این نوسان در سه بعد را بهتر توصیف کنیم. در شکل زیر برای حالت $n=3, l=3$ با هر هفت مقدار m آن، یعنی $3, 2, 1, 0, -1, -2, -3$ می توانید گره ها را ببینید، البته با توجه به اینکه گره های شعاعی درون ستاره روی می دهند از نمایش آنها پرهیز می کنیم.



در این شکل ها قسمت های زرد (روشن در چاپ سیاه و سفید آن) در حال انقباض هستند. در حالتی که مقدار m صفر است (شکل اول از سمت چپ)، می بینیم که ۳ گره در راستای عرض جغرافیایی خودنمایی می کنند (پاراگراف قبل را به یاد بیاورید که گفتیم تعداد $|m| - l$ گره در راستای عرض جغرافیایی هستند) به این دلیل که مقدار m صفر است، اما در حالت بعد که m مقدار ۱ یا -1 را به خود گرفته است می بینیم دو گره در عرض جغرافیایی هستند و یک گره در طول جغرافیایی دیده می شود، در حالتی که مقدار m به دو افزایش پیدا می کند می بینیم که تعداد گره های عرض جغرافیایی به یک کاهش پیدا می کند و برعکس تعداد گره های طول جغرافیایی به ۲ افزایش پیدا می کند. در نهایت می بینیم که برای حالت $m = \pm 3$ یا $|m| = 3$ که همان مقدار l است، اصلاً گره ای در راستای عرض جغرافیایی نداریم و

تمام سه گره در راستای طول جغرافیایی قرار می گیرند. همانطور که حتما خودتان هم تا به حال یافته اید، تعداد کل گره ها (چه در طول و چه در عرض جغرافیایی) برابر مقدار l است.



در شکل مقابل می توانید حالتی که نوسانات غیر شعاعی بیشترین مقدار خود را (انبساط و انقباض) دارند ببینید. به عنوان تمرین می توان پیدا کردن حالت نوسانی این شکل را به خواننده سپرد! همانطور که می بینید، در جاهایی (با تقارن غیر شعاعی) گاز در نهایت انبساط است و در جاهای دیگر گاز در نهایت انقباض، البته باید گفته شود که این انبساط و انقباض در نیم دوره بعد برعکس می شود و قسمت های منبسط شده به درون می روند و قسمت های منقبض شده به بیرون می آیند.

همانطور که حتما دقت کرده اید، تا به حال ما همیشه با مقدار m به صورت قدر مطلق برخورد کرده ایم، اما بیایید ببینیم چرا. دلیل آن به طرز تعریف پارامتر m بر می گردد؛ m پارامتری بود که ما برای حل معادله لاپلاس در راستای φ (معادله زیر) به آن نیازمند شدیم؛

$$\frac{1}{Q} \frac{d^2 Q}{d\varphi^2} = -m^2$$

در واقع ثابتی بود که در آن معادله ظاهر می شد. در این معادله $i = \sqrt{-1}$ است، اما با توجه به شکل خاص این معادله جواب آن به صورت زیر بدست می آید:

$$Q = e^{\pm im\varphi}$$

که این جواب به وضوح معادله دو موج است (یک موج با $+m$ و یک موج با $-m$)، البته اگر به معادله $Y_l^m(\theta, \varphi)$ دوباره نگاهی بیندازید در آن معادله نیز همین معادله موج خود را نشان داده است. در واقع این حل جزئی از حل کلی و نرمالیزه آن که $Y_l^m(\theta, \varphi)$ می باشد، است. اگر این قسمت از $Y_l^m(\theta, \varphi)$ را موقعی که داریم جواب معادله حرکت در سه راستا را حل می کنیم، از $Y_l^m(\theta, \varphi)$ بیرون بکشیم و توان های عدد نپر را با هم جمع کنیم می بینیم وابستگی جواب معادله حرکت به زمان چنین معادله ای خواهد داشت: $\exp[i(2\pi\nu t + m\varphi)]$ ؛ می بینیم که m خود را در کنار وابستگی زمانی نشان می دهد. در واقع می توان گفت گره های طول جغرافیایی (وابسته به m) گره های حرکت دار هستند؛ گره هایی که $+m$ دارند در خلاف جهت چرخش ذاتی ستاره حرکت خواهند کرد و گره های با $-m$ موافق جهت چرخش ستاره به حرکت در خواهند آمد. به زبان دیگر می توان گفت گره اگر چرخش وجود نداشته باشد، آنگاه محور تقارنی نمی توان برای ستاره در نظر گرفت که از روی مقدار m را شمرد. وقتی که به هماهنگی های گروهی نگاه می کنیم، می بینیم که فرکانس نوسان یک حالت خاص، در نبود چرخش، فقط به مقادیر l و n بستگی دارد و هیچ وابستگی به m از خود نشان نمی دهد، به زبان دیگر می توان گفت که فرکانس نوسان در هماهنگی های گروهی در m های مختلف تبهگن است. اما حضور چرخش در ستاره به این دلیل که موافق جهت چرخش $-m$ و مخالف چرخش $+m$ است، فرکانس اولی را بیشتر و فرکانس دومی را کمتر می کند، لودو (۱۹۵۱) در مقاله خود شکستن تبهگنی به دلیل چرخش را به این صورت محاسبه کرده است:

$$\nu_{nlm} = \nu_{nl0} - m(1 - C_{nl})\omega$$

در رابطه بالا ω فرکانس زاویه ای چرخش ستاره است، به این دلیل که در حالت بدون چرخش فرکانس هماهنگی های گروهی اصلا به m بستگی ندارد، فرکانس هماهنگی های گروهی در نبود چرخش را با ν_{nl0} نمایش می دهیم و همانطور که از نوشتنش پیداست، C_{nl} ثابتی است مستقل از m و فقط وابسته به مقادیر l و n . اگر معادله بالا را به این صورت بنویسیم:

$$\nu_{nlm} = \nu_{nl0} - m\omega + mC_{nl}\omega$$

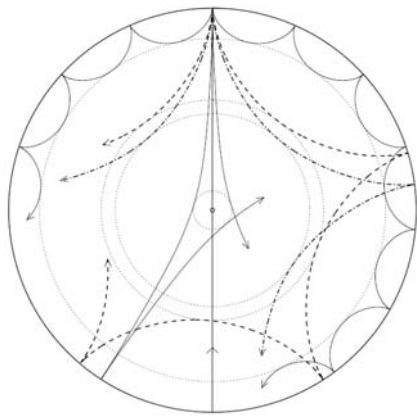
با توجه به اینکه C_{nl} مقدار بسیار کمی دارد، اثر جمله سوم (به دلیل نیروی کوریولیس) خیلی کمتر از جمله دوم (تغییر دستگاه مرجع از دستگاهی که با ستاره در حال چرخش است به دستگاه ساکن) است به همین دلیل حالتی که m منفی داشته باشد، فرکانسش بیشتر می شود و حالتی که دارای m مثبت باشد، فرکانس کمتری خواهد داشت.

در نهایت می توان گفت که در اثر چرخش $2l+1$ حالتی که بدون چرخش همگی یک مقدار فرکانس داشتند همگی از هم با فاصله های ثابت $(1 - C_{nl})\omega$ جدا می شوند. در یک ستاره واقعی به دلیل اینکه شرایط در ستاره دقیقا ایده آل نیست ممکن است که تعداد از حالت ها تشدید یا تضعیف بشوند، در این صورت ممکن است دقیقا $2l+1$ حالت دیده نشوند. اهمیتی که این بحث برای یک لرزه شناس ستاره ای دارد این است که در مواقعی که چنین فرکانس هایی با فاصله های یکسان دیده می شوند با شمارش تعداد فرکانس ها مقدار l و m به راحتی بدست می آیند و از روی فاصله بین هر فرکانس می توان فرکانس چرخش ستاره را بدست آورد. همچنین با بدست آوردن تمام مقادیر l و m می توان n را بدست آورد و در نتیجه حتی حرکت درونی ترین لایه های ستاره

را نیز شناخت (رؤیای هر اخترفیزیک دان!)، شناختی که به هیچ روش دیگری میسر نمی باشد. به زبان ساده می توان گفت که هر حالت نوسانی یک اندازه گیری مستقل از ساختار درونی ستاره است، در نتیجه با پیدا کردن حالت های بیشتر نوسانی برای یک ستاره اطلاعات ما از ساختار آن گونه از ستاره ها بیشتر می شود.

در مورد خورشید، با مشاهدات بسیار دقیق انجام شده، تمام حرکات لایه ها تقریباً تا نصف راه مرکز خورشید شناخته شده اند، فهمیده ایم که خورشید در شعاع هایی کمتر از 0.7 شعاع کل خود، مانند یک جسم صلب با دوره 27 روز در حال چرخش است، اما بالاتر از آن به دلیل فرایند های همرفتی (که وابستگی دوره به فاصله از مرکز خورشید را بسیار پیچیده می کنند) در عرض های جغرافیایی مختلف دوره های چرخش متفاوتی خواهد داشت. در واقع می توان گفت که با تشکر از همین حالت های m است که ما تمام این اطلاعات را بدست آورده ایم.

حالا در نهایت بیایید ببینیم لرزه شناسی ستاره ای دقیقاً چه کار می کند! نوسان هایی که تا به حال معرفی کردیم همگی از نوع



نوسان های فشاری (در مورد تار تک بعدی و سطح دو بعدی) یا آکوستیکی (در مورد فلوت و ستاره) بوده اند که هر دو از لحاظ فیزیکی به نوسان های فشاری معروف هستند. آن دست از نوساناتی که در راستای شعاع نیستند در نفوذ به عمق ستاره به دلیل اینکه دما در عمق ستاره بیشتر از لایه قبلی آن است، بعد از کمی طی مسیر کاملاً منعکس می شوند و دوباره به سطح بر می گردند، همانند اثری که در ایجاد سرآب می بینیم، چون این نوع از نوسان ها مجبور به ماندن درون ستاره می باشند، از سطح دوباره منعکس می شوند و به همین دلیل هر حالت خاص از نوسانات غیر شعاعی فقط تا عمق خاصی به درون ستاره نفوذ می کند، همانطور که از شکل مقابل معلوم است.

تعداد نقاط بازتاب با مقدار l دقیقاً برابر نیست، اما با افزایش مقدار l تعداد نقاط

بازتاب بیشتر می شود. این مطلب به این معنی است که حالت های l بالا، تا عمق کمی از ستاره نفوذ می کنند و حالت های l پایین تا عمق بیشتر. فرکانس بدست آمده از هر حالت به سرعت صوت در مسیری که طی کرده است (در ادامه توضیح مفصلی از این رابطه خواهد آمد) بستگی دارد. پس اگر حالت های زیادی که به اعماق مختلف نفوذ می کنند مشاهده بشوند (فرکانس آنها از تبدیل فوریه منحنی نوری آنها بدست بیاید) آنگاه می توان سرعت صوت را در هر عمق مورد نظر بدست آورد. در مورد خورشید تا تقریباً 90 درصد عمق خورشید، سرعت صوت را با دقت یک هزارم بدست آورده ایم هدف نهایی لرزه شناسی ستاره ای این است که همین اطلاعات را در مورد ستارگان دیگر نیز بدست بیاورد.

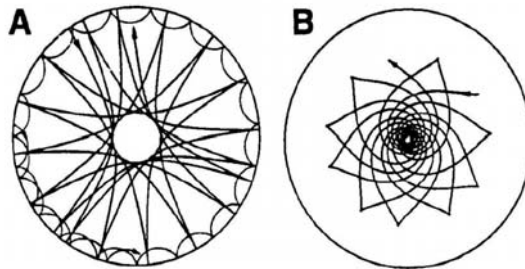
تا به حال برای خورشید بیش از هزاران حالت نوسانی پیدا شده است که محدوده فرکانسی بسیار زیادی را شامل می شود (حدود 10^6 هرتز)، مشکل ما در مورد سایر ستاره ها این است که برای آنها ما آن تفکیک فضایی لازم را نداریم که بتوانیم داده های نوسانی را در یک محدوده خاص از سطح ستاره بدست آوریم، ما در مورد بقیه ستاره ها فقط تغییر نور کل ستاره را می بینیم نه جزئی از آن را، این اصلی ترین محدودیت در مقایسه داده های خورشید و سایر ستاره ها می باشد. در مورد سایر ستاره ها می توان گفت که بیشترین حالت نوسانی تا به حال برای ستاره FG Vir با حدود 79 حالت نوسانی بدست آمده است (Breger et al. 2005).

به قول آقای کرتز در مقاله خود: "هنگامی که برای یک سمنار به بلژیک می روید و موضوعی را مطرح می کنید، بلژیکی ها در نهایت می گویند قضیه به این سادگی ها هم نیست!". در این جا نیز باید همین را بگوییم!!! یک گونه از ستارگان تپنده، کوتوله های سفید هستند، تا به حال برای گروه هایی از کوتوله های سفید (با دمای موثر متفاوت) نوسان دیده شده است، در مورد این گونه از ستاره ها دیده شده است که دوره نوسان (فرکانس نوسان) آنها از دوره نوسان (فرکانس نوسان) حالت پایه تمام ستاره های بررسی شده بیشتر (کمتر) است. این قضیه نشان دهنده این است که حتماً قوانین فیزیکی بسیار متفاوتی حاکم بر این گونه از نوسانات می باشند.

به طور کلی دو نوع معادله حرکت برای ستاره می توان در نظر گرفت، یکی از آنها فشاری است که معادلات آن را نوشتیم و مفصلاً در رابطه با حل آنها در ابعاد مختلف توضیح دادیم. همانطور که دیدید در این نوع نوسانات نیروی برگرداننده، فشار بین ذرات تشکیل دهنده تار (برای سه تار یا گیتار)، هوا (برای فلوت) یا گاز درون ستاره بود. اما یک سری معادله دیگر نیز برای حل دینامیک ستاره ای لازم است و آنها نوساناتی هستند که نیروی برگرداننده آنان نیروی ارشمیدس است، به این نوع نوسانات، نوسانات گرانشی می گویند. معادلات نوسانات گرانشی شبیه نوسانات فشاری است، اما توضیح مفصل آنها از حوصله این مقاله خارج است، در ادامه توضیح مختصری آمده است.

در مقایسه این دو نوع نوسان می توانیم به سه مورد زیر اشاره کنیم که بیشترین اهمیت را در درک این دو گونه نوسانی دارد:

- هر چه مقدار l در حالت نوسانی فشاری افزایش پیدا می کند، فرکانس بیشتر می شود ولی در نوسانات گرانشی فرکانس با افزایش l کمتر می شود.
- نوسانات فشاری بیشتر وابسته به شرایط سطحی ستاره هستند در حالی که نوسانات گرانشی به عمق ستاره وابسته هستند. در شکل زیر قسمت A دو حالت نوسان فشاری با $l=100$ و $l=2$ نمایش داده شده است، در حالی که در قسمت B، یک حالت نوسان گرانشی با $l=5$ نمایش داده شده است.



- برای حالتی که n خیلی بزرگتر از l است، می توان محاسبه کرد که در حالت مجانبی فاصله فرکانس های پی در پی فاصله های یکسان دارند، در حالی که برای نوسان های گرانشی می بینیم که در حالت مجانبی (n خیلی بزرگتر از l) دوره برای حالت های مختلف فاصله های یکسان خواهد داشت.

در فصل هفتم جزوه درسی آقای دالساگارد (Christensen-Dalsgaard, 2003) ایشان توضیح بسیار مفصلی در رابطه با بدست آوردن حالت های مجانبی در دو حالت نوسان های فشاری و گرانشی آورده اند که خواننده علاقه مند را به خواندن آن تشویق می کنیم، در اینجا فقط ذکر اینکه برای نوسان های فشاری تا تقریب اول Δv_0 که به صورت زیر تعریف می شود:

$$\Delta v_0 = \left(2 \int_0^R \frac{dr}{c(r)} \right)$$

و در آن $c(r)$ سرعت صوت است، می توان فرکانس حالت های مختلف در شرایط مجانبی به صورت زیر نوشت:

$$v_{nl} = \Delta v_0 \left(n + \frac{l}{2} + \varepsilon \right) + \delta v$$

در این رابطه Δv_0 به عنوان جدایی بزرگ، δv به عنوان جدایی کوچک و ε ثابتی است در حدود یک، به زبان دیگر می توان جدایی بزرگ را معکوس سرعت صوت در طول طی مسیر دانست. همانطور که واضح است جدایی بزرگ رابطه مستقیمی با قطر ستاره دارد، پس در مورد ستاره های نزدیک رشته اصلی این جدایی فرکانسی نشان دهنده جرم ستاره است (چگالی متوسط ستاره های رشته اصلی تقریباً برابر است)، جدایی کوچک اما به چگالی مرکز ستاره بستگی دارد و می توان آن را تخمینی از عمر ستاره دانست؛ هر چه سن ستاره بیشتر شود چگالی مرکز آن بالا می رود. می توان جدایی کوچک را نیز به صورت زیر نوشت:

$$\delta v = -l(l+1)D_0 + m\Delta v_{rot}$$

δv_{rot} در واقع میانگینی از فرکانس چرخش ستاره دور خود است و D_0 ثابت کوچکی است، برای فهم بهتر این معادلات می توانید به جزوه درسی آقای دالساگارد مراجعه کنید.

برای حالت های نوسان های گرانشی، فاصله زمانی بین دوره های حالت های مجانبی به صورت زیر محاسبه می شود:

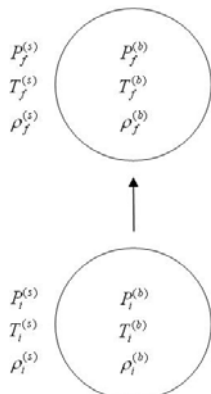
$$\Pi_{nl} = \frac{\Pi_0}{\sqrt{l(l+1)}} (\varepsilon + n)$$

که در آن Π_0 از رابطه زیر بدست می آید:

$$\Pi_0 = 2\pi^2 \left(\int \frac{N}{r} dr \right)^{-1}$$

در این معادله N فرکانس برانت-ویسالا (Brunt-Väisälä) و انتگرال روی محدوده شعاعی است که موج گرانشی در آن منتشر می شود. انحراف از مقادیر پیشبینی شده در یک ستاره این امکان را به ما می دهد که حدس بزنیم مرکز ستاره چه نوع توضیح چگالی دارد، این تکنیک مخصوصاً در یافتن ساختار درونی کوتوله های سفید بسیار مفید بوده است.

برای درک بهتر نوسانات گرانشی، یک حباب از گاز درون ستاره را در نظر بگیرید که نسبت به حالت تعادل خود به مقدار dr بالا آمده است، البته برای حل کردن معادلات مربوط به آن ما دو فرض زیر را نسبت به بالا آمدن آن می کنیم؛



- این حرکت به قدری آرام انجام می شود که فشار درون حباب $P^{(b)}$ همیشه با فشار محیط اطراف $P^{(s)}$ برابر باشد.
 - این حرکت به قدری تند است که هیچ تبادل گرمایی بین حباب و محیط اطراف انجام نشود؛ فرایند بی در رو است.
- اگر چگالی جدید حباب از چگالی اطراف بیشتر باشد: $\rho_f^{(b)} > \rho_f^{(s)}$ آنگاه حباب به جای اول خود سقوط می کند. برآیند نیرو های وارده بر حباب در حالت دوم خود اختلاف نیروی ارشمیدس و کشش گرانشی حباب است:

$$f_{net} = (\rho_f^{(s)} - \rho_f^{(b)})g$$

که در آن f_{net} در واقع برآیند نیرو بر واحد حجم بر روی حباب است و $g = GM_r / r^2$ شتاب گرانشی در محل حباب می باشد، در این رابطه نیز M_r جرم موجود داخل کره ای درون ستاره به شعاع r می باشد. با فرض اینکه چگالی با شعاع تغییر می کند، دو مقدار چگالی معادله قبل را با یک بسط تیلور بسط می دهیم و به مقدار زیر برای اختلاف نیرو بر واحد حجم می رسمیم:

$$f_{net} = \left[\left(\rho_i^{(s)} + \frac{d\rho^{(s)}}{dr} dr \right) + \left(\rho_i^{(b)} + \frac{d\rho^{(b)}}{dr} dr \right) \right] g$$

با فرض اینکه چگالی حباب و محیط، هر دو در حالت اولیه برابر هستند، مقدار بالا به مقدار زیر تقلیل پیدا می کند:

$$f_{net} = \left(\frac{d\rho^{(s)}}{dr} - \frac{d\rho^{(b)}}{dr} \right) g dr$$

از طرفی می دانیم که برای یک حالت بی در رو می توان نوشت^۱:

$$\frac{dP}{dr} = \Gamma \frac{P}{\rho} \frac{d\rho}{dr}$$

پس اختلاف نیرو بر واحد حجم روی حباب به صورت زیر در می آید:

$$f_{net} = \left(\frac{d\rho^{(s)}}{dr} - \frac{\rho_i^{(b)}}{\Gamma P_i^{(b)}} \frac{dP_i^{(b)}}{dr} \right) g dr$$

با فرض اینکه تمام شرایط برای حباب و محیط در حالت اولیه برابر بوده است، می توان تمام اندیس های (b) را به (s) تبدیل و از نوشتن آن صرف نظر کرد. برای راحتی در بیان و فهم A را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$A \equiv \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} - \frac{1}{\Gamma P} \frac{dP}{dr}$$

پس اختلاف نیرو بر واحد حجم روی حباب به صورت زیر در می آید:

$$f_{net} = \rho A g dr$$

در صورتی که $A > 0$ نیرو هم جهت با dr (جابجایی) خواهد بود و در نتیجه حباب به حرکت خود (در هر راستا که شروع شده باشد) ادامه خواهد داد، این در واقع شرط ایجاد یک جریان همرفتی در سیال نیز می باشد. اما در صورتی که $A < 0$ ، آنگاه معادله نیرو مانند معادله هوک برای فنر خواهد بود، به این معنی که حباب در هر راستایی که حرکت کند، نیرو در جهت مخالف به آن وارد خواهد شد، در نتیجه حباب حول حالت تعادلی خود یک حرکت نوسانی خواهد داشت. در صورتی که f_{net} (نیرو بر واحد حجم) را بر چگالی (جرم بر واحد حجم) تقسیم کنیم، می بینیم که نتیجه شتاب حباب خواهد بود:

$$a = A g dr = -N^2 dr$$

در این معادله N فرکانس نوسان حبابی حول حالت تعادلی خود خواهد بود، که همان فرکانس برانت-ویسالا می باشد. در نهایت می توان N را به صورت زیر نوشت:

$$N = \sqrt{-Ag} = \sqrt{\left(\frac{1}{\Gamma P} \frac{dP}{dr} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \right) g}$$

^۱ به طور کلی برای یک فرایند می دانیم که $p = \frac{\rho k T}{\mu m_H}$ ، که در آن ثابت بولتزمن، ρ چگالی، T دما، m_H جرم اتم هیدروژن و μ به صورت زیر تعریف می شود:

$\mu \equiv \frac{\bar{m}}{m_H}$ که در آن \bar{m} جرم متوسط ذرات گاز است، با مشتق گیری از این رابطه بر اساس r می بینیم که رابطه بالا برای فشار به صورت مشتق زیر در می آید:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{P}{\mu} \frac{d\mu}{dr} + \frac{P}{\rho} \frac{d\rho}{dr} + \frac{P}{T} \frac{dT}{dr}$$

و با توجه به اینکه در یک فرایند بی در رو $P = K\rho^\Gamma$ ، رابطه بالا به رابطه ذکر شده در متن تقلیل پیدا می کند.

همانطور که می بینیم این فرکانس برای مرکز ستاره ($g = 0$) و سطوح قسمت های همرفتی (دایره هایی که در آنها $A = 0$) صفر می باشد. اما با توجه به اینکه در مناطقی که انتقال انرژی از طریق جریان های همرفتی صورت می گیرد $A > 0$ و در مناطق دیگر انتقال انرژی از روش های دیگری صورت می گیرد پس می توان گفت هر چه مقدار A برای یک محیط از ستاره منفی تر باشد، مقاومت آن محیط در مقابل جریان های همرفتی بیشتر می شود. با این توصیف می بینیم که فرکانس برانت-ویسالا برای محیط های با A منفی تر بیشتر می باشد. همانطور که از معادله بالا معلوم است، در مناطقی که جریان همرفتی داریم ($A > 0$) فرکانس برانت-ویسالا برای امواج گرانشی درون ستاره تعریف نمی شود!

فیزیک نوسانات ستاره ای

بعد از تمام این توصیفات در رابطه با طرز نوسان یک ستاره و انواع نوسانات با خصوصیات هر کدام، بیایید نگاهی به دلیل ایجاد نوسانات و اینکه این نوسانات واقعا به چه دلیل ایجاد می شوند نگاهی بیندازیم. نکته ای که در اینجا بسیار حائز اهمیت است این است که بحث این قسمت کاملا مستقل از بحث قسمت قبل است (فهم این دو قسمت نیازی به یکدیگر ندارد)، کاری که در عمل انجام می شود این است که نظریه هایی در رابطه با ساختار درونی ستارگان تپنده داده می شود (در این قسمت تا حدی با آنها آشنا می شویم)، رصدگر به ستاره نگاه می کند و منحنی نوری آن را ثبت می کند، با انجام عملیاتی که در بحث بعد با آنها آشنا می شویم، از منحنی نوری فرکانسهای نوسانی ستارگان را بدست می آورد. در نهایت مدل هایی (عددی) با توجه به نظریه های موجود و فرکانس های بدست آمده داده می شود تا صحت نظریه ها امتحان شود.

البته بحث آخری که در اینجا مطرح کردیم (ایجاد یک مدل عددی)، همانند هر کدام از مراحل تحقیق در رابطه با ستارگان نوسانی خود یک تخصص جدا می باشد که برای توضیح مفصل آن یک تحقیق دیگر به همین اندازه نیاز است. در بین افراد فعال دنیا نیز دیده می شود که افرادی هستند که مدل سازی می کنند، افرادی دیگر که داده می گیرند و داده ها را تحلیل می کنند و افرادی هم که نظریه های مختلف ارائه می کنند، هدف از این تحقیق بیشتر از همه قسمت دوم این روند است؛ تحلیل داده ها، دو قسمت دیگر نیز تا حد آشنایی معرفی می شوند.

نوسانات شعاعی ستارگان تپنده نتیجه انتشار و تشدید امواج صوتی درون یک ستاره است (که در بحث قبل مفصل در رابطه با آن بحث کردیم)، همانطور که در قسمت قبل دیدیم نوسانات گرانشی خیلی کم به پوسته ستاره می رسند به همین دلیل در این قسمت از توضیح بیشتر آنها پرهیز می کنیم و دقت خود را به نوسانات فشاری محدود می کنیم. یک تخمین بسیار ایده آل از دلیل فیزیکی دوره یک ستاره این است که ستاره را یک کره گازی فرض کنیم که چگالی در کل آن ثابت باشد، البته در حقیقت چنین چیزی غیر ممکن است، اما برای شروع بحث چنین مدل ایده آلی خالی از لطف نیست!

شعاع ستاره فرضی را R و چگالی آن را ρ فرض کنید، همانند قسمت های قبل دوره نوسان را با Π نشان می دهیم. ساده ترین تفسیر دوره این است که دوره در واقع مدت زمانی است که یک موج با سرعت صوت در راه است تا قطر ستاره را طی کند. سرعت صوت در یک فرایند بی در رو (که در واقع انشار صوت را از نوع چنین فرایندی تفصیر می کنیم) از رابطه زیر تبعیت می کند:

$$v_s = \sqrt{\frac{\Gamma P}{\rho}}$$

با فرض تعادل هیدرواستاتیک برای ستاره می توانیم معادله تعادل هیدرواستاتیک را برای تغییرات فشار بدست آوریم^۹، با استفاده از آن رابطه می بینیم که:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM_r \rho}{r^2} = -G \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \rho \right) \frac{\rho}{r^2} = -\frac{4}{3} \pi G \rho^2 r$$

با توجه به فرض اینکه چگالی در کل ستاره ثابت است و اینکه فشار در سطح ستاره صفر است، با یک انتگرال از مرکز تا پوسته ستاره به رابطه زیر برای فشار بر حسب شعاع می رسیم:

$$P(r) = \frac{2}{3} \pi G \rho^2 (R^2 - r^2)$$

^۹ بر اساس معادله دوم نیوتن می دانیم که $dm \frac{d^2 r}{dt^2} = F_g - dF_p$ که در آن F_g نیروی گرانشی و F_p نیروی مخالف گرانش به دلیل فشار گاز زیر آن است، پس می توان

نوشت: $dP = -G \frac{M_r dm}{r^2} - Adp$ به این دلیل که $dm = \rho Adr$ پس می توان نوشت: $\rho \frac{d^2 r}{dt^2} = -G \frac{M_r \rho}{r^2} - \frac{dP}{dr}$ و با فرض اینکه ستاره استاتیک است می رسیم

به معادله تعادل هیدرواستاتیک برای یک ستاره: $\frac{dP}{dr} = -G \frac{M_r \rho}{r^2}$

با جایگذاری رابطه فشار بر حسب شعاع در رابطه سرعت صوت می بینیم که:

$$\Pi \approx 2 \int_0^R \frac{dr}{v_s} = 2 \int_0^R \frac{dr}{\sqrt{\frac{2}{3} \Gamma G \rho (R^2 - r^2)}} = \sqrt{\frac{3\pi}{2\Gamma G \rho}}$$

به طور کامل کیفیت در این مدل بسیار ایده آل و ساده دیدیم که چگونه دوره نوسان با معکوس چگالی و سرعت صوت درون ستاره نسبت دارد. اگر به گونه های ستارگان متغیر تپنده که در اول این مقاله توضیح داده شدند و نمودار هر تیزبرانگ-راسل که شکل آن نیز آمده بود نگاهی کنیم، می بینیم که ستارگانی که بزرگتر و قرمزتر هستند (مانند قیفاووسی ها) دوره هایی بلندتر و ستارگانی مانند دلتا اسکوتی ها (که کوچک تر و زرد تر هستند) دوره هایی کوتاه تر دارند. دلیل این رویداد را می توان با مراجعه به قسمت بالا به راحتی درک کرد؛ ستارگان قیفاووسی چگالی کمتر و دلتا اسکوتی ها چگالی بیشتری دارند!

اکثر قیفاووسی ها و W Virginis ها در حالت پایه نوسان شعاعی می کنند و RR Lyrae ها اکثراً هم در حالت پایه و هم در اولین حالت برانگیخته از خود نوسان نشان می دهند. در این مرحله می توان این نتیجه کیفی را نیز گرفت که ستارگانی که دوره های بلندتری دارند اکثراً در حالت پایه نوسان می کنند. اما واقعا انرژی یک نوسان از کجا می آید؟ چه رویداد فیزیکی نوسان را برانگیخته می کند؟

ادینگتون مساله را به این صورت حل کرد: ستارگان تپنده در واقع یک ماشین گرمایی هستند. گازهایی که لایه های یک ستاره را تشکیل می دهند در یک دوره نوسانی به مقدار $W = \oint p dV$ روی محیط کار انجام می دهند، در صورتی که $W > 0$ کار انجام شده روی محیط مثبت است و به ادامه نوسان و شاید افزایش دامنه آن کمک می کند، اما در صورتی که $W < 0$ آنگاه کار لایه روی محیط اطراف منفی خواهد شد (از لایه های اطراف گرما می گیرد) و چنین لایه ای اثر میرایی یا منفی روی نوسان ستاره خواهد داشت. در صورتی که کل کار انجام شده توسط تمام لایه ها مثبت باشد دامنه نوسان افزایش پیدا خواهد کرد و در صورتی که کل کار انجام شده منفی شد، آنگاه دامنه کاهش پیدا می کند، تمام این تغییرات در دامنه تا حالتی که ستاره به تعادل برسد (کار انجام شده توسط تمام لایه ها صفر باشد) ادامه پیدا می کند.

همانند هر ماشین گرمایی، برای کمک به نوسان، گرما باید هنگامی که لایه در بیشترین دما است وارد شود و هنگامی که در کمترین دما است از سیستم خارج شود (همانند جرقه شمع در اتومبیل هنگامی که پیستون گاز را در بیشترین حد فشرده و گرم کرده است) در واقع لایه های ایجاد کننده نوسان باید هنگامی که در بیشترین فشار و گرما هستند گرما را جذب کنند. ولی عموماً بر عکس این رویداد اتفاق می افتد! سوال اصلی این است که در کجای ستاره این شرط هنگام فشردهگی روی می دهد؟ اولین جوابی که ادینگتون پیدا کرد، هسته ستاره بود که در صورتی که فشرده شود، گرم تر شده و در نتیجه واکنش های هسته ای بیشتری در آن انجام می شود؛ گرما به آن وارد می شود (مکانیسم E). اما همانطور که از بحث های قبل هم دیدیم در اکثر حالت های نوسانی برای یک کره، مرکز ستاره دامنه بسیار کمی دارد (به علت گر بودن) و به همین دلیل نمی تواند منشأ نوسان ستاره به شمار برود.

ادینگتون بعد از آن مکانیسم سوپایی¹⁰ را پیشنهاد کرد؛ در صورتی که لایه ای پیدا شود که در آن با فشرده شدن لایه، تیرگی¹¹ آن افزایش پیدا کند آنگاه آن لایه نسبت به گذر گرما از خود نیز مقاومت می کند و گرمای آن افزایش پیدا می کند، آنگاه در حالتی که به آهستگی تیرگی آن برطرف بشود و شفاف شود، گرما از آن خارج می شود و لایه دوباره به حالت اول بر می گردد و روند را ادامه می دهد.

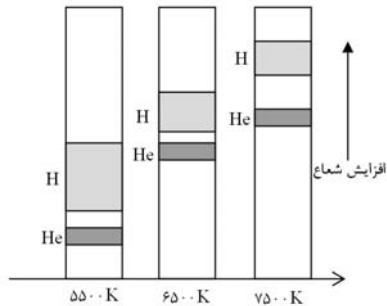
مشکلی که در راه جواب دوم ادینگتون وجود داشت این بود که با مطالعه جو ستارگان و ساختار درونی آنان می بینیم که رابطه تیرگی یک لایه گاز و چگالی و دمای آن به این صورت است: $\kappa \propto \rho / T^{3.5}$ ، اما از معادله گاز ها می دانیم که با افزایش فشار بر یک سیستم، چگالی و دما هر دو با هم افزایش پیدا می کنند، پس به طور معمول تیرگی باید کم شود، به این دلیل که تیرگی حساسیت بیشتری به دما دارد. شرایط بسیار خاصی نیاز است تا در اثر فشار، تیرگی زیاد بشود! در واقع به همین دلیل است که ستاره های کمی نوسان از خود نشان می دهند.

این شرایط بسیار خاص در قسمت های جزئی یونیزه شده ستاره روی می دهند، در این لایه ها، در اثر فشار، گرما به جای انباشته شدن، صرف یونیزه کردن اتم های غیر یونیزه می شود و در نتیجه افزایش دما (حتی در حالتی که به توان ۳٫۵ می رسد) کمتر از

¹⁰ Valve mechanism

¹¹ Opacity

افزایش چگالی می شود و تیرگی افزایش پیدا می کند. همینطور در هنگام انبساط نیز (از دست دادن گرما) به دلیل اینکه اتم ها گرما را با ایجاد پیوند با الکترون های آزاد گرما آزاد می کنند، افت گرما خیلی نیست. به این مکانیسم، مکانیسم تیرگی یا مکانیسم K می گویند. این مکانیسم توسط یک رویداد دیگر تشدید می شود؛ اینکه هنگام فشرده شدن به این دلیل که افزایش دما کمتر از محیط بوده است، گرما از محیط گرمتر (لایه های اطراف) به محیط سرد تر (لایه یونیزه) می آید، به این مکانیسم، مکانیسم Γ می گویند. در واقع می توان گفت لایه های یونیزه ستارگان تپنده پیستون های آنها هنگام نوسان هستند. آنها روند انتقال انرژی از هسته به پوسته ستاره را تحت تاثیر قرار می دهند و باعث نوسان می شوند. در اکثر ستاره ها دو لایه یونیزه داریم، لایه اول شامل لایه های است که در آنها هیدروژن از حالت پایه به حالت یک بار یونیزه و هلیوم پایه نیز به هلیوم یک بار یونیزه تبدیل می شود، دمای این مجموعه پهن از لایه ها از حدود ده هزار تا پانزده هزار درجه کلون است. این لایه ها عموماً به عنوان لایه های یونیزه هیدروژن نامگذاری می شوند. لایه دیگر قسمتی از ستاره است که هلیوم یک بار یونیزه به هلیوم دو بار یونیزه تبدیل می شود، در این لایه باریک تر دما باید حدود چهار هزار درجه کلون باشد. محل این دو لایه در یک ستاره تپنده در واقع خاصیت های نوسانی ستاره (محل گره های شعاعی آن) را معین می کند. هر چه ستاره گرمتر باشد این لایه ها به پوسته نزدیک ترند، در نتیجه پیستون های محرک تپش چگالی کمتری دارند (به دلیل نزدیک تر بودن به پوسته) و در نتیجه تاثیر کمتری در نوسان خواهند داشت.



هر چه دمای ستاره کمتر باشد، این لایه ها بیشتر به عمق ستاره فرو می روند و جرم بیشتری برای حرکت خواهند داشت، پس احتمال اینکه حالت های برانگیخته اول یا دوم را ایجاد کنند بیشتر می شود. اما چیزی که ما می بینیم، محل لایه نیست! بلکه برعکس، ما می بینیم که ستاره نوسان می کند، در صورتی که بتوانیم بفهمیم که ستاره در کدام حالت نوسان خود است (شعاعی در این مورد) می توانیم به محل این لایه ها درون آن پی ببریم.

البته داستان به این سادگی هم نیست! در صورتی که ستاره خیلی سرد باشد؛ لایه های همرفتی در آنها زیاد هستند، آنگاه به این دلیل که انتقال انرژی از طریق فرایند همرفت بهینه تر است، ستاره در حالت کمترین شعاع انرژی را انتقال می دهد و در نتیجه باعث می شود لایه های یونیزه نتوانند به وظیفه خود نسبت به نوسان خوب عمل کنند. مدل های عددی حل شده نشان می دهند که اثر لایه یونیزه هلیوم در نوسان ستاره خیلی بیشتر از لایه هیدروژن یونیزه است، طوری که در مدل ها اگر اثر لایه هلیوم یونیزه برداشته شود، ستاره دیگر نوسان نمی کند.

تحلیل داده های رصدی

مشاهدات انجام شده روی یک ستاره به طور مستقیم به ما تغییرات شدت نور رسیده و سرعت شعاعی را با زمان نشان می دهد. برای اینکه بتوانیم داده ها را تحلیل کنیم باید هر حالت نوسانی را از حالت های دیگر متمایز کنیم. هنگامی که فقط یک حالت نوسانی حضور دارد می توان با دقتی بسیار بالا دوره نوسان را بدست آورد. اما نوسان هایی که از حالت های نوسانی زیادی تشکیل شده اند و فاصله فرکانسی و دامنه آنها کم است، عموماً دشواری بیشتری دارد. در اینجا باید گفته شود که تمام حالت های نوسانی که در بخش اول به آنها اشاره شد کاملاً از هم مستقل هستند و یک سیم، یک فلوت یا یک ستاره می تواند همزمان در چندین حالت نوسانی نوسان از خود بروز دهد.

هدف ما در این قسمت جدا کردن حالت های نوسانی (با فرکانس های متفاوت) از یک دیگر است. در مورد خورشید به این دلیل که ما قرص خورشید را می بینیم، تفکیک فضایی داریم، به این معنی که می توانیم فقط از یک جزء روی سطح خورشید به عنوان منبع برای داده های نورسنجی و طیف سنجی استفاده کنیم، پس می توانیم خصوصیات فضایی نوسان را نیز بدست بیاوریم. از طریق یک تحلیل فوری دو بعدی در θ و ϕ می توانیم حالت های نوسانی با l و m متفاوت را از هم جدا کنیم، همزمان با یک تبدیل فوری زمانی می توانیم فرکانس تک تک حالت ها را از هم جدا کرده و بدست آوریم.

تفکیک فضایی و جدا کردن حالت های نوسانی با l و m متفاوت در حال حاضر فقط در مورد خورشید اجرایی است، به این دلیل که تنها ستاره ای است که ما می توانیم دوربین نورسنج و طیف سنج خود را روی قسمتی از آن محدود کنیم. در مورد خورشید حالت هایی با l هایی بین ۰ تا ۱۵۰۰ و بیشتر پیدا شده است، به همین دلیل باید بتوانیم دوربین خود را روی یک جزء بسیار کوچک از سطح خورشید محدود کنیم تا تعداد کمتری نوسان دیده شود و بتوان بهتر آنها را تفکیک کرد. در مورد سایر ستاره ها که کل ستاره بدون تفکیک فضایی آن فقط قابل مشاهده است در واقع از لحاظ ریاضی، روی حالت های l بالا میانگین گیری کرده ایم، طوری که به زبان ساده می توان گفت در مورد ستارگان دیگر نمی توان حالت های l و m متفاوت را از هم جدا کرد. در

فصل دوم جزوه درسی خود (Christensen-Dalsgaard J. (2003))، آقای دالساگارد توضیح مفصلی در رابطه با روند دقیق این عملیات آورده اند، برای مشخص کردن تفاوت شدت و سرعت در حالت های مختلف ایشان یک تابع واکنشی تعریف کرده اند که این تابع به حالت های l و m بستگی دارد. اما به این دلیل که در عمل این روش فقط برای خورشید و تعداد بسیار معدودی ستاره که با تفکیک بسیار کم می توانیم سطوح آنها را ببینیم به کار می آید، از توضیح بیشتر آن صرف نظر می کنیم و به تعیین فرکانس از روی تبدیل فوریه زمانی از منحنی نوری دقت بیشتری می کنیم.

تفکیک فضایی داشته باشیم یا خیر، منبع داده ای که ما در نهایت با آن کار داریم یک منحنی نوری است، که تغییرات نوری را روی ستاره یا قسمتی از آن (در صورتی که تفکیک فضایی داشته باشیم) نشان می دهد. هدف ما بدست آوردن فرکانس های نوسانی متفاوت موجود در یک منحنی نوری از طریق تبدیل فوریه می باشد.

برای سادگی فرض می کنیم که فقط یک حالت نوسانی در منحنی نوری وجود دارد. در این صورت با فرض اینکه نوسان در حالت هارمونیک ساده است، $v(t)$ را به صورت زیر تعریف می کنیم:

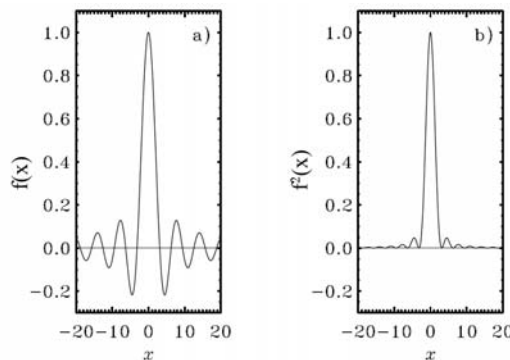
$$v(t) = a_0 \cos(\omega_0 t - \delta_0)$$

در این معادله $v(t)$ متغیر وابسته به زمانی است که ما می خواهیم فرکانس آن را بدست آوریم (در عمل $v(t)$ قدر ستاره است)، a_0 دامنه، ω_0 فرکانس زاویه ای، δ_0 فاز آن و t زمان می باشد. همانطور که می دانیم تبدیل فوریه یک تابع از زمان به صورت زیر می باشد:

$$\tilde{v}(\omega) = \int_0^T v(t) e^{i\omega t} dt$$

که در آن T مدت زمان یک دوره نوسانی است. با انجام تبدیل فوریه می بینیم که $\tilde{v}(\omega)$ به صورت تابعی از $f(x) = \frac{\sin x}{x}$

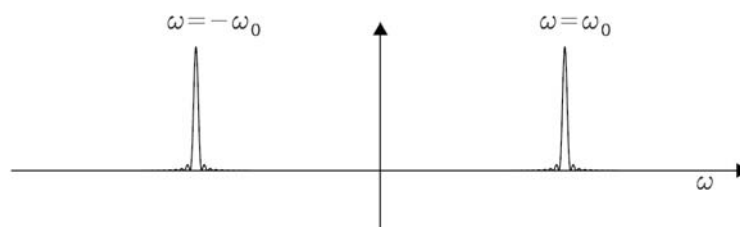
در می آید، در شکل زیر می توانید نمودار $f(x)$ و $f^2(x)$ را بر حسب x ببینید:



رابطه کامل حل شده $\tilde{v}(\omega)$ به شکل زیر می باشد:

$$\tilde{v}(\omega) = \frac{T}{2} a_0 \left\{ e^{i[T/2(\omega+\omega_0)-\delta_0]} f\left[\frac{T}{2}(\omega+\omega_0)\right] + e^{i[T/2(\omega-\omega_0)+\delta_0]} f\left[\frac{T}{2}(\omega-\omega_0)\right] \right\}$$

در عمل مجذور $\tilde{v}(\omega)$ مفید تر است، آن را با توان یا $P(\omega) = |\tilde{v}(\omega)|^2$ نشان می دهیم. در صورتی که $\omega_0 T$ عدد بزرگی باشد، دو جزء طیف فرکانسی (برای یک نوسان تک فرکانسی: $\pm \omega_0$) بدست آمده خیلی از هم فاصله خواهند داشت:



در این صورت می توانیم از قسمت منفی محور فرکانس ها صرف نظر و فقط به قسمت مثبت آن نگاه کنیم (هر دو معرف یک فرکانس هستند) و بنویسیم:

$$P(\omega) \approx \frac{1}{4} T^2 a_0^2 f^2\left[\frac{T}{2}(\omega - \omega_0)\right]$$

در واقع کل جملات $P(\omega)$ را می توان به این صورت نوشت:

$$P(\omega) = \frac{1}{4} T^2 a_0^2 \left[2f \left[\frac{T}{2} (\omega - \omega_0) \right] f \left[\frac{T}{2} (\omega + \omega_0) \right] \cos(\omega_0 T - 2\delta_0) + f^2 \left[\frac{T}{2} (\omega - \omega_0) \right] + f^2 \left[\frac{T}{2} (\omega + \omega_0) \right] \right]$$

با فرض اینکه $\omega_0 T$ بسیار بزرگ باشد، می بینیم که جمله اول با تقریب خوبی از بین می رود و فقط دو جمله آخر باقی می ماند. این دو جمله هر کدام معرف هر یک از دو ماکزیمومی هستند که در شکل بالا می توان دید (هر دو معرف فقط یک فرکانس ذاتی منبع هستند). در نهایت می بینیم که با اعمال فرض فوق، مرکز وزنی^{۱۱} و ماکزیموم $P(\omega)$ هر دو درست روی فرکانس ω_0 قرار می گیرند. پس می بینیم که هر دو تابع $P(\omega)$ و $\tilde{v}(\omega)$ فرکانس نوسان یا ω_0 را برابر با یک مقدار (نقطه ماکزیموم خود) به ما می دهند. البته در عمل به دلیل نویز و یا مسائل دیگر که در ادامه بحث خواهند شد، خواهیم دید که دو تابع $P(\omega)$ و $\tilde{v}(\omega)$ همیشه حالت هایی به این سادگی ندارند! در چنین مواردی مرکز وزنی به عنوان نقطه ای که فرکانس را معین می کند بیشتر قابل اطمینان است. به عنوان یک مقیاس از اینکه اندازه گیری با دقت خوبی انجام شده است می توانیم از ضخامت پروفایل استفاده کنیم:

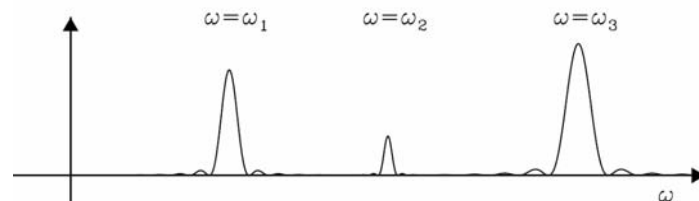
$$\frac{T}{2} \frac{\delta\omega}{2} \approx \frac{\pi}{2} \rightarrow \delta\omega \approx \frac{2\pi}{T} \rightarrow \delta\nu = \frac{1}{T}$$

پس می بینیم که هر چه مقدار $\delta\omega$ کمتر باشد (ضخامت پروفایل بالا کمتر باشد) می توان با دقت بیشتری فرکانس مرکزی را پیدا کرد پس برای اینکه دقت را بیشتر کنیم باید مدت زمان مشاهده را بیشتر کنیم (T را بیشتر کنیم). از رابطه بالا می بینیم که اگر مدت مشاهده ۶ ساعت باشد (زمان مفیدی که یک منجم در طول شب دارد) می بینیم که دقت فرکانسی بدست آمده برابر با ۴۶ میکرو هرتز می شود، ولی در یک شب زمستانی که طول شب بیشتر است و می توان به عنوان مثال ۱۰ ساعت نورسنجی کرد آنگاه این مقدار به ۲۸ میکرو هرتز کاهش پیدا می کند و دقت خیلی بهتر می شود.

در صورتی که چند فرکانس نوسانی همزمان در حال نوسان باشند آنگاه تابع اولیه ما به صورت زیر خواهد بود:

$$v(t) = a_1 \cos(\omega_1 t - \delta_1) + a_2 \cos(\omega_2 t - \delta_2) + a_3 \cos(\omega_3 t - \delta_3) + \dots$$

با انجام عملیات فوق روی هر کدام از جمله های بالا می بینیم در صورتی که $T|\omega_i - \omega_j|$ خیلی بزرگ باشد یا اینکه فرکانس ها از هم خیلی فاصله داشته باشند آنگاه به راحتی می توان بعد از حل به نموداری مانند زیر (به فرض برای سه فرکانس متفاوت در یک نوسان) رسید:



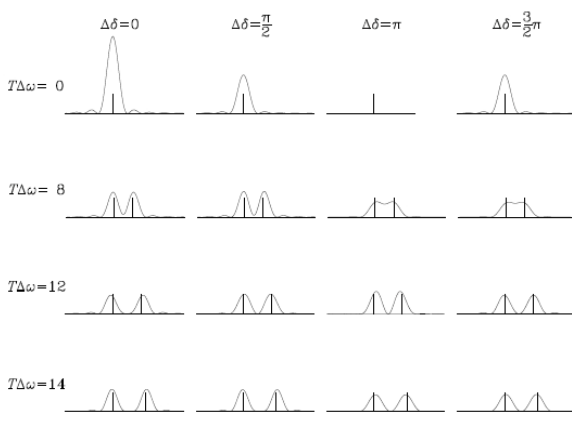
ولی متأسفانه در مورد خورشید و سایر ستاره ها می بینیم که فرکانس ها خیلی به هم نزدیک هستند، طوری که تقریباً هیچ موقع نمی توان به نموداری به وضوح و راحتی نمودار فوق رسید. پس بیایید به حالتی که فقط دو نوسان حضور دارند نگاه دقیق تری بیندازیم، در این صورت می توانیم بنویسیم:

$$v(t) = a_1 \cos(\omega_1 t - \delta_1) + a_2 \cos(\omega_2 t - \delta_2)$$

بعد از تبدیل فوریه و مجذور کردن می بینیم که:

$$P(\omega) = \frac{T^2}{4} \left\{ a_1 f^2 \left[\frac{T}{2} (\omega - \omega_1) \right] + a_2 f^2 \left[\frac{T}{2} (\omega - \omega_2) \right] + 2a_1 a_2 f \left[\frac{T}{2} (\omega - \omega_1) \right] f \left[\frac{T}{2} (\omega - \omega_2) \right] \cos \left[\frac{T}{2} (\omega_2 - \omega_1) - (\delta_2 - \delta_1) \right] \right\}$$

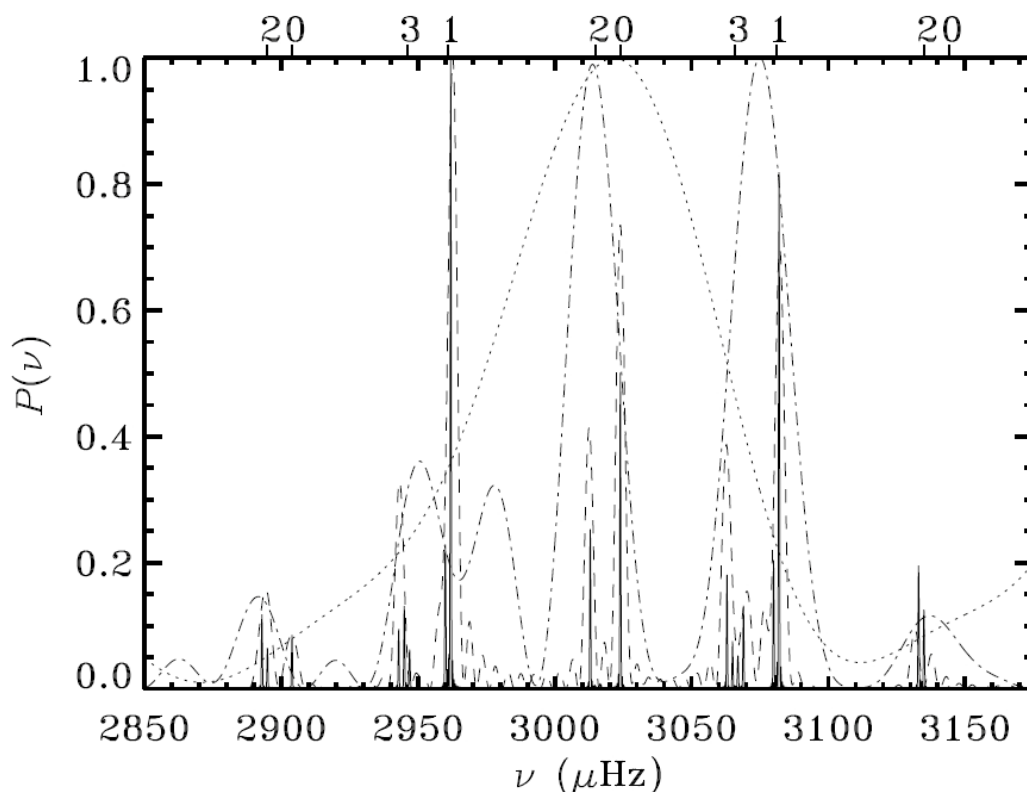
همانطور که گفته شد، دو جمله اول در صورتی تنها بدست می آیند و پروفایل ساده بالا نمایان می شود که $T|\omega_i - \omega_j|$ خیلی بزرگ باشد. در صورتی که این اتفاق نیفتد باید جمله سوم (تداخل بین دو فرکانس) را نیز در نظر بگیریم، نتیجه بدست آمده بعد از این تداخل (که در موارد چند فرکانسی، خود را بسیار حائز اهمیت نشان می دهد) وابستگی شدیدی به فاز دو فرکانس و تا حدودی به دامنه دو نوسان نشان می دهد. به عنوان مثال در شکل مقابل برآیند دو نوسان که برای سادگی $a_1 = a_2$ ، در حالتی که $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ و



^{۱۱} اگر وزن یک تابع را انتگرال آن بدانیم، مرکز وزنی نقطه ای است که انتگرال دو طرف آن (تا بی نهایت) برابر شود.

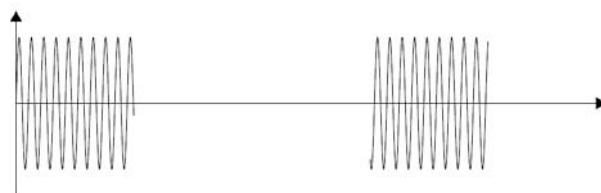
$\Delta\delta = \delta_1 - \delta_2$ نشان داده شده است، البته توضیحات بسیار مفصل تر در این باره را می توانید در جزوه درسی آقای دالسگارد مشاهده کنید، این قسمت خلاصه ای از آن است.

به عنوان مثال، بیایید به یک مدل ساختگی نگاه کنیم، در این مدل حالت نوسانی $l=3$ در نظر گرفته شده است، یک قسمت کوچکی از طیف توانی بدست آمده از منحنی نوری ستاره در این شکل آمده است، البته در اینجا از فرکانس ν به جای سرعت زاویه ای $\omega = 2\pi\nu$ استفاده شده است.



در این شکل خطوط نقطه چین ریز معرف طیف توانی بدست آمده بعد از ۳ ساعت نورسنجی از ستاره متغیر است، می بینیم که در این صورت عملاً هیچ نتیجه مفیدی نمی توان از آزمایش بدست آورد. وقتی ۱۰ ساعت به مشاهده ادامه دهیم می بینیم که خطوط "خط فاصله- نقطه" معرف طیف توانی بدست آمده خواهند بود، این دفعه نتایج بهتری بدست می آید. در حالتی که داده های نورسنجی بعد از ۶۰ ساعت را اعمال کنیم می بینیم که طیف توانی خط چین بدست می آید، این طیف خیلی دقیق تر است. خطوط پیوسته حالتی که ۶۰۰ ساعت نورسنجی انجام شده است را نشان می دهند،

برای حالتی که ۶۰۰ ساعت نورسنجی انجام شده است می بینیم که تمام حالت های نوسانی (در حضور چرخش ستاره به دور خود برای تفکیک m ها) به خوبی قابل تفکیک هستند. در حالتی که ۶۰ ساعت نورسنجی کنیم، می بینیم که جدایی ناشی از چرخش قابل تفکیک نیست، اما حالت های با l و n متفاوت تقریباً می توانند از هم تفکیک شوند. در حالت ۱۰ ساعت نورسنجی می بینیم که حالت هایی که یک حالت پاریده دارند با هم مخلوط می شوند، در نهایت برای حالتی که ۳ ساعت نورسنجی انجام شود می بینیم که در عمل هیچ اطلاعاتی از آن بدست نمی آید! البته در این مدل ایده آل فرض شده است که ما توانسته ایم پیوسته داده گیری را انجام دهیم (کاری که در عمل برای یک رصدخانه زمینی غیر ممکن است)، اگر نخواهیم این شرط را برآورده کنیم کار بسیار پیچیده تر می شود.



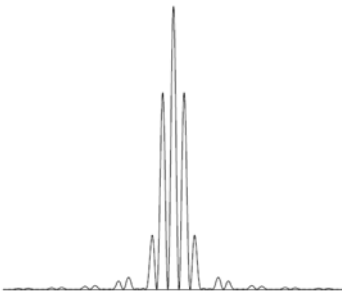
در صورتی که در داده های اولیه جای خالی وجود داشته باشد (مانند شکل بالا به عنوان مثال هنگامی که روز می شود و گرفتن داده امکان پذیر نمی باشد) آنگاه ریاضیات کار بسیار پیچیده تر می شود، در این صورت با فرض همان تابع اولیه وابسته به زمان در یک فرکانس باید به جای تبدیل فوریه ساده قبل، تبدیل زیر را انجام دهیم (از قسمت هایی که داده نداریم نباید انتگرال فوریه بگیریم):

$$\tilde{v}(\omega) = \int_0^T v(t)e^{i\omega t} dt + \int_{\tau}^{\tau+T} v(t)e^{i\omega t} dt$$

که در آن T مدت انجام مشاهده و $\tau - T$ فاصله بین مشاهدات است. بعد از انجام تبدیل فوری و بدست آوردن طیف توانی آن می بینیم که این طیف حالت زیر را پیدا می کند:

$$P(\omega) = T^2 a_0^2 \cos^2 \left[\frac{\tau}{2} (\omega - \omega_0) \right] f^2 \left[\frac{T}{2} (\omega - \omega_0) \right]$$

می بینیم که طیف بدست آمده خیلی شبیه به حالت تک روزه (داده های پیوسته) است، اما یک ضریب $\cos^2 \left[\frac{\tau}{2} (\omega - \omega_0) \right]$ در آن ضرب شده است. در صورتی که $\tau > T$ می بینیم که حالت های منظم در طیف بدست می آیند، در شکل مقابل نمودار توانی برای حالتی که $\tau = 3T$ نمایش داده شده است، هنگامی که داده ها در روز های زیادی مورد بررسی قرار



بگیرند، این ساختار های کناره ای کمتر می شوند اما هیچ وقت از بین نمی روند. به طور کلی همیشه حداقل دو ماکزیموم مجازی به دلیل ایجاد وقفه در داده گیری ایجاد می شود که با ماکزیموم اصلی به مقدار $\delta\omega = \pm 2\pi/\tau$ یا $\delta v = \pm 1/\tau$ اختلاف دارند.

بر اساس مقاله (Brown et al. 1990) با ترفند های آماری خاص می توان خطای ناشی از وقفه در داده گیری را تا مقدار خیلی کمی کاهش داد. مشکل اصلی آنجاست که به دلیل پیچیدگی بسیار زیاد طیف های توانی نوساناتی مانند نوسانات خورشید انجام روند های آماری و ریاضی که تا قبل از آن روی توابع اجرا می شد، امکان پذیر نبود. در روش آقای برون و دالسگارد می بینیم که این مشکل تا حد زیادی کاهش پیدا می کند. البته توضیح این روند خارج از حوصله و هدف این مقاله است.

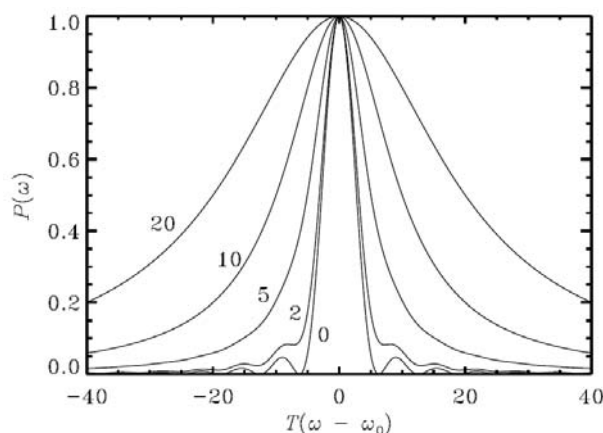
حالت هایی که برای نوسان تا به حال در نظر گفتیم یک نوسان کاملا ثابت (از لحاظ دامنه) بود، اما در حالت طبیعی تقریباً همیشه در نوسان میرایی وجود دارد. برای در نظر گرفتن میرایی آنگاه تابع اولیه وابسته به زمان را باید به این شکل تغییر دهیم:

$$v(t) = a_0 \cos(\omega_0 t - \delta_0) e^{-\eta t}$$

در این صورت بعد از انتگرال فوری و مجذور کردن می بینیم که طیف توانی زیر بدست می آید:

$$P(\omega) = \frac{1}{4} \frac{a_0^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \eta^2}$$

می بینیم که طیف توانی در این صورت یک پروفایل لورنتزی خواهد بود با نیمه عرض در نیمه ماکزیموم (Half Width at Half Maximum: HWHM) به مقدار η . در صورتی که برای انتگرال حد معین کنیم (زمان مشاهده به مدت T باشد) آنگاه ماکزیموم طیف توانی بدست آمده حالت میانه ای از تابع $f(x)$ و تابع لورنتزی بالا خواهد بود که در صورتی که $\eta T \ll 1$ طیف توانی به سمت تابع $f(x)$ می رود و در صورتی که $\eta T \gg 1$ به سمت یک تابع لورنتزی، در شکل زیر می توان طیف توانی را برای حالت های مختلف ηT دید:



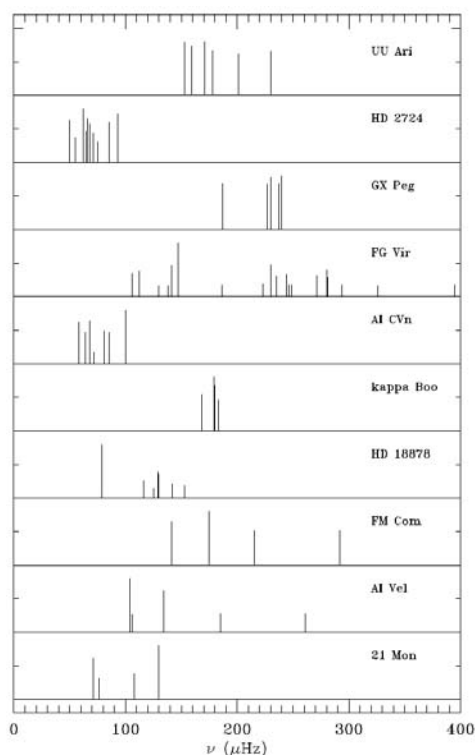
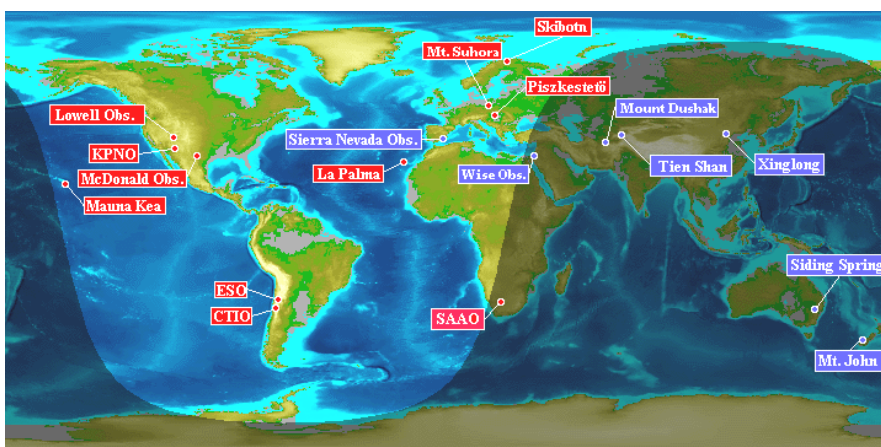
برانگیختگی حالت های نوسانی یک روند کاملاً کاتوره ای است، می توان نشان داد که این روند به همراه نوسان های میرا با هم یک طیف توانی می دهند که به طور متوسط لورنتزی است. همچنین اینکه حالت های مختلف به طور کاتوره ای نوسان می کنند باعث ایجاد یک سری ماکزیموم مجازی می شود که حتی ممکن است از ماکزیموم اصلی شدت بیشتری داشته باشند. به همین دلیل نیاز به دقت بسیار زیادی در تحلیل داده ها وجود دارد.

جدا از تمام مسائل بحث شده، نویز موجود در دستگاه داده گیر به دلیل اختلالات در جو یا میدان های سرعتی متفاوت روی سطح ستاره، خود یک عامل منفی به حساب می آید. در هر فرکانس از طیف توانی نویز موجود می تواند به عنوان یک حالت نوسانی با یک

دامنه و فاز کاتوره ای در نظر گرفته شود. اما به این دلیل که نویز کاملاً کاتوره ای است می توان گفت که در اثر یک مشاهده بلند مدت تاثیر آن در عمل از بین می رود.

مشاهدات ستارگان دلتا اسکوتی

به طور کلی جرم ستارگان دلتا اسکوتی بین ۲ تا ۲٫۵ برابر جرم خورشید است، با مشاهده نمودار هرتزسبرانگ راسل، می بینیم که آنها همگی در نزدیکی های رشته اصلی قرار دارند، اکثر آنها مراحل سوخت هیدروژن درون هسته خود را تازگی تمام کرده یا در حال تمام کردند. تا به امروز حدود ۱۵ سال است که این گونه از ستارگان نوسانی به دقت مشاهده شده اند و دانشمندان موفق به کشف حالت های نوسانی آنها شده اند. ایجاد فاصله در داده گیری (مدت روز) تاثیر زیادی روی این گونه از ستارگان می گذارد، به این دلیل که دوره های نوسانی آنها در حدود چند ساعت است^{۱۳}، ماکزیموم های مجازی ایجاد شده مزاحمت های زیادی را در تشخیص فرکانس های اصلی ایجاد می کنند. بر مبنای همین استدلال اکثر داده های مربوط به این گونه از ستارگان به صورت داده های چند محلی^{۱۴} انجام می شود تا در مدتی که در یک محل از کره زمین روز است، داده ها در محلی دیگر گرفته شود. در چند سال اخیر فعال ترین گروه در این زمینه شبکه دلتا اسکوتی^{۱۵} می باشد که مرکز آن در دانشگاه وین است و شامل چندین رصدخانه در جای جای کره زمین می باشد.



این گروه از چند سال پیش که تشکیل شد تا به حال ستارگان دلتا اسکوتی زیادی را مورد مشاهده پیوسته قرار داده است، لازم به ذکر است که بیشترین تعداد حالت های نوسانی (۷۹ حالت) برای یک ستاره را نیز همین گروه در سال ۲۰۰۵ کشف کردند (Breger et al. 2005). در شکل مقابل طیف فرکانسی چند ستاره دلتا اسکوتی نشان داده شده است (از جزوه درسی آقای دالسگارد).

همانطور که از شکل مقابل دیده می شود توزیع فرکانس نوسان در ستاره های مختلف متفاوت است، در بعضی از ستاره ها فرکانس های حالت های برانگیخته شده محدوده کوچکی (از بازه فرکانسی) را اشغال کرده اند در حالی که در بعضی از آنها محدوده بزرگی را گرفته اند. دلیل این رویداد در این گونه از ستارگان دقیقاً هنوز معلوم نیست. می بینیم که در این گونه از ستارگان تمام حالت هایی که قابلیت نوسان دارند برانگیخته نشده اند. مشکل اصلی دیگری که ما در رابطه با اینگونه ستارگان داریم این است که ساختار درونی آنان دقیقاً هنوز مشخص نیست. دلیل آن این است که ستارگان دلتا اسکوتی در یک مرحله میانی، میان حالت کاملاً ناپایدار و حالت پایدار (رشته اصلی) هستند. البته بنا بر همان دلیل، مطالعه این گونه از ستارگان به این دلیل که در یک مرحله گذار از یک حالت به حالت دیگر هستند از اهمیت خاصی در فهم تکامل ستاره ای برخوردار است.

^{۱۳}، این ستارگان دوره هایی بسیار کوتاه بین ۲۰ دقیقه تا ۸ ساعت دارند، در این گونه ستارگان حالت های نوسانی l پایین برانگیخته می شوند.

^{۱۴} Multi-campaign

^{۱۵} Delta Scuti Network

بر اساس مدل های عددی که برای ستارگان دلتا اسکوتی در نظر گرفته می شود (بر مبنای مشاهدات فعلی) دیده می شود که نیروی محرکه این ستارگان بر مبنای مکانیسم K و نیروی محرکه کاتوره ای ذاتا پایدار (Intrinsically stable stochastically driven) همانند نیروی محرکه ای که نوسانات معروف خورشیدی را باعث می شود، تامین می شود.^{۱۶} بر مبنای کار آقای صمدی و همکاران (Samadi et al. 2002) می بینیم که ستارگان دلتا اسکوتی امکان نوسان در حالت های خورشید مانند را دارند. بر اساس پیشبینی آنها چنین نوساناتی می توانند در ستارگان دلتا اسکوتی با قدر پایین (روشنایی بیشتر) دیده شوند. البته متاسفانه در کاتالوگ آقای رودریگز و همکاران در سال ۲۰۰۰ (آخرین ویرایش آن) برای ستارگان دلتا اسکوتی می بینیم که چنین ستاره ای وجود ندارد! به همین دلیل امید است که در پروژه های آینده فضایی که برای نوسانات ستاره ای آماده می شوند، مانند ماموریت های COROT و Eddington، ما توانایی مشاهده نوسانات ستارگان تا قدر ۱۱ را نیز داشته باشیم.

نکته دیگری که در رابطه با خصوصیات مشاهده ای ستارگان دلتا اسکوتی باید ذکر شود این است که در بعضی موارد دیده شده است که در مدت های بسیار کوتاه، این گونه از ستارگان دوره های نوسانی خود را تغییر می دهند. نمونه ای از این تغییر دوره نوسان ستاره در رابطه با ستاره YZ Boo در مقاله Blake et al. 2002 آمده است. این گروه تغییرات دوره تعداد ۱۸ ستاره دلتا اسکوتی را در مدت ۳ سال بررسی کردند و مشاهده شد که دو ستاره در این مدت تغییرات دوره زیادی داشته اند. البته این تغییر به هیچ وجه (به دلیل زمان کم آن) مربوط به فرایند های تکاملی ستاره نیست! دلیل این رویداد نیاز به مشاهدات بیشتری دارد.

نرم افزار Period04

این نرم افزار ویرایش جدیدی از نرم افزار Period98 است که در سال ۱۹۹۸ توسط آقای اسپرل (Sperl) طراحی شده بود. وظیفه اصلی این نرم افزار تحلیل سری های زمانی بلند مدت نجومی با وقفه در داده گیری است. ابزار های این نرم افزار همگی در راستای بدست آوردن فرکانس های مختلف یک نوسانگر با نوسان همزمان در چند حالت نوسانی است. این نرم افزار توسط آقایان لنز و برگر ساخته شده است و در مقاله ایشان (Lenz et al, 2005) می توان راهنمای آن را پیدا کرد. لازم به ذکر است که این نرم افزار کاملا مجانی و برای کاربرد تمام علاقه مندان روی اینترنت قرار داده شده است.^{۱۷}

به طور مختصر روش کار این نرم افزار وارد کردن داده ها به صورت دو ردیف زمان و قدر مشاهده شده می باشد، آنگاه با تعیین پارامتر های انتگرال گیری فوری برنامه تبدیل فوری را انجام می دهد و همزمان با ارائه نمودار فوری داده های داده شده، بیشترین (از لحاظ دامنه) فرکانس را به کاربر ارائه می دهد. الگوریتم های مورد استفاده این نرم افزار الگوریتم های فوری و کمترین مجذور چندگانه (Multiple-least-square) می باشند. این نرم افزار همچنین با استفاده از تقریب های مونت کارلو دقت بدست آوردن هر فرکانس را محاسبه و ارتقاء می دهد.

انتخاب ستارگان، داده گیری و تحلیل

برای انتخاب ستارگان از لیست ستارگان دلتا اسکوتی آقای رودریگز و همکاران (Rodriguez et al, 2000 & 1994) استفاده شد، داده ها از پایگاه داده های کانون مشاهده گران ستارگان متغیر آمریکا؛ AAVSO گرفته شد.^{۱۸} دلیل این انتخاب را می توان تحت دو عنوان بیان کرد: اول اینکه دانشجویان دانشگاه شیراز هنوز از این پایگاه به عنوان منبع داده استفاده نکرده بودند و با دقت آن آشنا نبودند و دوم اینکه در زمان انجام این تحقیق فوتومتر و سیستم ردیابی تلسکوپ نیم متری رصدخانه ابوریحان بیرونی در حال تعمیر بود و امکان داده گیری از آنجا وجود نداشت. پس می توان یکی از دلایل انتخاب این منبع داده ها را تحقیق دقت داده های AAVSO دانست.

بر مبنای تمام مقالات و کار های انجام شده می بینیم که قابل اعتماد ترین و پر طرفدار ترین لیست از ستارگان دلتا اسکوتی جدول آقای رودریگز و همکاران است. هر دو مقاله ایشان و همکارانشان در سال های ۱۹۹۴ و ۲۰۰۰ مطالعه شد و بر اساس یک جستجو که در پایگاه داده های AAVSO انجام شد، داده های اکثر ستارگان لیست آقای رودریگز در این پایگاه داده ها وجود نداشت! در مجموع سه ستاره CY Aqr، KZ Hya و XX Cyg در دو لیست مشترک بودند. در این پایگاه افراد مختلف بعد از انجام رصد روی یک ستاره داده ها را برای مرکز اصلی می فرستند و در آنجا کل داده های مربوط به کل رصدگران در کنار هم قرار داده می شود. در مورد این سه ستاره به ترتیب ۳۶۱، ۱۳۴ و ۱۱۶ داده رصدی برای تحلیل وجود داشت، داده های ستاره CY Aqr توسط هفت نفر، ستاره

^{۱۶} این عامل ایجاد نوسان از نوع فشاری است و باعث ایجاد فرکانس هایی با فاصله های منظم در طیف فرکانسی خود می شود (برای حالت های با l بالا).

برای مطالعه بیشتر در رابطه با آنها به جزوه درسی آقای دالسیگارد مراجعه شود.

^{۱۷} <http://www.astro.uivie.ac.at/dsn/dsn/Period04/>

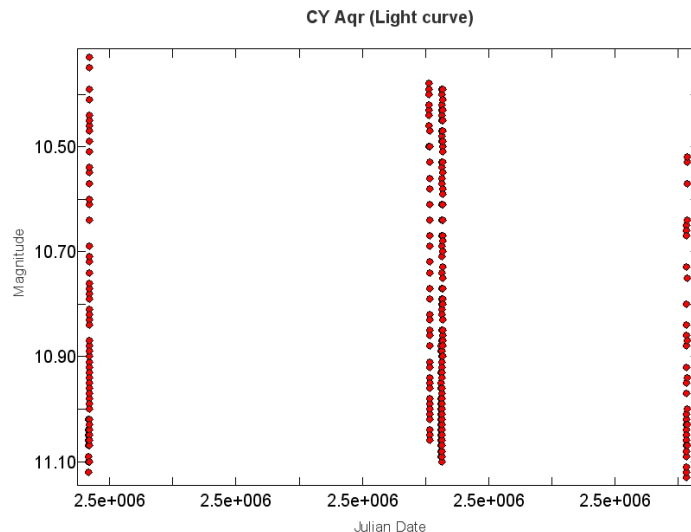
^{۱۸} <http://www.aavso.org>

KZ Hya توسط هشت نفر و ستاره XX Cyg توسط دو نفر گرفته شده بود، البته زمان جولیان تمام داده ها آمده است. البته همانطور که در طول مقاله نیز ذکر شد، این سه ستاره از گونه ستاره های SX Phe می باشند؛ گونه ای از ستارگان دلتا اسکوتی که در جمعیت دوم ستارگان قرار دارند و در حالت های نوسانی کمتری نوسان می کنند.

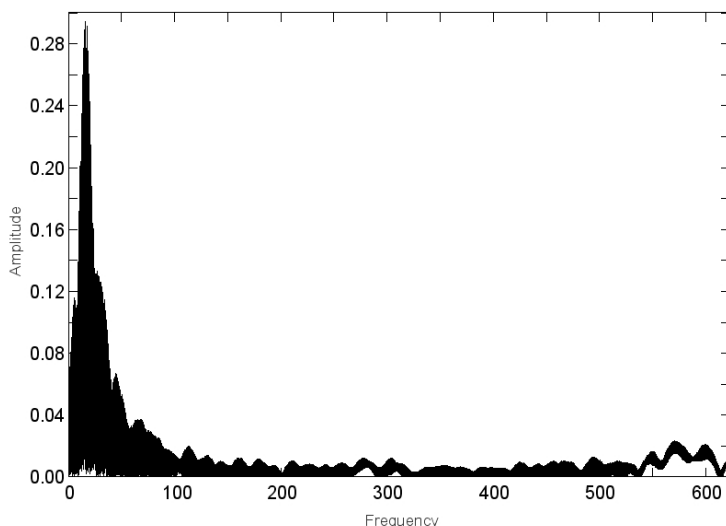
همانطور که گفته شد، تحلیل داده ها با کمک برنامه Period04 انجام شد، که توسط آقایان لنز و برگر (از اساتید بخش نجوم دانشگاه وین) در سال ۲۰۰۴ میلادی به جامعه نجومین حرفه ای معرفی شده است. در ادامه برای هر ستاره منحنی نوری، منحنی تحلیل فوریه آن و بر اساس آن فرکانس نقطه ماکزیموم آن آمده است. ستاره های SX Phe نوسانات تک فرکانسی از خود نشان می دهند و به همین دلیل اولین نقطه ماکزیموم منحنی تبدیل فوریه تغییرات قدری این سه ستاره به عنوان تنها مد نوسانی این ستاره ها معرفی خواهد شد، فقط در رابطه با ستاره XX Cyg همانطور که از مقاله ژو و همکاران (سال ۲۰۰۲ میلادی) بر می آید، در منحنی تبدیل فوریه چهار هماهنگ (Harmonic) برای فرکانس اصلی دیده می شود که سه هماهنگ آن بین محاسبات اینجانب و محاسبات آقای ژو و همکاران هماهنگی خوبی نشان می دهد. در آخر مقادیر (فرکانس های) بدست آمده توسط منجمان حرفه ای از نقاط مختلف کره زمین به همراه ذکر منبع آمده است که نشان می دهد به طور کلی داده های گرفته شده از پایگاه داده های AAVSO از کیفیت خوبی، حداقل برای این گروه از ستارگان، برخوردار است.

ستاره CY Aqr

منحنی نوری بدست آمده از این ستاره (که از سایت AAVSO گرفته شده است، شامل ۳۶۱ داده رصدی است که طی ۴۷ شب این داده ها توسط سه نفر ثبت شده است. منحنی نوری این ستاره (ناشی از این داده ها) توسط برنامه Period04 بدین شکل است.



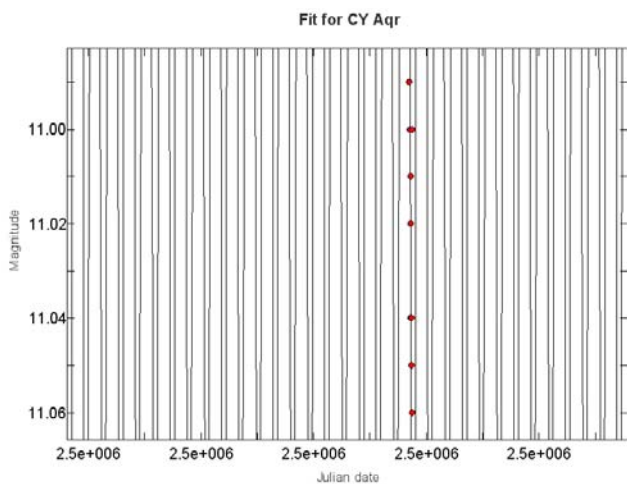
CY Aqr Fourier calculation (F=16.3818401, A=0.294235743)



فرکانس نیکویست (Nyquist)، یا بیشترین دقت،

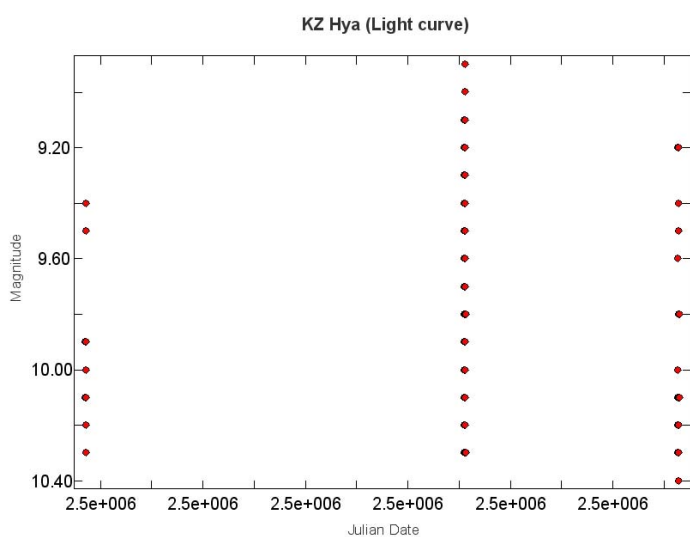
این سری داده ها همانطور که برنامه Period04 بدست آورده است و از بازه های زمانی بین تک تک نقاط داده (بدلیل پیوسته نبودن داده گیری) ایجاد می شود برابر ۶۲۳,۷۷۱ دور در روز است. این فرکانس در واقع معین کننده حد بالای تبدیل فوریه گرفتن است (قسمت صحیح این عدد). بعد از انجام تبدیل فوریه فرکانس زیر بدست می آید: ۱۶,۳۸۱۸۴۰۱ دور بر روز، که دامنه آن ۰,۲۹۴۲۳۵۷۴۳ است. برنامه Period04 در پنجره ای دیگر قابلیت least-squares fit را به کاربر می دهد برای متناسب تر کردن داده ها و بدست آوردن فاز نقطه ماکزیموم استفاده می شود. بعد از انجام این

عمل روی داده ها، مقادیر تصحیح شده زیر برای فرکانس ماکزیموم تبدیل فوریه بدست می آید: ۱۶,۳۸۲۰۴۵۹ دور بر روز، با دامنه ۰,۲۸۸۷۵۶۶۳۲ و فاز ۰,۵۸۰۹۶۱. نمودار تبدیل فوریه این سری داده ها در شکل زیر نمایش داده شده است:



لازم به ذکر است که آقای مکنامارا و همکاران در سال ۱۹۹۶ میلادی در مقاله ای تحت عنوان "خواص فیزیکی ستاره SX Phe با نام CY Aqr" خواص فیزیکی این ستاره را مورد بررسی قرار داده اند (McNamara et al. 1996)، که در بین این خواص دوره نوسان این ستاره را ۸۸ دقیقه ذکر کرده اند، که بر اساس مقیاس معمول در این زمینه؛ دور بر روز، مقدار این فرکانس برابر ۱۶,۳۶۳۶ دور بر روز خواهد بود. که هماهنگی بسیار خوبی (حدود ۰,۰۲ دور در روز خطا با محاسبات اینجا دارد). در شکل روبرو، تعدادی از داده ها، به همراه تابع نوسانی ناشی از فرکانس بدست آمده با هم مطابقت داده شده اند. همانطور که دیده می شود این مطابقت از کیفیت خوبی برخوردار است.

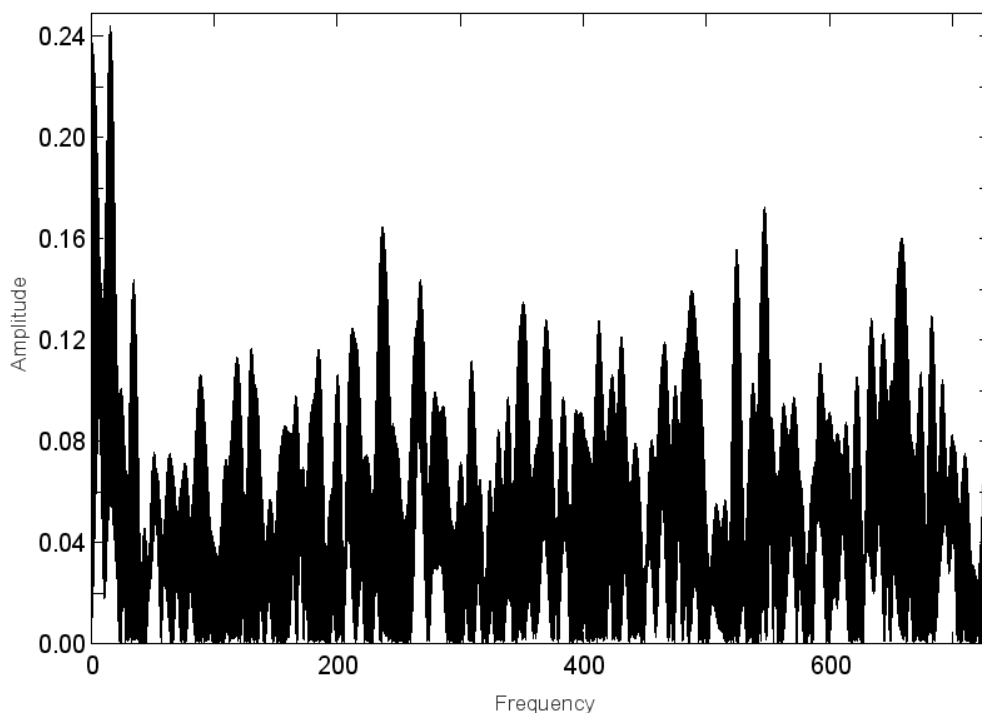
ستاره KZ Hya



منحنی نوری بدست آمده از این ستاره (که از سایت AAVSO گرفته شده است، شامل ۱۳۴ داده رصدی است که در طول ۴۲ شب این داده ها توسط هشت نفر ثبت شده است. منحنی نوری این ستاره (ناشی از این داده ها) توسط برنامه Period04 بدین شکل است.

فرکانس نیکبست برای این سری داده ها برابر ۷۳۲,۶۴۶ دور در روز می باشد و فرکانس اولیه بدست آمده بر اساس ماکزیموم تبدیل فوریه ۱۶,۰۴۳۰۷۱۵ دور در روز محاسبه می شود. بعد از تصحیحات و پیدا کردن فاز فرکانس، دامنه و فاز این نقطه ماکزیموم برابر ۱۶,۰۴۲۷۰۳۸ دور بر روز، ۰,۷۷۲۵۱۹ و ۰,۲۴۹۸۶۶۷۸۳ خواهد بود، نمودار تبدیل فوریه این ستاره در شکل زیر آمده است:

KZ Hya Fourier calculation (F=16.0430715, A=0.243946366)



برای این ستاره نیز، بعد از جستجو در منابع مختلف علمی، مقاله آقای دونسل و همکاران (Doncel et al 2004) تحت عنوان "فوتومتری توسط CCD از ستاره KZ Hya توسط تلسکوپ ۴۵ سانتیمتری پاراگوئه" پیدا شد که دوره نوسان این ستاره را به زبان افمریس (Ephemeris) به صورت زیر بیان کرده اند:

$$T_{\max}(\text{hel}) = 2442516.15576 + 0.05911036E + 0.5 \times 2.92^{-12}E^2$$

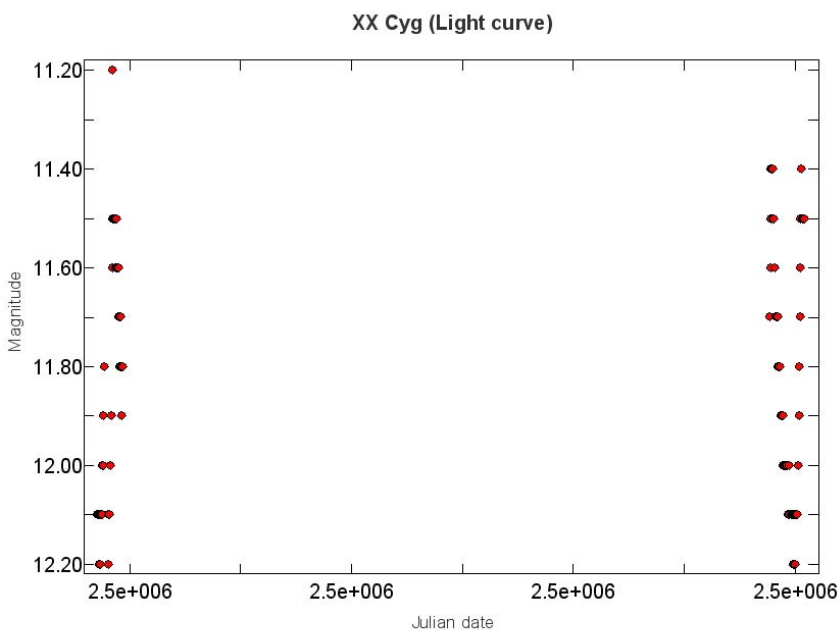
البته همانطور که مشاهده می شود، افمریس بدست آمده یک رابطه خطی با تعداد دوره ندارد، اما با توجه به اینکه ضریب توان دوم تعداد نوسان عددی بسیار کوچک است، می توان دامنه نوسان را با تقریب خوبی 0.05911036 روز دانست که فرکانس آن برابر $16,917508$ دور بر روز خواهد بود. خطای فرکانس بدست آمده برای این ستاره از مقدار بدست آمده توسط آقای دونسل و همکاران (۲۰۰۴) حدود 0.8 دور بر روز خواهد بود.

ستاره XX Cyg

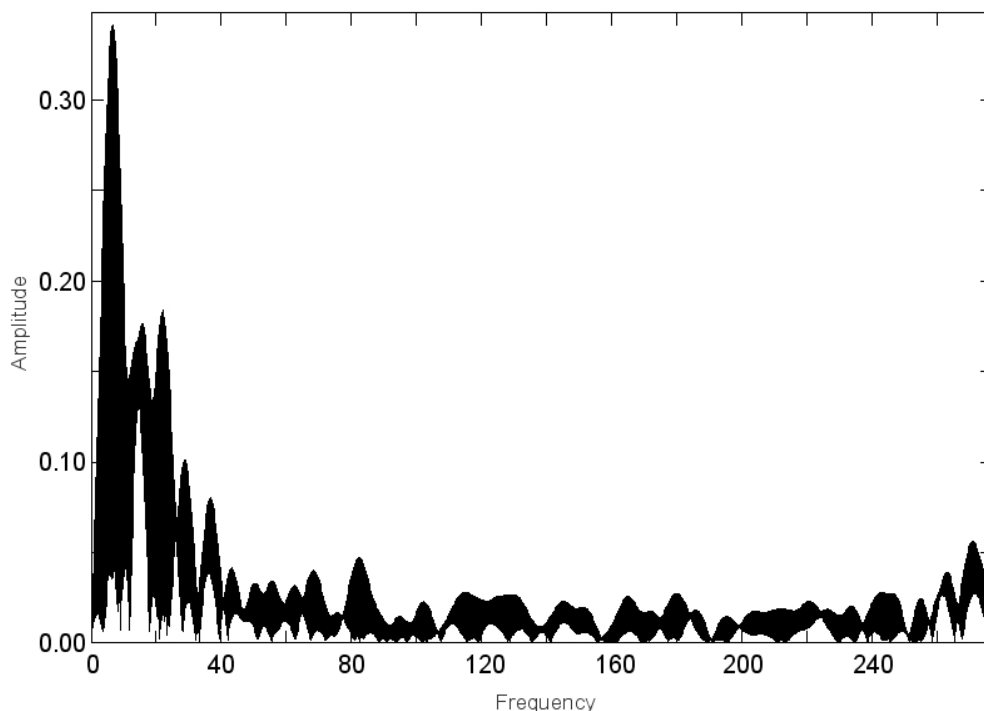
منحنی نوری بدست آمده از این ستاره که از سایت AAVSO گرفته شده است، شامل ۱۱۶ داده رصدی است که در زمان طول ۳

شب این داده ها توسط دو نفر ثبت شده است. منحنی نوری این ستاره (ناشی از این داده ها) توسط برنامه Period04 بدین شکل است.

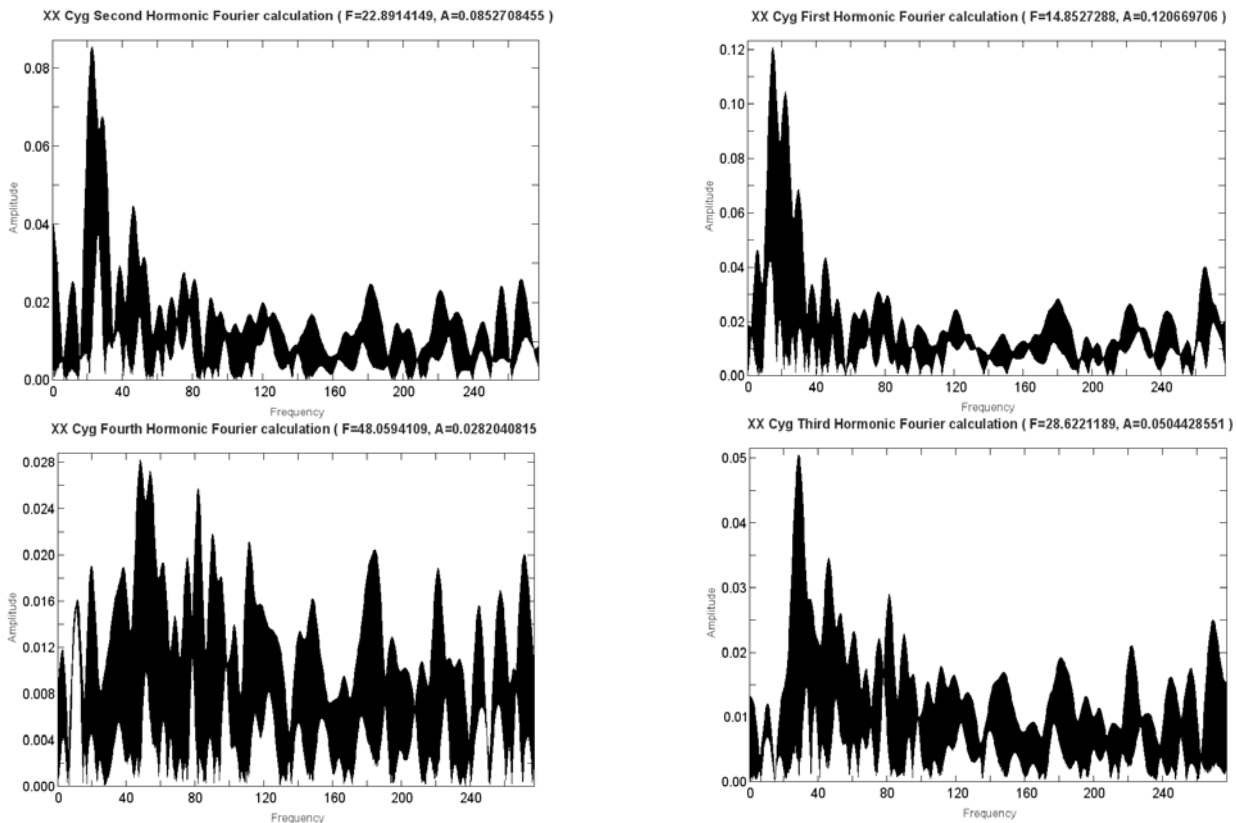
فرکانس نیکبست برای این سری داده ها برابر $277,553$ دور در روز می باشد و فرکانس اولیه بدست آمده بر اساس ماکزیموم تبدیل فوریه $6,75124034$ دور در روز محاسبه می شود. بعد از تصحیحات و پیدا کردن فاز فرکانس، دامنه و فاز این نقطه ماکزیموم برابر $6,7422371$ دور بر روز، 0.642666 و 0.306982716 خواهد بود، نمودار تبدیل فوریه این ستاره در شکل اول صفحه بعد آمده است:



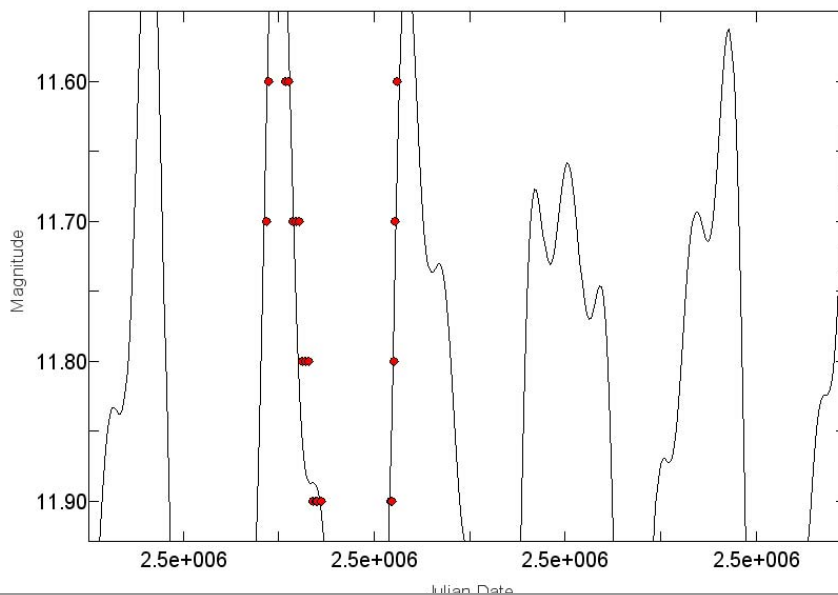
XX Cyg Fourier calculation (F=6.75124034, A=0.340951801)



در رابطه با ستاره XX Cyg نیز مقاله "تغییرات دامنه و دوره ستاره XX Cyg" توسط ژو و همکاران (سال ۲۰۰۲ میلادی) مطالعه شد، در این مقاله ژو و همکاران فرکانس $7,414,813.06$ دور در روز را برای این ستاره پیدا کرده بودند، که نسبت به داده های بدست آمده در این مقاله، حدود 0.67% اختلاف وجود دارد. در کنار فرکانس اصلی که این افراد برای فرکانس اصلی این ستاره پیدا کرده اند، چهار هماهنگ نیز برای آن یافت شده است، که محاسبات آنها این چهار هماهنگ را به این ترتیب بدست آورده است: هماهنگ اول: $14,829,630$ دور بر روز، هماهنگ دوم: $22,244,440$ دور بر روز، هماهنگ سوم: $29,659,250$ دور بر روز و هماهنگ چهارم: $37,074,060$ دور بر روز. محاسباتی که اینجا توسط داده ها و نرم افزار Period04 بدست آمد، از قرار زیر است: هماهنگ اول: $14,852,728$ دور بر روز، هماهنگ دوم: $22,891,419$ دور بر روز، هماهنگ سوم: $28,622,119$ دور بر روز و هماهنگ چهارم: $48,059,410$ دور بر روز بدست آمد. نمودار فوریته هر کدام از این هماهنگ ها در شکل های زیر نمایان است، در هر نمودار فرکانس قبلی در نظر گرفته نشده (حذف شده) است.



همانطور که از نمودار این هماهنگ ها معلوم است (در هر کدام بیشترین فرکانس قبلی حذف شده است) با افزایش هماهنگ تشخیص فرکانسی که بیشترین دامنه را دارد سخت تر می شود یا می توان گفت نسبت بیشترین دامنه به نویز در هر هماهنگ کمتر می شود (که یک پارامتر منفی در محاسبات این چینی می باشد). در ادامه قسمتی از تطابق داده ها با فرکانسی که از این تبدیل فوریته بدست آمد قابل مشاهده است:



در نهایت می توان دید که داده های پایگاه داده های AAVSO که توسط این انجمن در اختیار عموم قرار گرفته اند از کیفیت نسبتاً خوبی برخوردار هستند، البته متأسفانه بریدگی (Gap) های زیادی در داده های این پایگاه وجود دارد، اما با این حال نرم افزار Periodo4 که توسط آقای لنز و برگر از دانشگاه وین طراحی شده است، با روش های ریاضی خود می تواند این مشکل را تا حد خوبی تصحیح کند، در دفترچه راهنمای این نرم افزار تا حدی به این روش اشاره شده است. این دفترچه راهنما به طور مجانی روی اینترنت قرار داده شده است می توان این دفترچه راهنما به همراه خود نرم افزار و دو نمونه داده ساختگی (برای یادگیری بهتر این نرم افزار) را پیدا کرد.

در یک نگاه نهایی به داده ها و نتایج می بینیم که در مورد ستاره CY Aqr داده های پایگاه داده های AAVSO از کیفیت بسیار خوبی برخوردار بود و فرکانس بدست آمده فیت (Fit) بسیار خوبی با داده های خام داشت. در مورد ستاره KZ Hya داده های این پایگاه داده ها کیفیت خوبی نداشت، جدا از مقایسه نتایج با مقاله مربوطه، نتایجی که از داده ها در مورد این ستاره بدست آمد در نمودار نهایی نیز اصلاً فیت خوبی با داده های خام از خود نشان ندادند. در رابطه با ستاره XX Cyg می توان گفت نتیجه، مخلوطی از دو نتیجه قبل بود؛ از این جهت که اختلاف نه چندان خوبی با مقاله ژو و همکاران داشت، اما فیت بسیار خوبی از این ستاره با داده های خام بدست آمد. با توجه به اینکه تحقیق آقایان ژو و همکاران مربوط به چهار سال قبل از تحقیق فعلی می باشد و اینکه نتایج بدست آمده فیت بسیار خوبی با داده های خام دارد شاید بتوان گفت این ستاره تغییری در فرکانس مانند دو مورد گزارش شده توسط بلیک و همکاران در مقاله خود (Blake et al. 2002) از خود نشان داده است.

منابع:

- Akbari M. (2007). Adaptive Optics, Giti Magazine, Spring 2007 (not yet published)
- Blake C., Fox D. W., Park H. S. & Williams G. G. (2002). *A search for period changes in δ Scuti stars with the super-LOTIS Sky patrol system.* Astronomy & Astrophysics; arXiv:astro-ph/0211158v1
- Breger M., Lenz P., Antoci V., Guggenberger E., Shobbrook R. R., Handler G., Ngwato B., Rodler F., Rodriguez E., Lopez de Coca P., Rolland A. & Costa V. (2005), *Detection of 75+ pulsation frequencies in the δ Scuti star FG Virginis*, Astronomy and Astrophysics, 435, 955.
- Breger M., Garrido R., Handler G., Wood M. A., Shobbrook R. R., Bischoff K. M., Rodler F., Gray R., Stankov A., Martinez P., O'Donoghue D., Szabó R., Zima W., Kaye A., Barban C. & Heiter U., *29 frequencies for the δ Scuti variable BI CMi: the 1997-2000 multisite campaigns.*
- Brown T. M. & Christensen-Dalsgaard J. (1990). *A technique for estimating complicated power spectra from time series with gaps.* The Astrophysical Journal, 349:667-674, 1990
- Christensen-Dalsgaard J. (2003). *Lecture notes on stellar oscillations* (fifth edition)
- Doncel F., Troche A. & Noguchi T. (2004). *CCD photometry of KZ Hya using the 45cm telescope in Paraguay.* Astrophysics and Space Science 290; 399-408.
- Handler G. (2006). *Observational aspects of Asteroseismology.* Comm. In. Asteroseismology. Vol. 147. 2006
- Jackson J. D. (1998). *Classical Electrodynamics* (Third edition). John Wiley & Sons Inc.
- Kollath Z. & Keuler J. (2004). *Stellar acoustics as input for music composition.* Conference on Interdisciplinary Misocology (CIM04).
- Kurtz D. W. (2006). *Stellar pulsation: an overview.* Comm. In. Asteroseismology. Vol. 147. 2006
- Lampens P. & Boffin H.M.J (2000). *δ Scuti stars in stellar systems: a Review.* ASP Conference Series, Vol. N, 2000.
- Ledoux P. (1951). ApJ 143, 373
- Lenz P. & Breger M. (2005), *Period04 user guide*, Comm. In Asteroseismology, Vol 146.
- McNamara D. H., Powel J. M. & Joner M. D. (1996). *The physical properties of the SX Phoenicis star CY Aquarii.* PASP 108: 1098-1104
- Ostlie D. A. & Carroll B. W. (1996). *An introduction to modern stellar astrophysics* Addison-Wesley Publishing Company, Inc
- Rodriguez E., Lopez de Cota P., Rolland A., Garrido R. & Costa V. (1994). *δ Scuti stars: a new revised list.* Astron. Astrophys. Suppl. Ser. 106, 21-28 (1994)
- Rodriguez E., Lopez-Gonzalez J. & Lopez de Coca P. (2000) *A list of δ Scuti stars and their associated Parameters.* ASP Conference Series, Vol. 210, 2000.
- Samadi R., Goupil M. J. & Houdek G. (2002), *Solar like oscillations in δ Scuti stars*, Astronomy and Astrophysics, Arxiv:astro-ph/0208573 v.1.
- Thaller B. (2005), *Advanced visual quantum mechanics*, Springer Science+Buisness Media, Inc.
- Zhou A. I., Jiang S. Y., Chayan B. & Du B. T. (2002). *Amplitude and period changes in the SX Phoenicis star XX Cyg.* Astrophysics and Space Science 281; 699-714.