

به نام آنکه جان را فکرت آموخت
چراغ دل ز نور جان برافروخت
چو قاف قدرتش دم بر قلم زد
هزاران نقش بر لوح عدم زد

نوسانات ستاره ای

بدست آوردن فرکانس نوسان

سه ستارهٔ $CY Aqr$ ، $KZ Hya$ و $XX Cyg$

۱۶ اسفند ۱۳۸۵

محمد اخلاقی

دانشجوی کارشناسی ارشد کیهان شناسی دانشگاه تهران

دانشجوی نمونهٔ دانشگاه شیراز در سال ۸۴-۸۵



مطالب مورد بحث

ستارگان متغیر

لزره شناسی ستارگان متغیر

فیزیک نوسانات ستاره ای

تحلیل داده های رصدی

نرم افزار Period04

انتخاب ستارگان، داده گیری و تحلیل

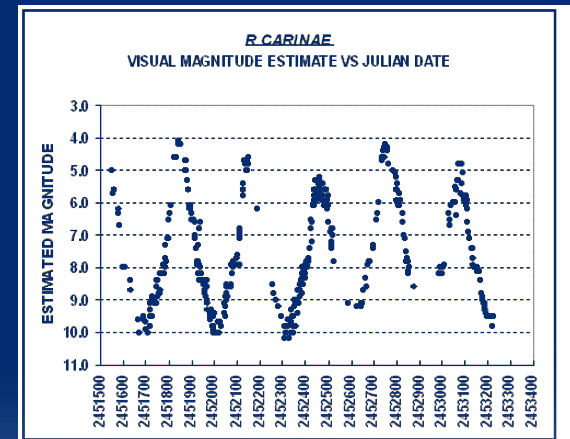
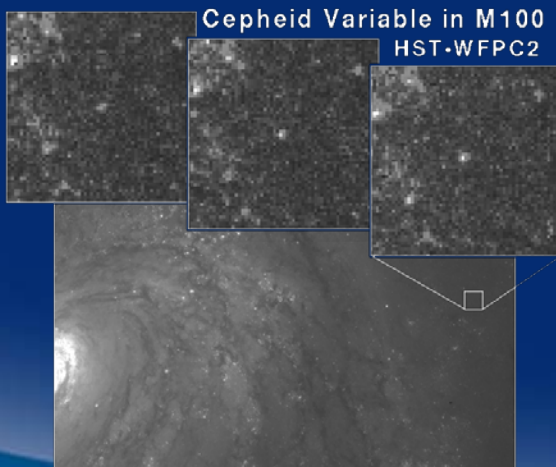
محمد اخلاقی

<http://astr.tohoku.ac.jp/~akhlaghi/>



ستارگان متغیر

- ستارگانی که نور آنها در زمان تغییر پیدا می کند را متغیر می نامند.
- اولین ستاره متغیر شناخته شده ستاره α Ceti بود که در سال ۱۵۹۵ تغییر نور آن کشف شد (با دوره حدود ۱۱ ماه).
- ما نوسان را به دو صورت می بینیم؛ نوسان در درخشندگی و در سرعت سطحی (طیف ستاره).
- نمونه ای از یک منحنی نوری (تغییرات درخشندگی ستاره) در شکل زیر برای ستاره R Carinae، نشان داده شده است:



محمد اخلاقی

<http://astr.tohoku.ac.jp/~akhlaghi/>



نامگذاری ستارگان متغیر

بر اساس تصویب اتحادیه بین المللی ستاره شناسی (IAU)، نامگذاری این گونه از ستارگان بر اساس روش آقای فردریک آرژلاندر انجام می شود؛ نامگذاری بر اساس ترتیب کشف انجام می شود.

- اگر متغیر کشف شده از قبل نام یونانی داشته باشد، ستاره با همان نام شناخته خواهد شد.
- در غیر این صورت اولین متغیر پیدا شده در هر صورت فلکی با R نمایش داده می شود، بعدی با S و به همین شکل تا آخر حروف الفبا.
- متغیری که بعد از Z کشف می شود با دو حرف مشخص می شود؛ RR، RS و همینطور تا RZ، متغیرهای بعدی با SS، ST و همینطور تا SZ و به همین شکل تا ZZ نامگذاری می شوند.
- در صورتی که تعداد متغیرهای یک صورت فلکی از این هم بیشتر باشد با AA به همان شکل تا QZ ادامه می دهند.
- در صورتی که صورت فلکی مورد نظر متغیرهای بیشتری داشته باشد، از عدد استفاده می کنند؛ V335 و به همین شکل تا بی نهایت!



گونه های ستارگان متغیر

تغییرات نوری و طیفی ستارگان متغیر می تواند دلیل های متفاوتی داشته باشد. بر این اساس می توانیم این گونه ستارگان را در یک تقسیم بندی کلی متغیر های ذاتی و متغیر های غیر ذاتی تقسیم بندی کنیم:

متغیر های غیر ذاتی

- متغیر های گرفتی
- متغیر های چرخشی
- ستاره های سیاره دار

متغیر های ذاتی

- متغیر های تپنده ✓
- متغیر های فورانی
- متغیر های انفجاری یا ناگهانی

متغیر های تپنده

- متغیر قیفاووسی یا قیفاووسی مانند: ستارگانی که دوره های نوسانی نسبتا کوتاه دارند و منحنی های نوری آنها دوره تناوب نسبتا ثابتی دارند و فراوانی زیادی دارند. ✓
- متغیر های بلند دوره: ستارگانی که دوره نوسان آنها در حد چند سال می باشد و فراوانی آنها خیلی کمتر است.
- متغیر های نوسانی غیر شعاعی: ستارگانی که حجم کلی آنها ثابت است، اما شکل ستاره تغییر می کند.



متغیر های قيفاووسی

این گونه از ستارگان، نوسان های با دوره های نسبتا ثابت و کوتاه از خود نشان می دهند. اغلب ستاره های این زیر گروه زرد و قرمز هستند؛ از گونه های طیفی A تا M. زیر گروه های این گونه از متغیر ها را می توان چنین دسته بندی کرد:

- **متغیر های دلتا قيفاووسی**

$$M_{\langle V \rangle} = -2.80 \log_{10} \Pi^d - 1.43$$

- **متغیر های W Virginis**

از قيفاووسی های جمعیت دوم (آهن کمتر) هستند، به همین دلیل ضرایب آنها متفاوت است.

- **متغیر های RR Lyrae**

این متغیر ها همانند قيفاووسی ها هستند اما درخشندگی کمتری دارند.

- **متغیر های δ Scuti**

این ستارگان متغیر نیز مانند قيفاووسی ها هستند اما قدر و دوره آنها بسیار کمتر است، در چند حالت نوسان می کنند.

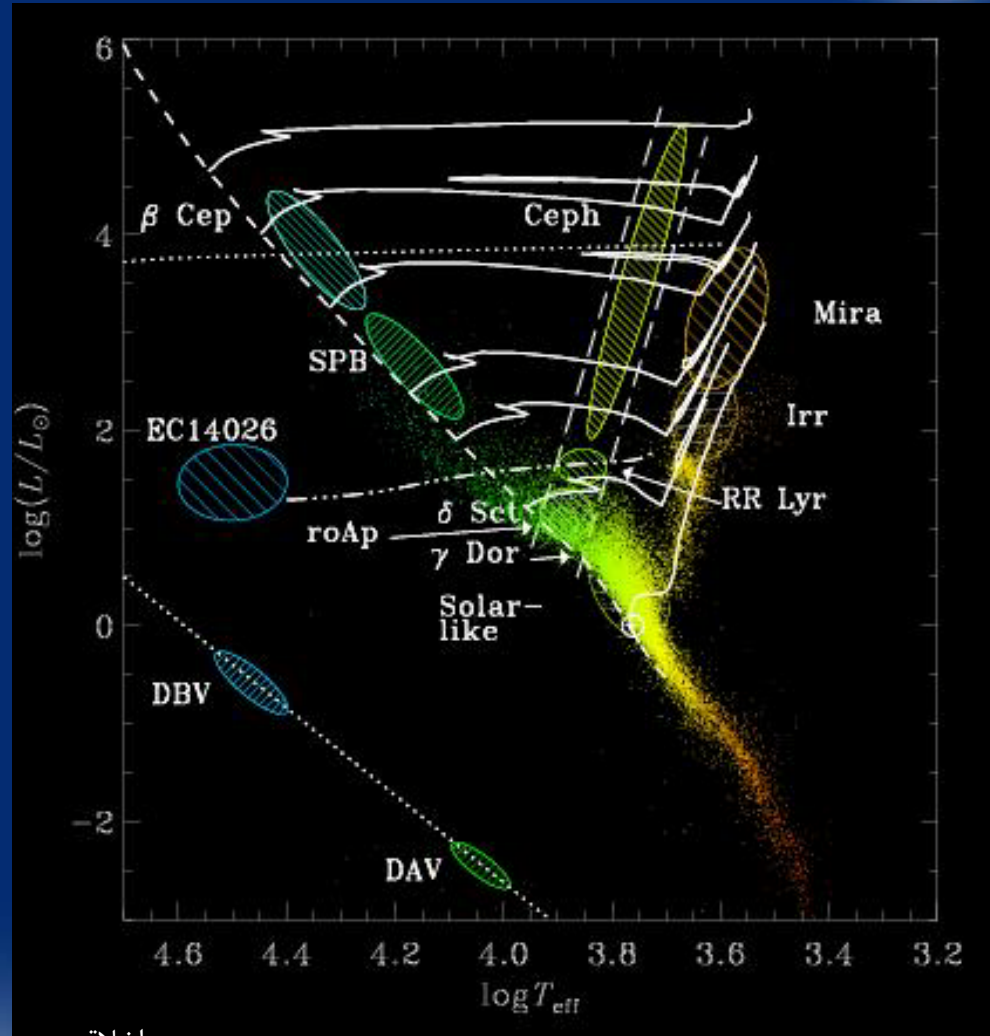
- **متغیر های SX Phoenicis**

گونه طیفی این ستارگان بین A2 و F5 است و نوسانهایی با یک فرکانس از خود نشان می دهند. شباهت بسیار زیادی به ستارگان دلتا اسکوتی دارند، اما از لحاظ ساختار از نوع ستارگان جمعیت دو هستند

- **و انواع دیگر...**

نمودار قدر-دما (HR)

- توزیع ستارگان متغیر در نمودار قدر-دما اکثراً در محدوده کوچکی از محور دمایی آن است (محدوده ای تقریباً قائم)، این محدوده شامل دماهای ۶۰۰ الی ۱۱۰۰ درجه کلوین می باشد.
- همانطور که دیده می شود بسته به جرم خود، هر ستاره برای مدت خاصی (کمی) از عمر خود به صورت یک متغیر می باشد.
- خوشبختانه توانسته ایم تعدادی ستاره، مانند ستاره قطبی، که دامنه نوسان آن نزول شدیدی از خود نشان می دهد، را ببینیم.



محمد اخلاقی



لرزه شناسی ستارگان متغیر

سر آرتور ادینگتون می گوید:

در نگاه اول به نظر می رسد که دستیابی به عمق درونی ستاره ها و خورشید از هر منطقه دیگری سخت تر باشد. ممکن است که تلسکوپ های ما هر روز عمق بیشتری از گیتی را ببینند ولی چگونه ممکن است که ما از مکانی اطلاعات بدست آوریم که پشت لایه های زیادی پنهان شده باشد؟ به چه طریقی ما می توانیم لایه های بالایی را کنار بزنیم و به درون یک ستاره برسیم؟

- در رابطه با ستاره ها نیز می توانیم بگوییم که درون ستاره ها اصلا محیط ساکتی نیست، درون آنها امواج صوتی فراوانی وجود دارد و این امواج در تعداد زیادی از ستاره ها باعث تپش هایی (نوساناتی) می شوند که به راحتی با تلسکوپ قابل دید است، پس می توانیم فرکانس های نوسانی را ببینیم و از روی آن صدای درون ستاره را "بشنویم".
- یک موج صوتی در واقع یک موج فشاری است که طی آن قسمت های پر فشار در یک محیط با سرعت زیر منتقل می شوند:

$$v_s = \sqrt{\frac{\Gamma kT}{\mu}}$$

محمد اخلاقی

<http://astr.tohoku.ac.jp/~akhlaghi/>



موسیقی ستارگان



• محدوده شنوایی انسان ۱۰ اکتاو (اکتاو یک مقیاس لگاریتمی است؛ هر اکتاو ۱۰ برابر قبلی فرکانس دارد) است در حالی که محدوده ای که تا به حال برای ستاره ها دیده شده است ۲۰ اکتاو است، طوری که حتی بالا ترین فرکانس ستاره ای ۱۵ اکتاو از پایین ترین صدای قابل شنوایی کمتر است.

• با وجودی که فرکانس و دامنه فرکانسی نوسانات آکوستیکی ستاره ای خیلی بزرگتر و پایینتر از فرکانس و دامنه شنوایی ما است اما دو تن از دانشمندان رصدخانه کنکولی در بوداپست کشور مجارستان طی یک تغییر فرکانس (با حفظ نسبت های فرکانسی)، از فرکانس های آکوستیک ستاره ای که تا به حال ثبت شده است، در سایت خود، اولین سمفونی ستاره ای را ایجاد کرده اند (Kollath et al. 2004) که می توان آن را از آدرس زیر شنید، شنیدن آن بسیار جالب است!

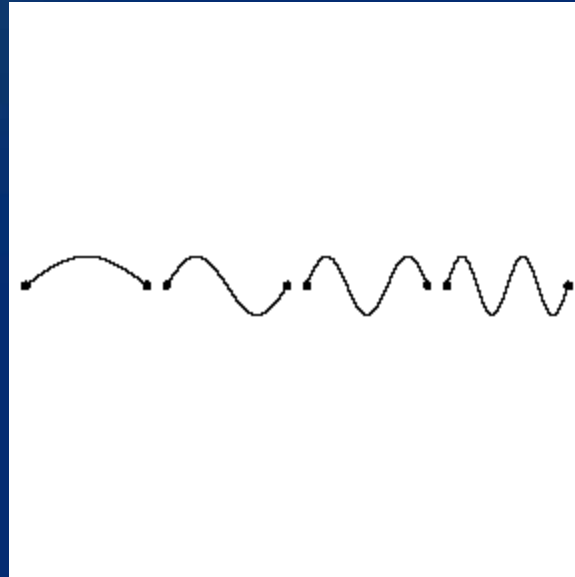


<http://www.konkoly.hu/staff/kollath/stellarmusic/>

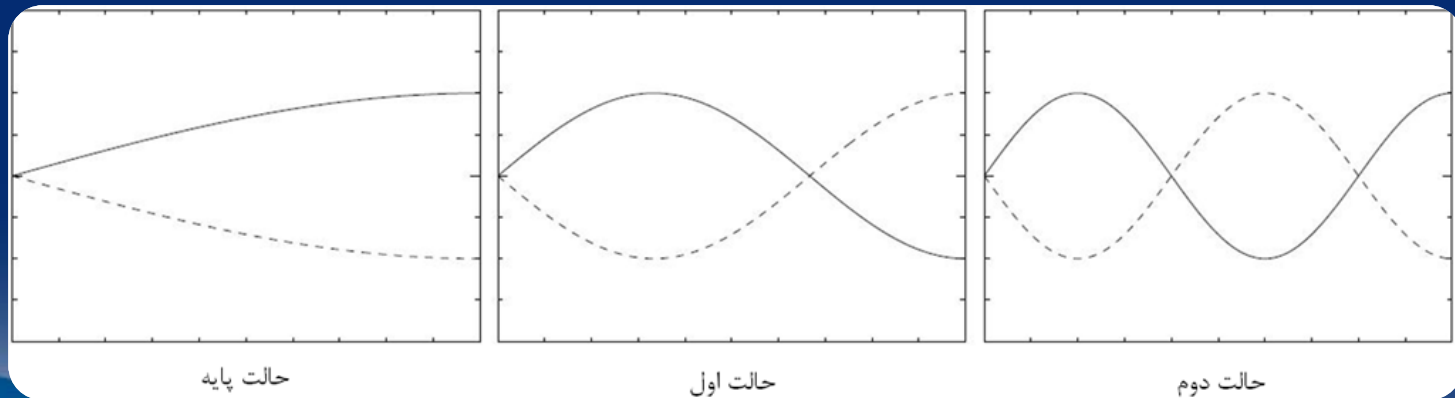


نوسان در یک بعد

نوسان یک طناب با دو سر بسته:



نوسان یک طناب با یک سر بسته:



حالت پایه

حالت اول

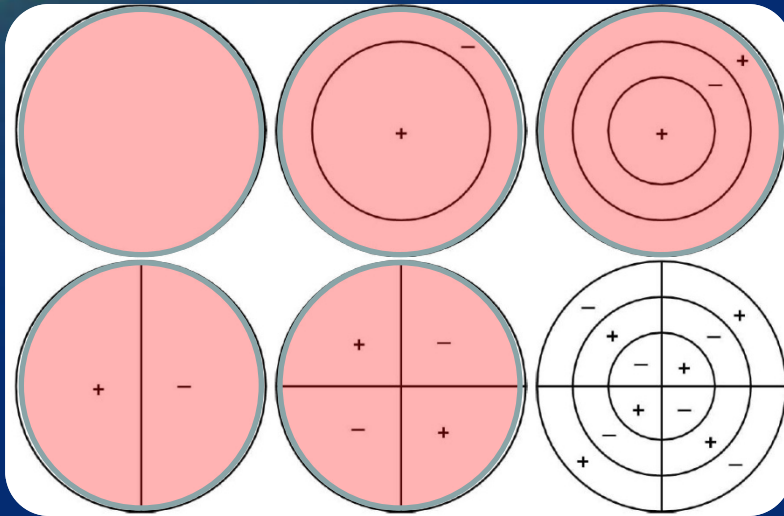
حالت دوم

محمد اخلاقی

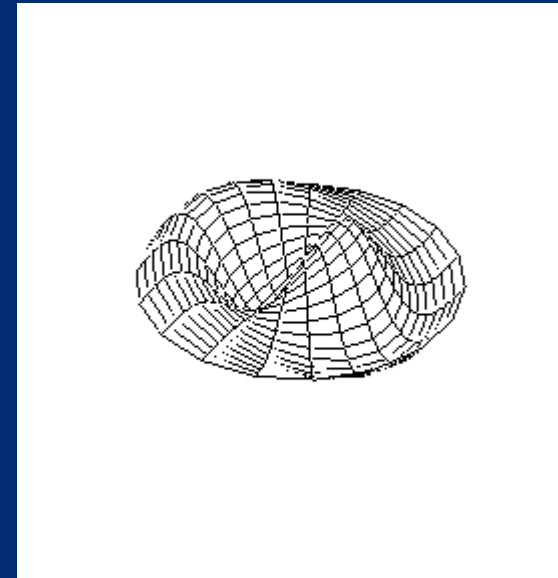


نوسان در دو بعد

دو بعد به معنی دو درجه آزادی است، پس به جای یک نقطه به عنوان گره در اینجا هر گره یک خط است؛ یکی دایره و دیگری خط راست:



حالات (۱:۴)



تمام حالات، حل معادلات بسل با شرایط مرزی مناسب هستند



نوسان در سه بعد

برای بررسی نوسان در سه بعد، گره ها به صورت صفحه های دو بعدی خود را نمایان می کنند:

- یک گره (پوسته کروی) در راستای شعاع...
- دو گره (صفحه) در راستاهای سمتی و ارتفاعی...

معادله حاکم بر نوسان در سه بعد برای یک کره از هماهنگ های کروی بدست می آید:

$$Y_l^m(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos \theta) e^{im\varphi}$$

که در آن چند جمله ای های لوژاندر ظاهر می شوند:

$$P_l^m(\cos \theta) = \frac{(-1)^l}{2^l l!} (1 - \cos^2 \theta)^{\frac{m}{2}} \frac{d^{l+m}}{d \cos^{l+m} \theta} (\cos^2 \theta - 1)^l$$



نوسان در سه بعد

بعد از انجام محاسبات، می بینیم که حرکت در سه راستای شعاعی، راستای ممتد عرض جغرافیایی و راستای طول جغرافیایی به صورت زیر خواهند بود:

$$\xi_r = a(r)Y_l^m(\theta, \varphi) \exp(i2\pi\nu t)$$

$$\xi_\theta = b(r) \frac{\partial Y_l^m(\theta, \varphi)}{\partial \theta} \exp(i2\pi\nu t)$$

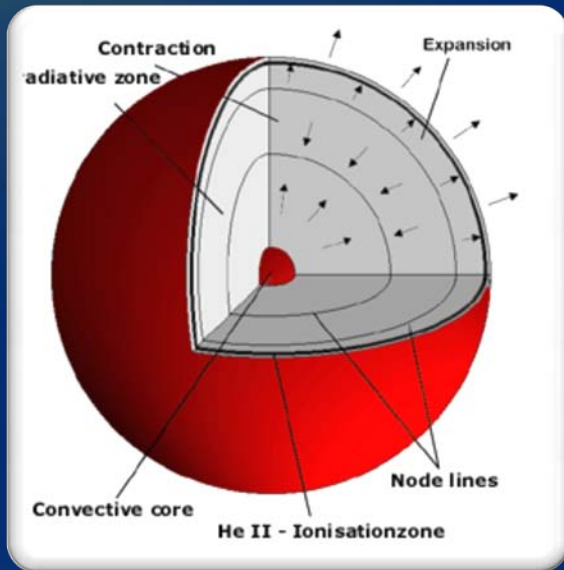
$$\xi_\varphi = \frac{b(r)}{\sin \theta} \frac{\partial Y_l^m(\theta, \varphi)}{\partial \varphi} \exp(i2\pi\nu t)$$



نوسان در سه بعد (شعاعی)

همانطور که گفتیم، برای بررسی نوسان در سه بعد، گره ها به صورت صفحه های دو بعدی خود را نمایان می کنند:

- یک گره (پوسته کروی) در راستای شعاع...
- دو گره (صفحه) در راستای سمتی و ارتفاعی...



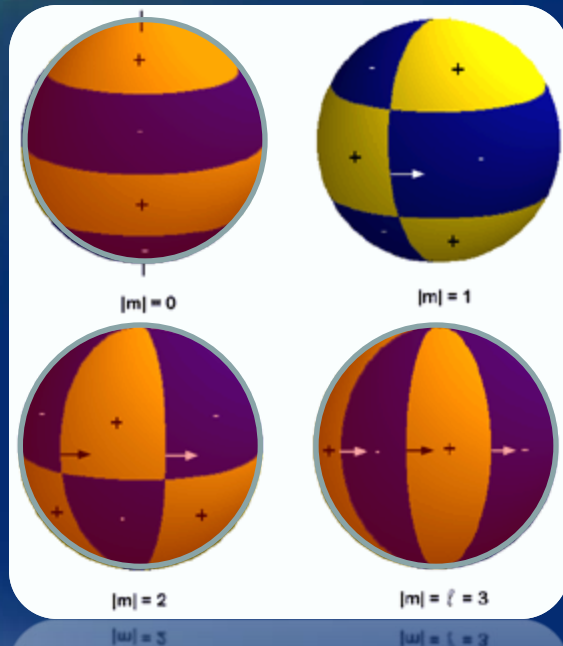
گره های نوسان های شعاعی در شکل مقابل نمایش داده شده اند:

نوسان کاملاً شعاعی در حالت $l=0$ و $m=0$ روی می دهد، در این حالت نوسان فقط در راستای شعاع انجام می شود و حجم ستاره با حفظ تقارن کروی بزرگ و کوچک می شود.

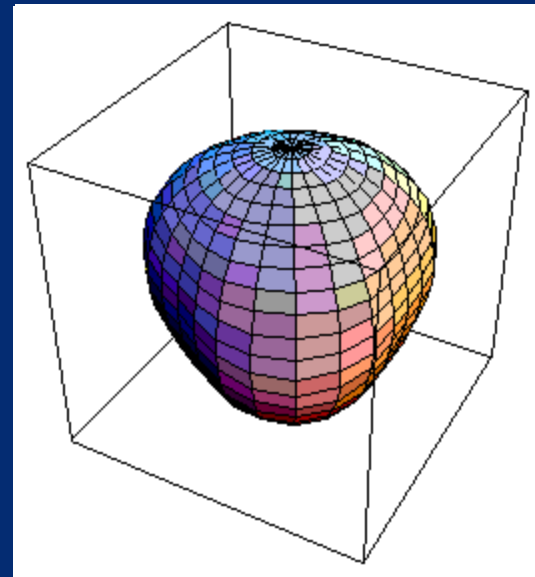


نوسان در سه بعد (غیر شعاعی)

در راستای غیر شعاعی، نوسان به مقادیر l و m بستگی دارد، به عنوان مثال هفت حالت نوسان برای $l=3$ در شکل زیر نشان داده شده است:



$l=3, m=3$





m ها...م

همانطور که حتما دقت کرده اید، تا به حال ما همیشه با مقدار m به صورت قدر مطلق برخورد کرده ایم، اما بیایید ببینیم چرا. دلیل آن به طرز تعریف پارامتر m بر می گردد؛ پارامتری بود که ما برای حل معادله لاپلاس در راستای (m) (معادله زیر) به آن نیازمند شدیم؛

$$\frac{1}{Q} \frac{d^2 Q}{d\varphi^2} = -m^2 \quad \longrightarrow \quad Q = e^{\pm im\varphi}$$

در معادلات حرکت، اگر این قسمت از هماهنگی های گروهی را از معادله هماهنگی خارج کنیم، می بینیم که در کنار فرکانس نوسانی ستاره قرار می گیرد و در مجموع چنین حالتی را در توان عدد m ، جدا از دیگر قسمت ها، ایجاد می کند:

$$\exp[i(2\pi\nu t + m\varphi)]$$

می بینیم که m های غیر صفر خود را به عنوان فاز برای وابستگی زمانی نشان می دهند. پس با توجه به اینکه m درجه آزادی در راستای طول جغرافیایی است، m مشخص کننده گره های متحرک طول جغرافیایی می باشد.



m ها...م

به زبان دیگر می توان گفت که در صورتی چرخش وجود نداشته باشد، اصلاً محور تقارنی وجود ندارد که بتوان از روی آن قطب و در نتیجه راستای سمتی تعریف کرد. پس m ها فقط در حضور چرخش می توانند خود را نمایان کنند.

برای بیان مطلب به صورتی دیگر، می توان گفت که از حل معادلات حرکت، می بینیم که فرکانس نوسان در نبود چرخش در m های مختلف تبهگن است؛ می بینیم که رابطه فرکانس با n ، l و m به این صورت است:

$$V_{nlm} = V_{nl0} - m(1 - C_{nl})\omega$$

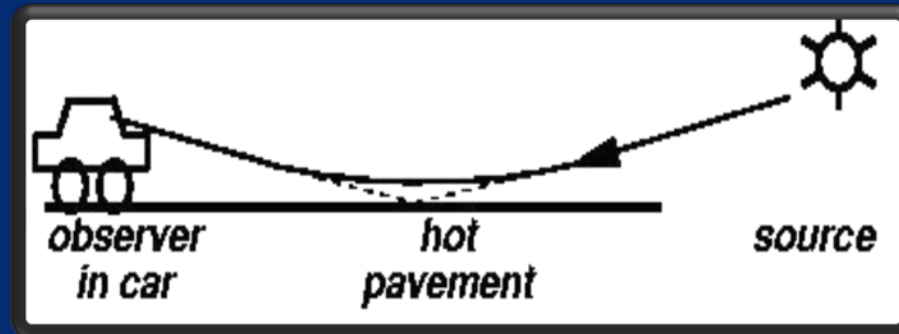
در نهایت می توان گفت که در اثر چرخش حالت هایی با m متفاوت که بدون چرخش همگی یک مقدار فرکانس داشتند همگی از هم با فاصله های ثابت جدا می شوند.

- از روی تعداد فرکانس های جدا شده (که برابر با $2l+1$ هستند) می توان l را بدست آورد و از فاصله آنها فرکانس چرخش و در نتیجه n را بدست آورد و در نتیجه از داخل ستاره خبر دار شد (رؤیای یک اختریفیک دان!!!)



انتشار یک موج فشاری درون ستاره

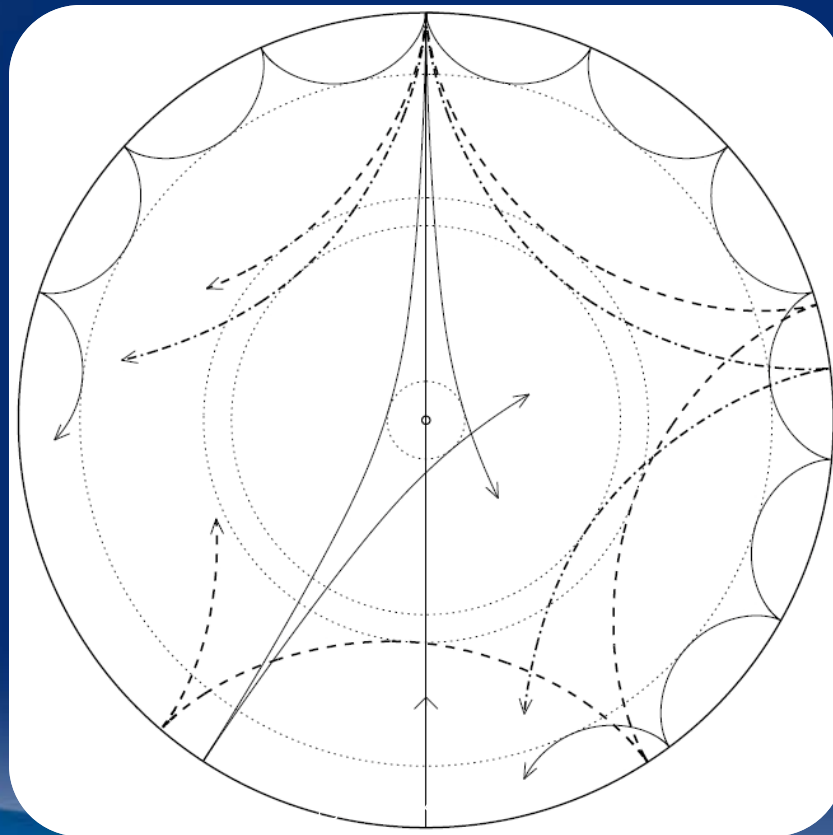
نوسان هایی که تا به حال معرفی کردیم همگی از نوع نوسان های فشاری (در مورد تار تک بعدی و سطح دو بعدی) یا آکوستیکی (در مورد فلوت و ستاره) بوده اند که هر دو از لحاظ فیزیکی به نوسان های فشاری معروف هستند. آن دست از نوساناتی که در راستای شعاع نیستند در نفوذ به عمق ستاره به دلیل اینکه دما در عمق ستاره بیشتر از لایه قبلی آن است، بعد از کمی طی مسیر کاملاً منعکس می شوند و دوباره به سطح بر می گردند، همانند اثری که در ایجاد سرآب می بینیم:



انتشار یک موج فشاری درون ستاره

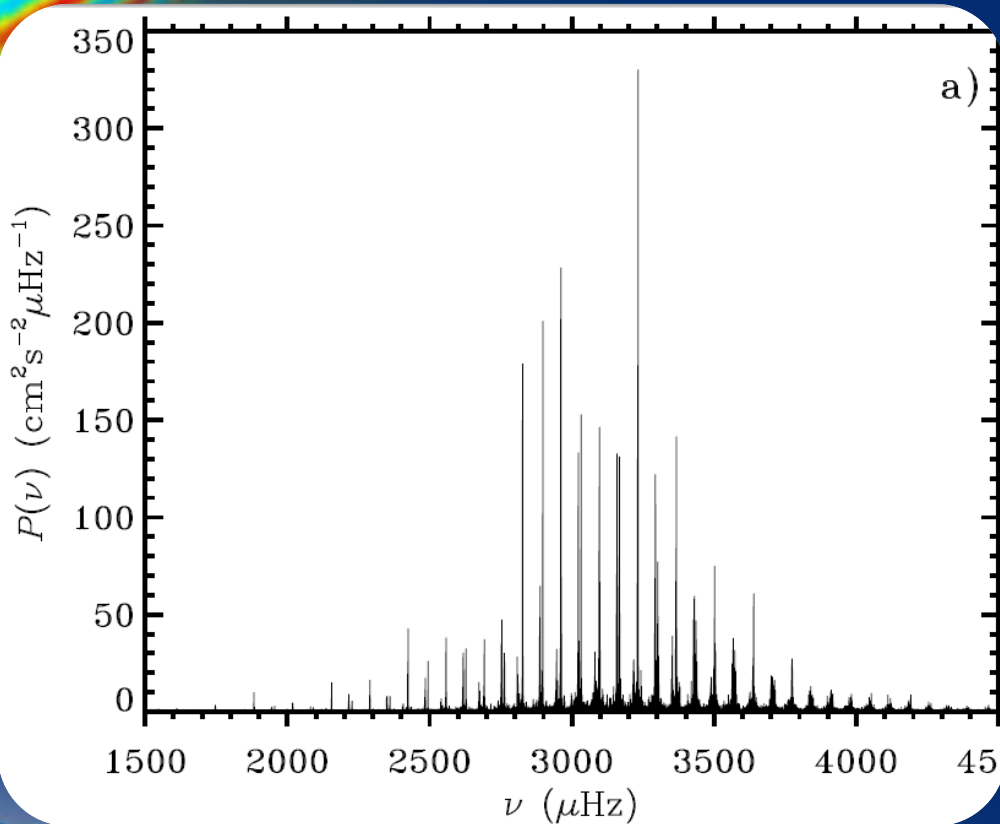


هرچند تعداد نقاط بازتاب با مقدار l دقیقاً برابر نیست، اما با افزایش مقدار l تعداد نقاط بازتاب بیشتر می شود. این مطلب به این معنی است که حالت های با l بالا، تا عمق کمی از ستاره نفوذ می کنند و حالت های با l پایین تا عمق بیشتر.





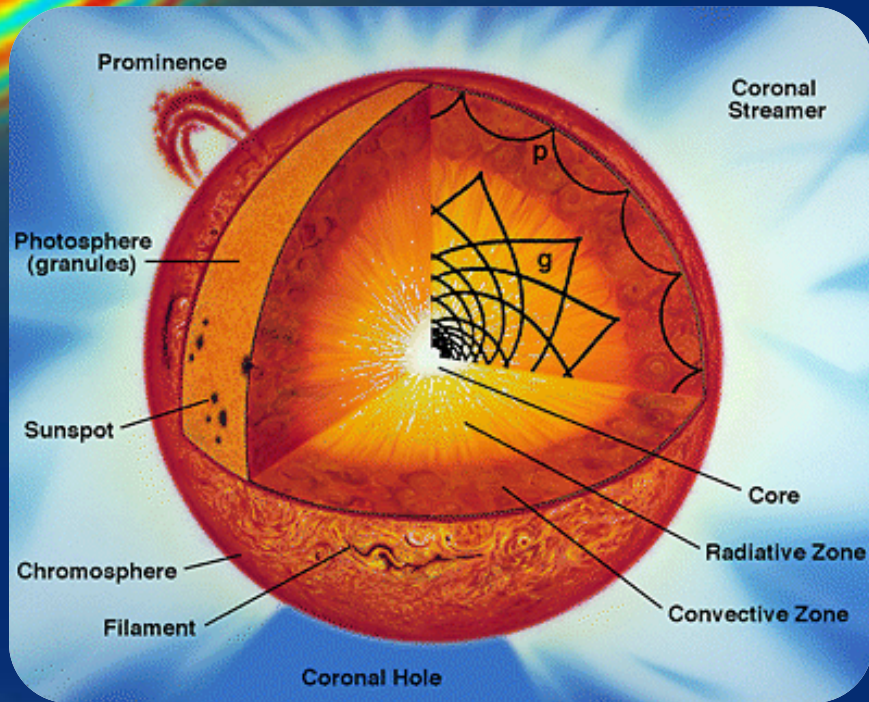
در مورد خورشید



تا به حال برای خورشید بیش از هزاران حالت نوسانی پیدا شده است که محدوده فرکانسی بسیار زیادی را شامل می شود (حدود 10^6 هرتز)، مشکل ما در مورد سایر ستاره ها این است که برای آنها ما آن تفکیک فضایی لازم را نداریم.

در مورد سایر ستاره ها فقط تغییر نور کل ستاره را می بینیم نه جزئی از آن را، این اصلی ترین محدودیت در مقایسه داده های خورشید و سایر ستاره ها می باشد.

در مورد خورشید



در مورد خورشید تا به حال توانسته ایم اطلاعات بسیار زیادی را از این روش ها بدست بیاوریم؛

- تمام لایه ها به همراه حرکتشان تا حدود نصف شعاع خورشید شناخته شده است
- بازه بدست آمده برای فرکانس های خورشیدی حدود یک میلیون هرتز است
- تا ۰.۷ شعاع خود، خورشید مانند یک جسم صلب حرکت می کند، اما بالا تر از آن به دلیل جریان های همرفتی دوره چرخش به عرض جغرافیایی بستگی دارد.
- و اطلاعات بسیار زیاد دیگر...



امواج گرانی درون ستاره

اینجا منظور از موج گرانی موج هایی هستند که در اثر نیروی ارشمیدس در سیال ایجاد می شوند.

برای درک بهتر نوسانات گرانی، یک حباب از گاز درون ستاره را در نظر بگیرید که نسبت به حالت تعادل خود به مقدار dr بالا آمده است؛

برایند نیروها برای حباب نهایی به این شکل خواهد بود، که با بسط تیلور می توان آن را به این شکل نوشت:

$$f_{net} = (\rho_f^{(s)} - \rho_f^{(b)})g \quad \longrightarrow \quad f_{net} = \left[\left(\rho_i^{(s)} + \frac{d\rho^{(s)}}{dr} dr \right) + \left(\rho_i^{(b)} + \frac{d\rho^{(b)}}{dr} dr \right) \right] g$$

با فرض اینکه چگالی حباب و محیط در حالت اولیه خود برابر بوده است، می بینیم که

$$f_{net} = \rho A g dr$$

نیرو به صورت زیر در می آید؛

که در آن A را می توان به صورت زیر نوشت:

$$A \equiv \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} - \frac{1}{\Gamma P} \frac{dP}{dr}$$

محمد خالقی



انتشار موج گرانی درون ستاره

در صورتی که $A > 0$ نیرو هم نجهت با dr (جابجایی) خواهد بود و در نتیجه حباب به حرکت خود (در هر راستا که شروع شده باشد) ادامه خواهد داد، این در واقع شرط ایجاد یک جریان همرفتی در سیال نیز می باشد. اما در صورتی که $A < 0$ ، آنگاه معادله نیرو مانند معادله هوک برای فنر خواهد بود، به این معنی که حباب در هر راستایی که حرکت کند، نیرو در جهت مخالف به آن وارد خواهد شد، در نتیجه حباب حول حالت تعادلی خود یک حرکت نوسانی خواهد داشت.

می بینیم که این فرکانس که به فرکانس برانت-ویسالا معروف است رابطه ای به این شکل پیدا می کند:

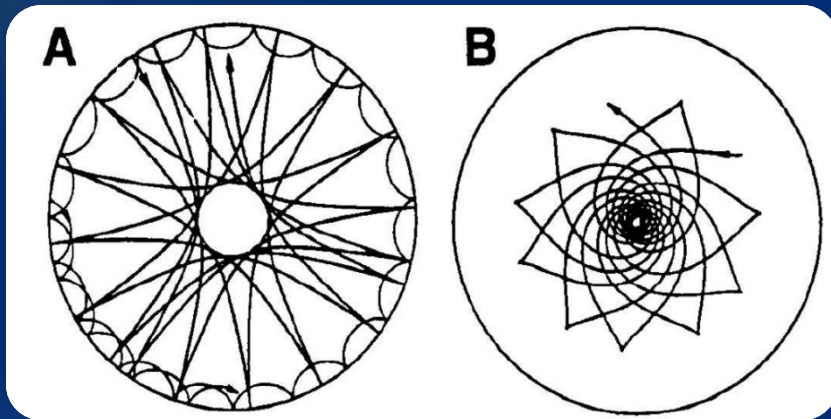
$$N = \sqrt{-Ag} = \sqrt{\left(\frac{1}{\Gamma P} \frac{dP}{dr} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \right) g}$$

همانطور که می بینیم این فرکانس برای مرکز ستاره ($g=0$) و سطوح قسمت های همرفتی (دایره هایی که در آنها $A=0$) صفر می باشد.



مقایسه امواج گرانی و فشاری

- هر چه مقدار l در حالت نوسانی فشاری افزایش پیدا می کند، فرکانس بیشتر می شود ولی در نوسانات گرانی با افزایش l کمتر می شود.
- نوسانات فشاری بیشتر وابسته به شرایط سطحی ستاره هستند در حالی که نوسانات گرانی به عمق ستاره وابسته هستند. در شکل زیر قسمت A دو حالت نوسان فشاری با $l=100$ و $l=2$ نمایش داده شده است، در حالی که در قسمت B ، یک حالت نوسان گرانی با نمایش داده شده است.



- در حالت مجانبی فاصله فرکانس های پی در پی فاصله های یکسان دارند، در حالی که برای نوسان های گرانی می بینیم که در حالت مجانبی (n خیلی بزرگتر از l) دوره برای حالت های مختلف فاصله های یکسان خواهد داشت.



فیزیک نوسان های ستاره ای

- نوسانات شعاعی ستارگان تپنده نتیجه انتشار و تشدید امواج صوتی درون یک ستاره است.
- یک تخمین بسیار ایده آل از دلیل فیزیکی دوره یک ستاره این است که ستاره را یک کره گازی فرض کنیم که چگالی در کل آن ثابت باشد.
- ساده ترین تفسیر دوره این است که دوره، مدت زمانی است که یک موج با سرعت صوت در راه است تا قطر ستاره را طی کند.

$$v_s = \sqrt{\frac{\Gamma P}{\rho}}$$

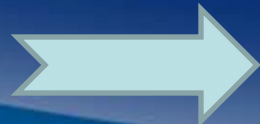
• سرعت صوت:

- با استفاده از معادله تعادل هیدرواستاتیک برای ستاره می بینیم:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{4}{3}\pi G\rho^2 r$$



$$P(r) = \frac{2}{3}\pi G\rho^2 (R^2 - r^2)$$



$$\Pi \approx 2 \int_0^R \frac{dr}{v_s} = 2 \int_0^R \frac{dr}{\sqrt{\frac{2}{3}\Gamma G\rho(R^2 - r^2)}} = \sqrt{\frac{3\pi}{2\Gamma G\rho}}$$

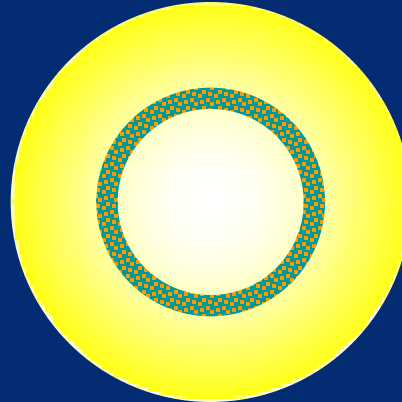
محمد اخلاقی



دلیل ایجاد نوسان



۱. در یک قسمت از نوسان، یک لایه (لایهٔ ایجاد کنندهٔ نوسان) نمی تواند مقابل گرانش مقاومت کند و به درون ستاره سقوط می کند:



۲. در اثر سقوط و به دلیل افزایش فشار، لایه فشرده تر و در نتیجه گرم تر می شود و در اثر این تغییرات تیرگیش مقابل گذر انرژی بیشتر می شود. (در شرایطی بسیار خاص این اتفاق روی می دهد)



۳. به دلیل افزایش تیرگی انرژی زیر لایه افزایش پیدا می کند و دمای آن را بالا تر می برد

تیرگی:

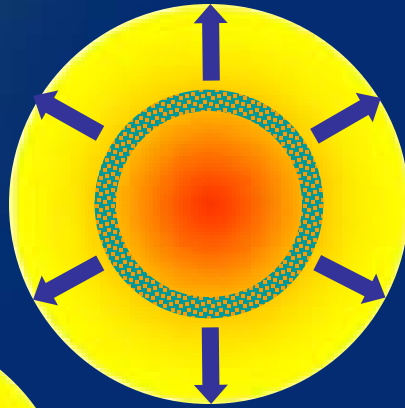
$$\kappa \propto \rho / T^{3.5}$$

محمد اخلاقی

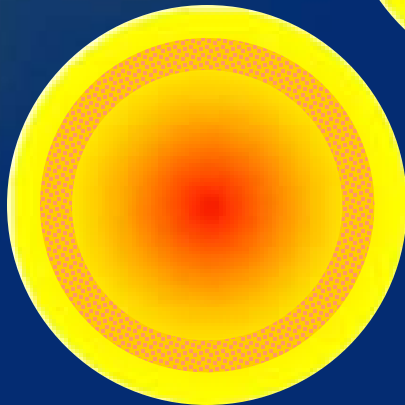


دلیل ایجاد نوسان

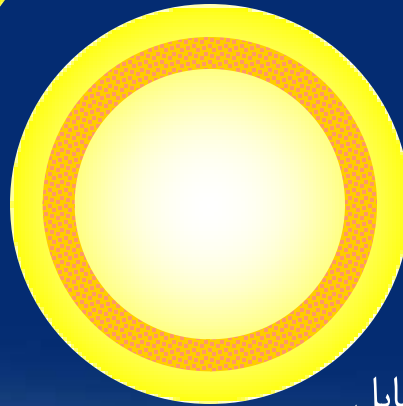
۴. فشار و گرمای لایه افزایش پیدا می کند و لایه منبسط می شود.



۵. در حالی که لایه منبسط می شود گرما را به محیط منتقل می کند.



۶. دیگر تیرگی زیاد نیست و گرما از مرکز ستاره بیرون می آید.



۷. به دلیل سرد بودن نمی تواند مقابل

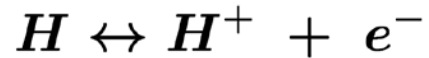
گرانش دوام بیاورد و به درون ستاره محمد اخلاقی

سقوط می کند



دلیل ایجاد نوسان

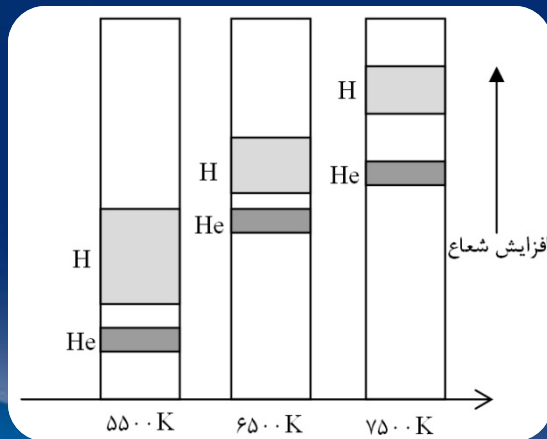
- در یک ستاره واقعی چنین خاصیتی (افزایش تیرگی در اثر افزایش فشار و گرما) را لایه های پاره یونیزه هیدروژن و هلیوم دارند:
- در لایه پاره یونیزه هیدروژن این دو فرایند روی می دهند:



- در لایه پاره یونیزه هلیوم این فرایند روی می دهد:



- محل و اندازه این دو لایه بستگی به دمای ستاره (دمای سطحی) دارد.





تحلیل داده های رصدی

- برای سادگی فرض می کنیم که فقط یک حالت نوسانی در منحنی نوری وجود دارد. در این صورت با فرض اینکه نوسان در حالت هارمونیک ساده است، را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$v(t) = a_0 \cos(\omega_0 t - \delta_0)$$

در عمل $v(t)$ قدر ستاره است.

$$\tilde{v}(\omega) = \int_0^T v(t) e^{i\omega t} dt$$

- با انجام تبدیل فوریه v را بر حسب فرکانس می نویسیم:

$$\tilde{v}(\omega) = \frac{T}{2} a_0 \left\{ e^{i[T/2(\omega + \omega_0) - \delta_0]} f\left[\frac{T}{2}(\omega + \omega_0)\right] + e^{i[T/2(\omega - \omega_0) + \delta_0]} f\left[\frac{T}{2}(\omega - \omega_0)\right] \right\}$$

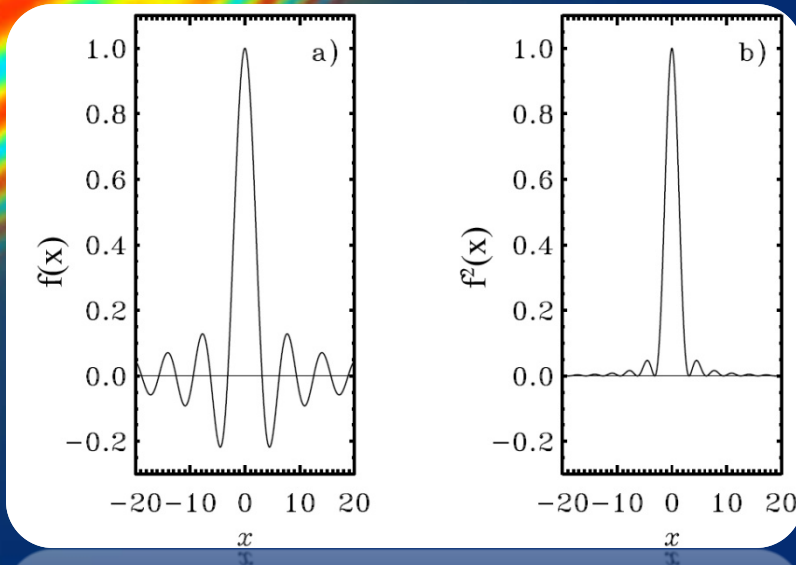
که در آن $f(x)$ به صورت زیر می باشد:

$$f(x) = \frac{\sin x}{x}$$

محمد اخلاقی



تحلیل داده های رصدی



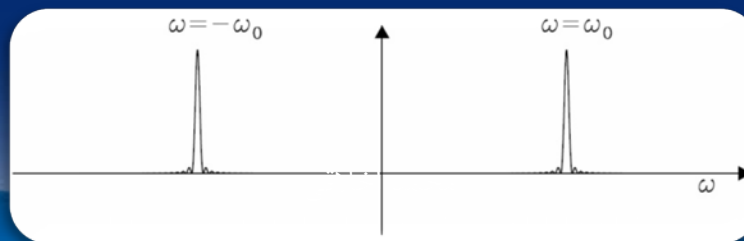
- در شکل زیر می توانید نمودار $f(x)$ و $f^2(x)$ را بر حسب x ببینید:
- دیده می شود که در عمل $f^2(x)$ مفید تر از $f(x)$ می باشد، به همین دلیل از این به بعد با $f^2(x)$ کار می کنیم:

$$P(\omega) = |\tilde{v}(\omega)|^2$$

- این طیف توانی برای یک نوسان هماهنگ با یک فرکانس می شود:

$$P(\omega) = \frac{1}{4} T^2 a_0^2 \left[2f\left[\frac{T}{2}(\omega - \omega_0)\right] f\left[\frac{T}{2}(\omega + \omega_0)\right] \cos(\omega_0 T - 2\delta_0) + f^2\left[\frac{T}{2}(\omega - \omega_0)\right] + f^2\left[\frac{T}{2}(\omega + \omega_0)\right] \right]$$

- در صورتی که ωT خیلی بزرگ باشد، جمله اول از بین می رود و طیف دو جمله دوم به صورت زیر نمایش داده می شود:





تحلیل داده های رصدی

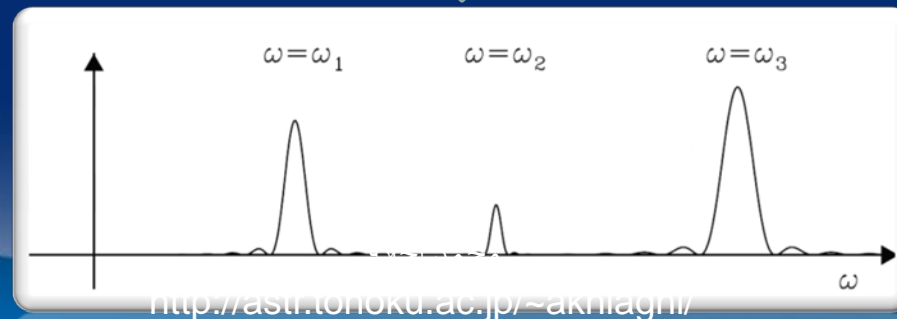
- پس می توان از قسمت منفی طیف توانی صرف نظر کرد و فقط قسمت مثبت آن را در نظر گرفت، آنگاه طیف توانی به صورت زیر در خواهد آمد:

$$P(\omega) \approx \frac{1}{4} T^2 a_0^2 f^2 \left[\frac{T}{2} (\omega - \omega_0) \right]$$

در صورتی که چند فرکانس نوسانی همزمان در حال نوسان باشند آنگاه تابع اولیه ما به صورت زیر خواهد بود:

$$v(t) = a_1 \cos(\omega_1 t - \delta_1) + a_2 \cos(\omega_2 t - \delta_2) + a_3 \cos(\omega_3 t - \delta_3) + \dots$$

با اعمال فرضیات قبل می بینیم که نمودار طیف توانی به صورت زیر در می آید





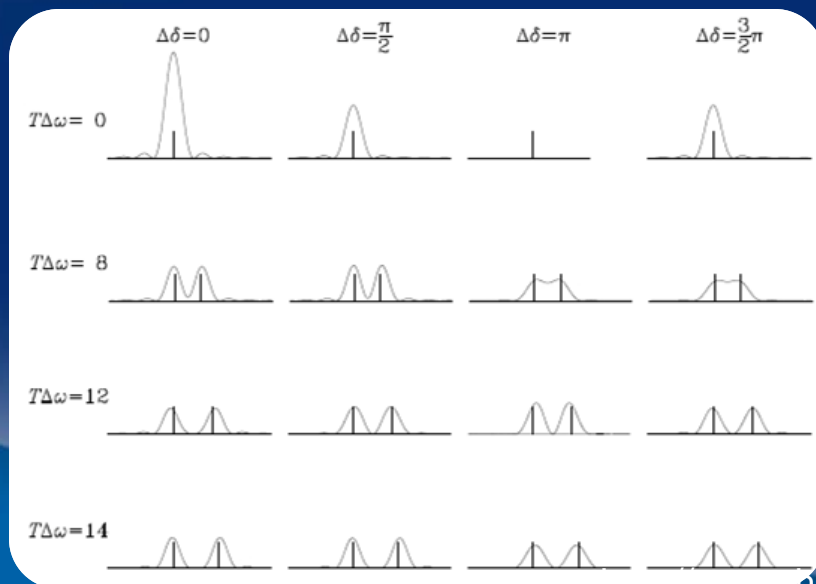
تحلیل داده های رصدی

به عنوان مثال در صورتی که نوسان مجموع دو نوسان باشد آنگاه:

$$v(t) = a_1 \cos(\omega_1 t - \delta_1) + a_2 \cos(\omega_2 t - \delta_2)$$



$$P(\omega) = \frac{T^2}{4} \left\{ a_1^2 f^2 \left[\frac{T}{2} (\omega - \omega_1) \right] + a_2^2 f^2 \left[\frac{T}{2} (\omega - \omega_2) \right] + 2a_1 a_2 f \left[\frac{T}{2} (\omega - \omega_1) \right] f \left[\frac{T}{2} (\omega - \omega_2) \right] \cos \left[\frac{T}{2} (\omega_2 - \omega_1) - (\delta_2 - \delta_1) \right] \right\}$$

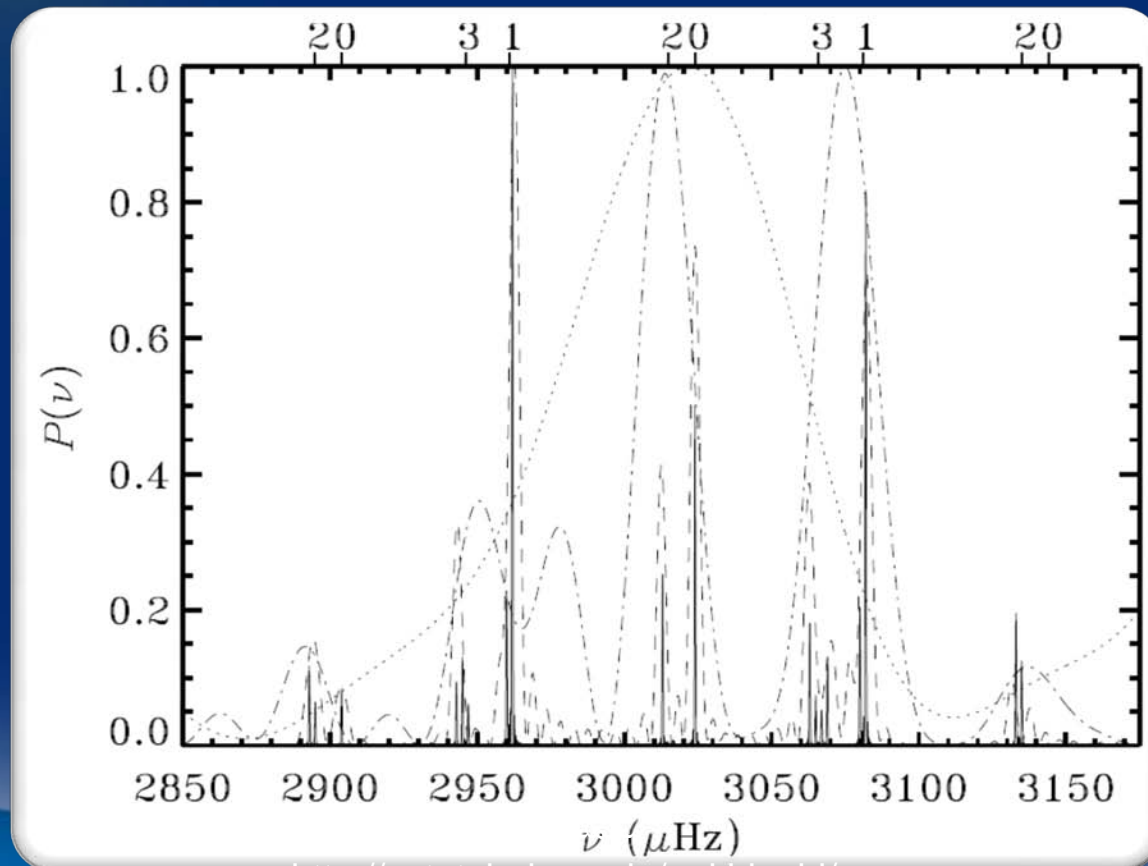


تنها در صورتی که $T|\omega_i - \omega_j|$ خیلی بزرگ باشد، جمله تداخل (جمله سوم) از بین می رود و می توان دو فرکانس را از هم تفکیک کرد، اما در صورتی که این شرط روی ندهد، تداخل تا حدی بین دو فرکانس روی می دهد، که به فاز و $T\Delta\omega$ بستگی دارد.



تحلیل داده های رصدی

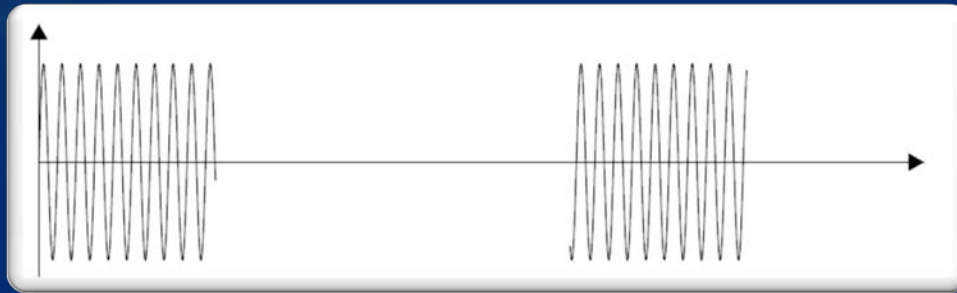
- بیابید به یک مدل ساختگی نگاه کنیم، در این مدل حالت نوسانی $l=3$ در نظر گرفته شده است، یک قسمت کوچکی از طیف توانی بدست آمده از منحنی نوری ستاره در این شکل آمده است.





وقفه در داده گیری...

- در مدت روز امکان داده گیری وجود ندارد، پس در عمل با وقفه هایی در داده گیری ایجاد می شود.
- منحنی نوری این وقفه شبیه شکل زیر می باشد.



- در این صورت انتگرال فوریه به صورت زیر تغییر پیدا می کند:

$$\tilde{v}(\omega) = \int_0^T v(t) e^{i\omega t} dt + \int_{\tau}^{\tau+T} v(t) e^{i\omega t} dt$$

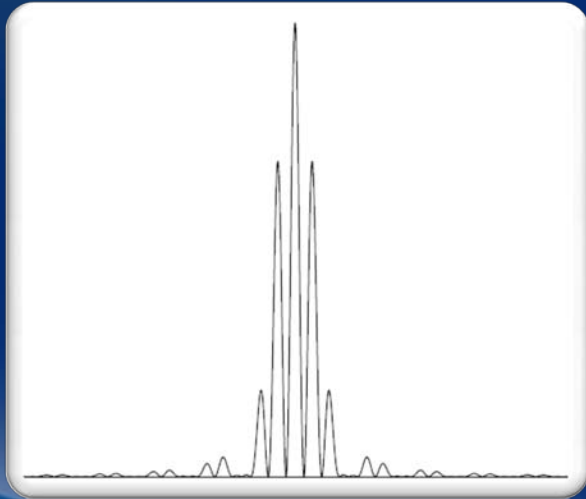


وقفه در داده گیری...

- طیف توانی که از داده های وقفه دار بدست می آید را می توان با معادله زیر نمایش داد:

$$P(\omega) = T^2 a_0^2 \cos^2 \left[\frac{\tau}{2} (\omega - \omega_0) \right] f^2 \left[\frac{T}{2} (\omega - \omega_0) \right]$$

- می بینید که طیف توانی شبیه حالت قبل است، با یک جمله کسینوس به توان دو همراه شده است، این جمله باعث می شود که طیف حالت ساده قبل را نداشته باشد و همیشه حداقل دو قله مجازی نمایان شوند.





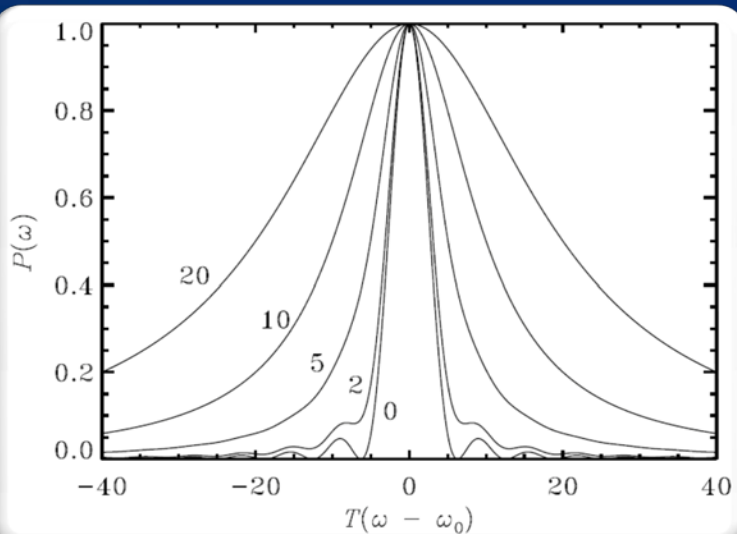
میرایی در نوسان ستاره

- از عوامل آزار دهنده دیگر، میرایی در نوسان ستاره است، در این صورت باید معادله نوسان را چنین بنویسیم:

$$v(t) = a_0 \cos(\omega_0 t - \delta_0) e^{-\eta t}$$

- در این صورت معادله طیف توانی به صورت زیر در می آید، که یک طیف لورنتزی است.

$$P(\omega) = \frac{1}{4} \frac{a_0^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \eta^2}$$



- در صورتی که ηT خیلی کوچک باشد، طیف شبیه به $f^2(x)$ خواهد بود و در صورتی که بزرگ باشد به سمت طیف لورنتزی خواهد بود.

محمد اخلاقی

<http://astr.tohoku.ac.jp/~akhlaghi/>



مشاهدات دلتا اسکوتی ها

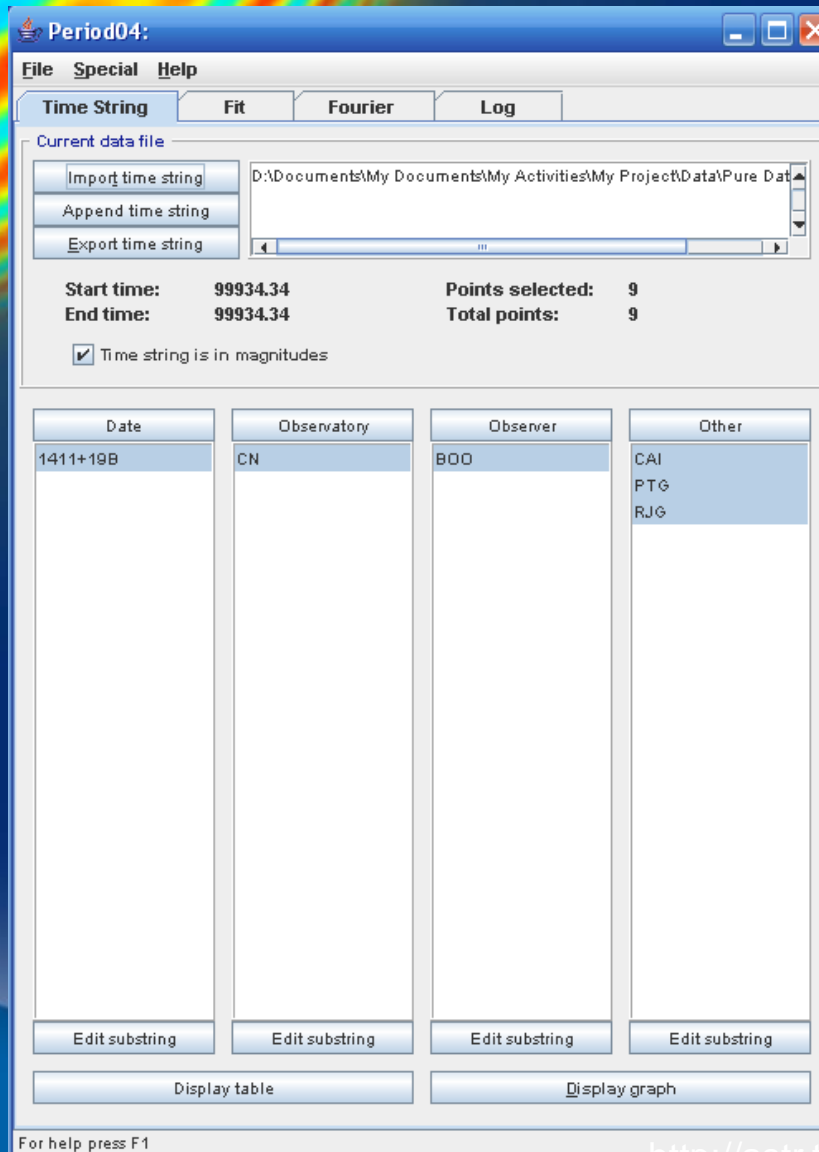
- به طور کلی جرم ستارگان دلتا اسکوتی بین ۲ تا ۲.۵ برابر جرم خورشید است.
- اکثر آنها مراحل سوخت هیدروژن درون هسته خود را تازگی تمام کرده یا در حال تمام کردند.
- این ستارگان دوره هایی بسیار کوتاه بین ۲۰ دقیقه تا ۸ ساعت دارند، در این گونه ستارگان حالت های نوسانی پایین برانگیخته می شوند.
- برای از بین بردن وقفه در حال حاضر فعال ترین گروه گروه DSN است، که مرکز آن در وین است و با رصدخانه هایی سرتاسر کره زمین همکاری می کند؛



محمد اخلاقی

<http://astr.tohoku.ac.jp/~akhlaghi/>

نرم افزار Period04



- این نرم افزار ویرایش جدیدی از نرم افزار **Period98** است که در سال ۱۹۹۸ توسط آقای اسپرل (Sperl) طراحی شده بود.

- وظیفه اصلی این نرم افزار تحلیل سری های زمانی بلند مدت نجومی با وقفه در داده گیری است.
- این نرم افزار کاملا مجانی و برای کاربرد تمام علاقه مندان روی اینترنت قرار داده شده است.

- الگوریتم های مورد استفاده این نرم افزار الگوریتم های فوریه و کمترین مجذور چندگانه (**Multiple-least-square**) می باشند. این نرم افزار همچنین با استفاده از تقریب های مونت کارلو دقت بدست آوردن هر فرکانس را محاسبه می کند و ارتقاء می دهد.

محمد اخلاقی

<http://astr.tohoku.ac.jp/~akhlaghi/>



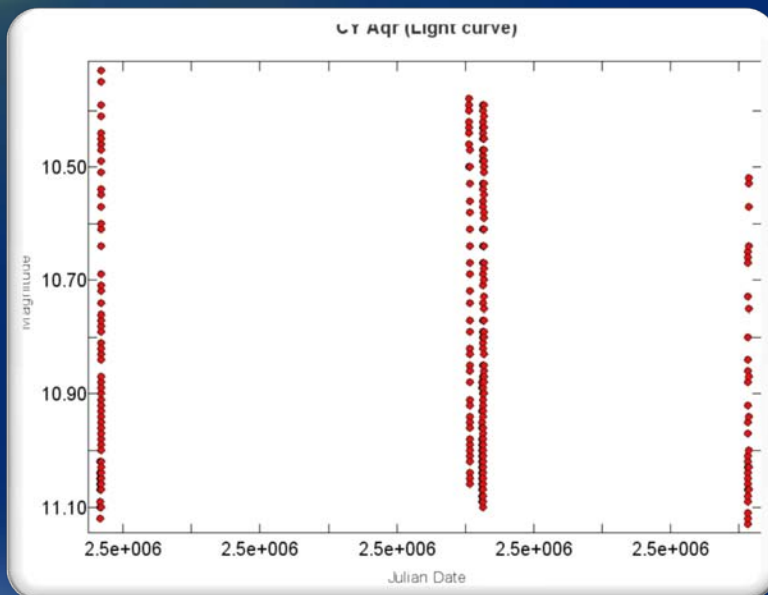
انتخاب ستارگان

- ستارگان مورد تحقیق در این تحقیق همگی از جدول رودریگز و همکاران ۲۰۰۰ انتخاب شدند.
- داده ها از پایگاه داده های کانون مشاهده گران ستارگان متغیر آمریکا؛ AAVSO گرفته شد.
- در نهایت سه ستاره CY Aqr ، KZ Hya و XX Cyg انتخاب شدند.
- در مورد این سه ستاره به ترتیب ۳۶۱، ۱۳۴ و ۱۱۶ داده رصدی برای تحلیل وجود داشت.
- تحلیل داده ها با کمک برنامه Period04 انجام شد.
- هر سه ستاره از گونه ستاره های SX Phe می باشند.

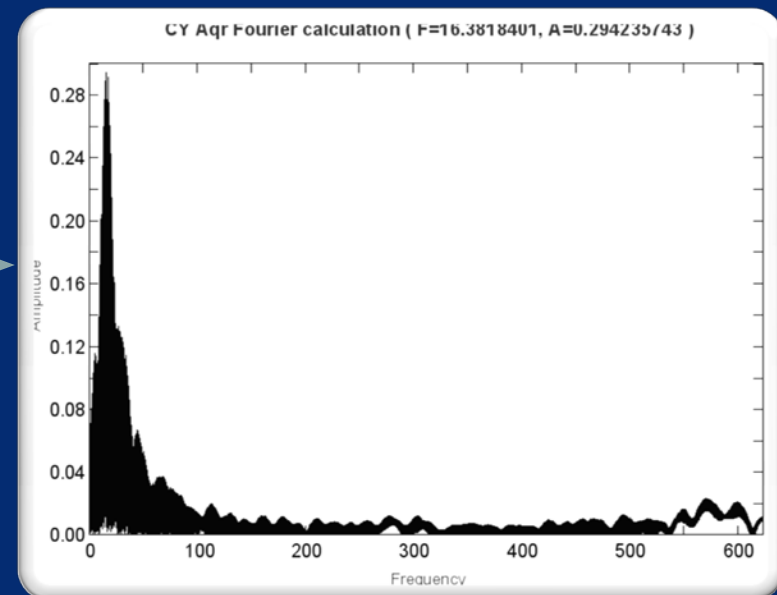


ستارهٔ CY Aqr

- منحنی نوری بدست آمده از این ستاره (که از سایت AAVSO گرفته شده است، شامل ۳۶۱ دادهٔ رصدی است که طی ۴۷ شب این داده ها توسط سه نفر ثبت شده است. منحنی نوری این ستاره (ناشی از این داده ها) توسط بدین شکل است:



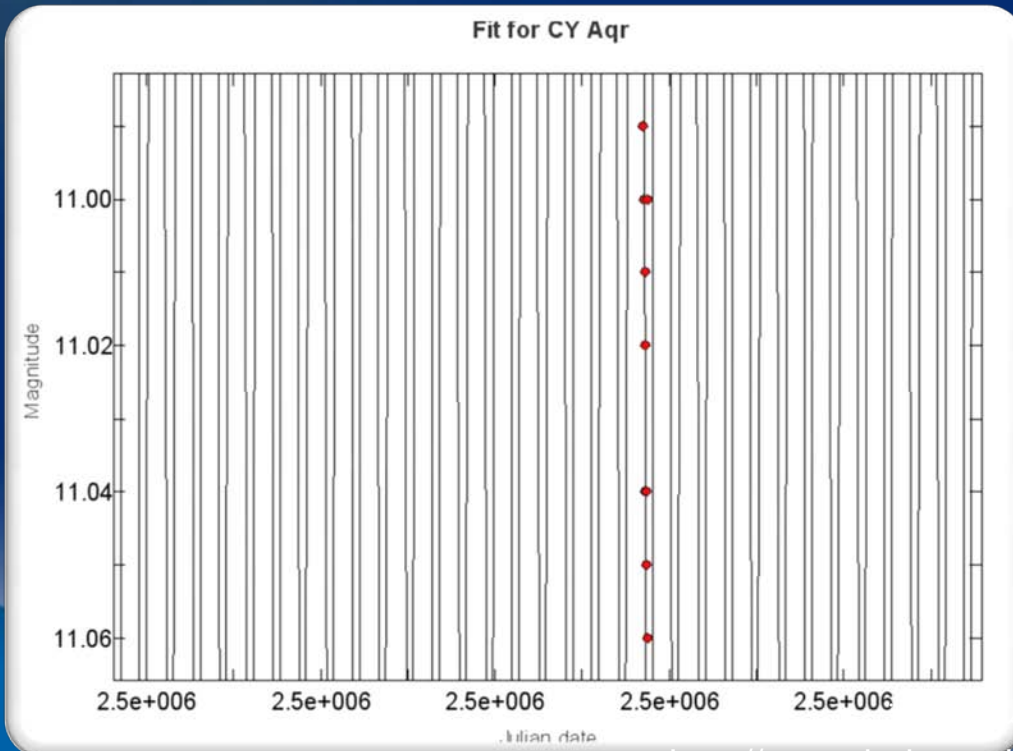
بعد از تبدیل
فوریه





ستارهٔ CY Aqr

- بعد از انجام عملیات روی داده ها، مقادیر تصحیح شدهٔ زیر برای فرکانس ماکزیموم تبدیل فوریه به این شکل بدست می آید: ۱۶.۳۸۲۰۴۵۹ دور بر روز، با دامنهٔ ۰.۲۸۸۷۵۶۶۳۲ و فاز ۰.۵۸۰۹۶۱ .
- با جا گذاری این اعداد به عنوان فرکانس، دامنه و فاز می بینیم که منحنی نوسان بدست آمده و داده ها با هم همخوانی خوبی دارند:



که آقای مکنامارا و همکاران در سال ۱۹۹۶ میلادی در مقاله ای تحت عنوان "خواص فیزیکی ستارهٔ *SX Phe* با نام *CY Aqr*" خواص فیزیکی این ستاره را مورد بررسی قرار داده اند (McNamara et al. 1996). نتیجهٔ آنها برابر ۱۶.۳۶۳۶ دور بر روز بدست آمد.

خطا: ۰.۰۲ دور بر روز

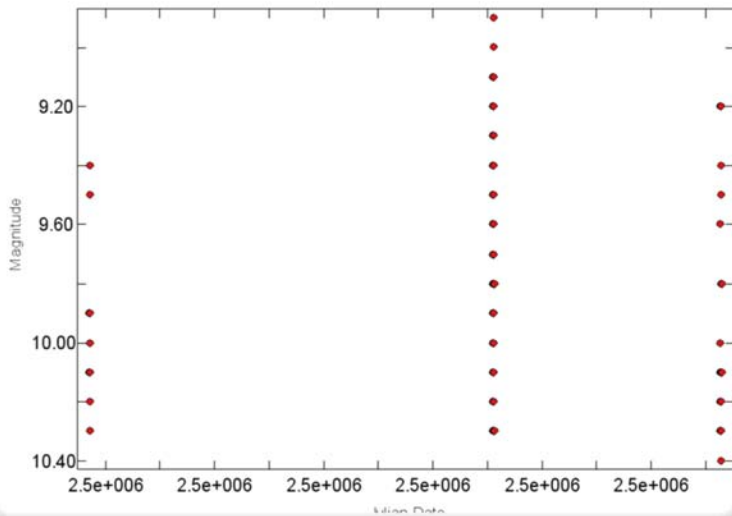




ستاره KZ Hya

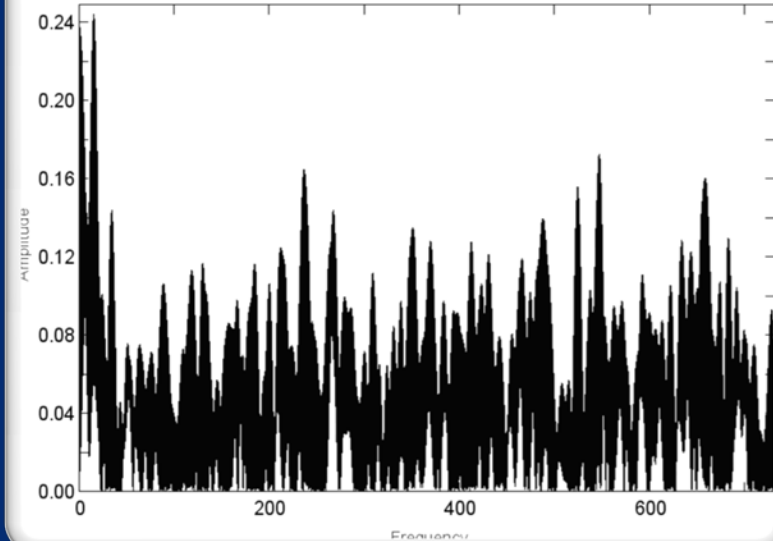
- منحنی نوری بدست آمده از این ستاره شامل ۱۳۴ داده رصدی است که در طول ۴۲ شب این داده ها توسط هشت نفر ثبت شده است. منحنی نوری این ستاره بدین شکل است.

KZ Hya (Light curve)



بعد از تبدیل
فوریه

KZ Hya Fourier calculation (F=16.0430715, A=0.243946366)





ستاره KZ Hya

- فرکانس اولیه بدست آمده بر اساس ماکزیموم تبدیل فوریه ۱۶۰۴۳۰۷۱۵ دور در روز محاسبه می شود. بعد از تصحیحات و پیدا کردن فاز فرکانس، دامنه و فاز این نقطه ماکزیموم برابر ۱۶۰۴۲۷۰۳۸ دور بر روز، ۰.۲۴۹۸۶۶۷۸۳ و ۰.۷۷۲۵۱۹ خواهد بود.
- برای این ستاره نیز، بعد از جستجو در منابع مختلف علمی، مقاله آقای دونسل و همکاران (Doncel et al 2004) تحت عنوان "فوتومتری توسط CCD از ستاره KZ Hya توسط تلسکوپ ۴۵ سانتیمتری پاراگوئه" پیدا شد که دوره نوسان این ستاره را با تقریب ۱۶.۹۱۷۵۰۸ دور بر روز بدست آورده بودند.

خطا: ۰.۸ دور بر روز

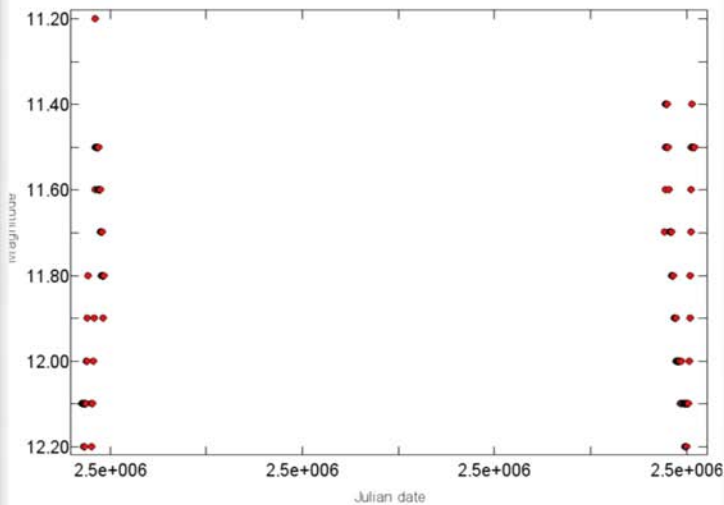
- داده های این ستاره خوب نبودند! خطای زیاد در مقایسه با مقاله آقای دونسل و همچنین نا هماهنگی نمودار نوسانات حاصله با داده ها شاهدهی بر این ادعا هستند.

ستارهٔ XX Cyg



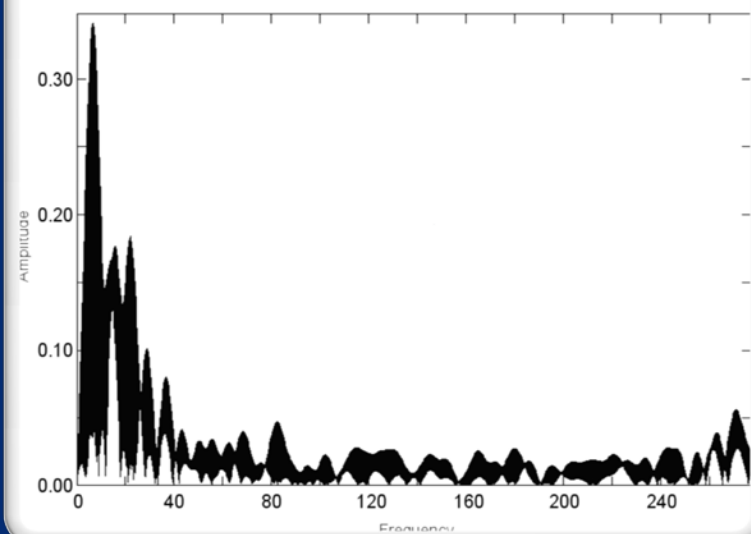
- منحنی نوری بدست آمده از این ستاره که از سایت AAVSO گرفته شده است، شامل ۱۱۶ دادهٔ رصدی است که در زمان طول ۳ شب این داده ها توسط دو نفر ثبت شده است. منحنی نوری این ستاره بدین شکل است.

XX Cyg (Light curve)



بعد از تبدیل
فوریه

XX Cyg Fourier calculation (F=6.75124034, A=0.340951801)

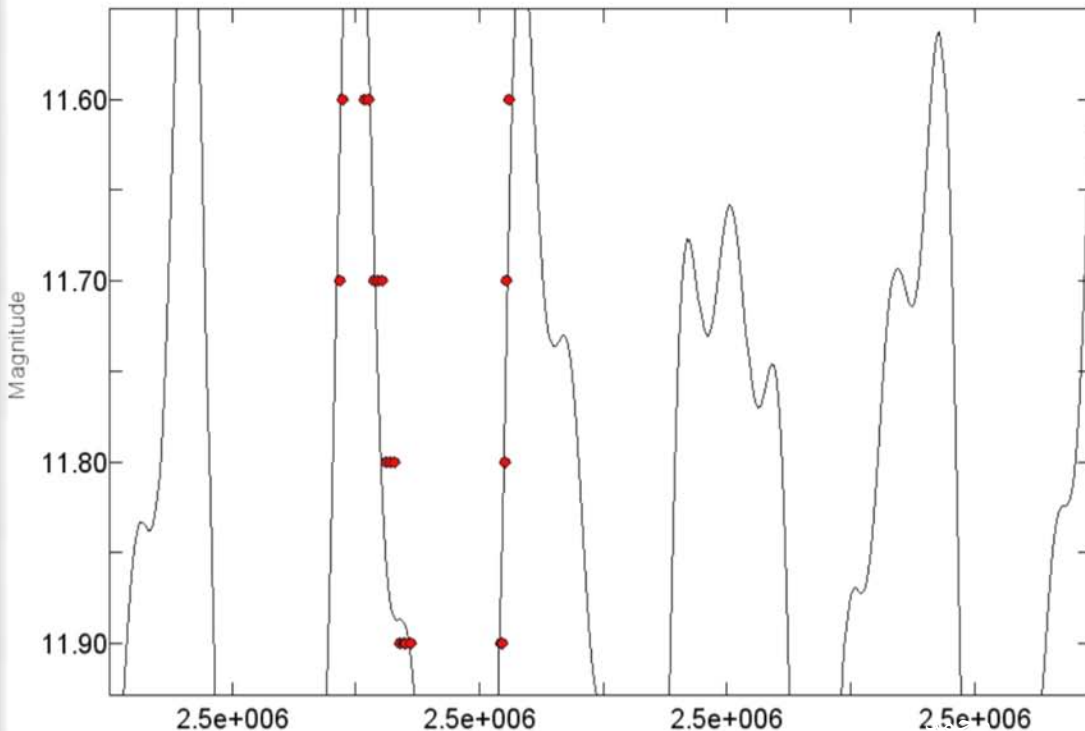




ستارهٔ XX Cyg

- فرکانس اولیهٔ بدست آمده بر اساس ماکزیموم تبدیل فوریه ۰.۳۴۰۲۴۱۷۵۶ دور در روز محاسبه می شود. بعد از تصحیحات و پیدا کردن فاز فرکانس، دامنه و فاز این نقطهٔ ماکزیموم برابر ۰.۷۴۲۲۳۷۱ دور بر روز، ۰.۳۰۶۹۸۲۷۱۶ و ۰.۶۴۲۶۶۶ خواهد بود.

Fit for XX Cyg



در رابطه با ستارهٔ XX Cyg نیز مقالهٔ "تغییرات دامنه و دورهٔ ستارهٔ XX Cyg" توسط ژو و همکاران (سال ۲۰۰۲ میلادی) مطالعه شد، در این مقاله ژو و همکاران فرکانس این ستاره پیدا کرده بودند.

خطا: ۰.۶۷ دور بر روز

منابع



- Akbari M. (2007). Adaptive Optics, Giti Magazine, Spring 2007 (not yet published)
- Blake C., Fox D. W., Park H. S. & Williams G. G. (2002). *A search for period changes in Scuti stars with the super-LOTIS Sky patrol system*. Astronomy & Astrophysics; arXiv:astro-ph/0211158v1
- Breger M., Lenz P., Antoci V., Guggenberger E., Shobbrook R. R., Handler G., Ngwato B., Rodler F., Rodriguez E., Lopez de Coca P., Rolland A., Costa V. (2005), *Detection of 75+ pulsation frequencies in the δ Scuti star FG Virginis*, Astronomy and Astrophysics, 435, 955.
- Breger M., Garrido R., Handler G., Wood M. A., Shobbrook R. R., Bischoff K. M., Rodler F., Gray R., Stankov A., Martinez P., O'Donoghue D., Szabó R., Zima W., Kaye A., Barban C. & Heiter U., *29 frequencies for the Scuti variable BI CMi: the 1997-2000 multisite campaigns*.
- Brown T. M. & Christensen-Dalsgaard J. (1990). *A technique for estimating complicated power spectra from time series with gaps*. The Astrophysical Journal, 349:667-674, 1990
- Christensen-Dalsgaard J. (2003). *Lecture notes on stellar oscillations* (fifth edition)
- Doncel F., Troche A. & Noguchi T. (2004). *CCD photometry of KZ Hya using the 45cm telescope in Paraguay*. Astrophysics and Space Science 290; 399-408.
- Handler G. (2006). *Observational aspects of Asteroseismology*. Comm. In. Asteroseismology. Vol. 147. 2006
- Jackson J. D. (1998). *Classical Electrodynamics* (Third edition). John Wiley & Sons Inc.



- Kollath Z. & Keuler J. (2004). *Stellar acoustics as input for music composition*. Conference on Interdisciplinary Misocology (CIM04).
- Kurtz D. W. (2006). *Stellar pulsation: an overview*. Comm. In. Asteroseismology. Vol. 147. 2006
- Lampens P. & Boffin H.M.J (2000). *Scuti stars in stellar systems: a Review*. ASP Conference Series, Vol. N, 2000.
- Ledoux P. (1951). ApJ 143, 373
- Lenz P. & Breger M. (2005), *Period04 user guide*, Comm. In Asteroseismology, Vol 146.
- McNamara D. H., Powel J. M. & Joner M. D. (1996). *The physical properties of the SX Phoenicis star CY Aquarii*. PASP 108: 1098-1104
- Ostlie D. A., Carroll B. W. (1996). *An introduction to modern stellar astrophysics* Addison-Wesley Publishing Company, Inc
- Rodriguez E., Lopez de Cota P., Rolland A. & Garrido R. Costa V. (1994). *Scuti stars: a new revised list*. Astron. Astrophys. Suppl. Ser. 106, 21-28 (1994)
- Rodriguez E., Lopez-Gonzalez J. & Lopez de Coca P. (2000) *A list of Scuti stars and their associated Parameters*. ASP Conference Series, Vol. 210, 2000.
- Samadi R., Goupil M. J. & Houdek G. (2002), *Solar like oscillations in Scuti stars*, Astronomy and Astrophysics, Arxiv:astro-ph/0208573 v.1.
- Thaller B. (2005), *Advanced visual quantum mechanics*, Springer Science+Buisness Media, Inc.
- Zhou A. I., Jiang S. Y., Chayan B. & Du B. T. (2002). *Amplitude and period changes in the SX Phoenicis star XX Cyg*. Astrophysics and Space Science 281; 699-714.

محمد اخلاقی



با تشکر از...



• **دکتر نعمت الله ریاضی**

استاد بخش فیزیک دانشگاه شیراز

• **دکتر محمد نوری**

دانشیار گروه فیزیک دانشگاه تهران

• **مرجان اکبری**

دانشجوی کارشناسی فیزیک دانشگاه شیراز

• **روح الله عبداللهی**

دانشجوی کارشناسی ارشد کیهان شناسی دانشگاه تهران

محمد اخلاقی

<http://astr.tohoku.ac.jp/~akhlaghi/>



و نهایت تشکر از شما که در اینجا حضور پیدا کردید

محمد اخلاقی

<http://astr.tohoku.ac.jp/~akhlaghi/>