

天体物理学式 課題番号壱拾貳番

解答例

[20070705 出題]

Yuji Chinone

1

1 μG の一様磁場中を相対論的な速度で運動する陽子のラーマー半径が、10 kpc になるには、陽子のエネルギー $\gamma m_p c^2$ は幾ら以上であればよいか。eV 単位で答えよ。

1-1

一様磁場 \mathbf{B} の中を運動する相対論的陽子を考える。電場が存在しない状況を考える。陽子の運動方程式は

$$\frac{d}{dt}(\gamma m_p \boldsymbol{\beta}) = \frac{e}{c} \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{B} \quad (1)$$

である。これから以下の式を得る：

$$\dot{\boldsymbol{\beta}} = -\boldsymbol{\omega}_B \times \boldsymbol{\beta}; \quad \boldsymbol{\omega}_B = \frac{q\mathbf{B}}{m_p c} \frac{1}{\gamma} = \frac{\boldsymbol{\omega}_{ce,p}}{\gamma}. \quad (2)$$

ラーマー半径は

$$a_L = \frac{v}{\omega_B} \quad (3)$$

で定義される。このことから、

$$a_L = \frac{c\beta\gamma}{\omega_{ce,p}} = \frac{c\beta\gamma m_p c}{eB} \implies \beta = \frac{a_L e B}{\gamma m_p c^2} = \frac{a_L e B}{E} \quad (4)$$

を得る。これより、陽子のエネルギー $\gamma m_p c^2$ は以下ようになる：

$$\begin{aligned} E &= m_p c^2 \left[1 + \left(a_L \frac{eB}{m_e c} \frac{m_e}{m_p} \frac{1}{c} \right)^2 \right]^{1/2} \\ &= 938.272029 \times 10^6 \\ &\quad \times \left[1 + \left\{ \left(\frac{a_L}{10 [\text{kpc}]} \right) 10 \cdot 10^3 \cdot 3.0856775807 \times 10^{18} [\text{cm}] \times 17.5882012 \left(\frac{B}{1 [\mu\text{G}]} \right) [1/\text{s}] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \frac{0.510998918}{938.272029} \times \frac{1}{2.99792458 \times 10^{10} [\text{cm/s}]} \right\}^2 \right]^{1/2} [\text{eV}] \\ &= 9.38272029 \times 10^8 \times \left[1 + 9.72042 \times 10^{19} \left(\frac{a_L}{10 [\text{kpc}]} \right)^2 \left(\frac{B}{1 [\mu\text{G}]} \right)^2 \right]^{1/2} [\text{eV}] \\ &= 9.25063 \times 10^{18} \left(\frac{a_L}{10 [\text{kpc}]} \right) \left(\frac{B}{1 [\mu\text{G}]} \right) [\text{eV}] \sim 10^{19} \left(\frac{a_L}{10 [\text{kpc}]} \right) \left(\frac{B}{1 [\mu\text{G}]} \right) [\text{eV}]. \end{aligned}$$

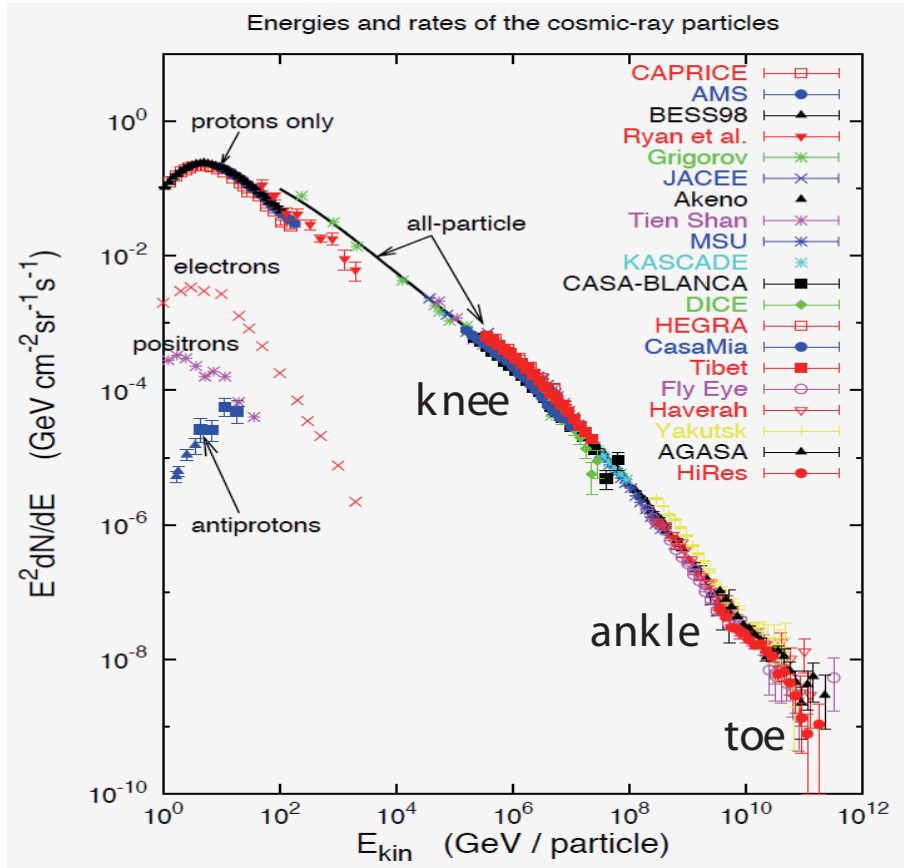


図1 宇宙線の energy spectrum. 特徴的な形、 10^{15-16} eV を knee、 10^{18-19} eV を ankle と呼ぶ。knee は galactic な SNRs、ankle は galactic な起源であると考えられる。

2 Synchrotron Radiation

http://www.astr.tohoku.ac.jp/~chinone/Synchrotron_Radiation/index.html 参照