

# 観測の不確定性による光の回折

光の基本的な性質として回折現象がある。今、単スリットを考え、光がスリットを通過することでどの程度回折するかを見積もってみる。

## 1 Heisenberg の不確定性関係

量子力学に於いては **Heisenberg** の不確定性関係

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar \quad (\Delta x \cdot \Delta k \geq 1) \quad (1)$$

が常に成り立つ。これは量子力学の根本的な性質である。この関係から、時間とエネルギーに関する不確定性関係

$$\Delta t \cdot \Delta E \geq \hbar \quad (2)$$

を得ることができる。Eq.(1) の不確定性関係は Eq.(2) のそれとは本質的に異なっている。Eq.(1) では、 $x, p$  は物理量であり一般にこの二つが同時測定不可であることを示している。一方 Eq.(2) では  $E$  は物理量ではあるが、 $t$  は測定対象そのものの観測量ではなく、運動を記述する際のパラメータにすぎない。この点が大きく異なっている。

## 2 観測の不確定性関係

一方光の観測について考えると、現実には単色光は存在し得ないので、有限な時間の中に観測する光の周波数には、ある程度の幅が存在することになる。これを観測の不確定性関係といい、

$$\Delta t \cdot \Delta \omega \geq 2\pi \quad \Delta x \cdot \Delta k \geq 2\pi \quad (3)$$

と書くことができる。これは観測の原理的な問題であり、式中の物理量は全て観測量である。この点が量子力学に於ける不確定性関係とは異なる点である。尚右辺の  $2\pi$  の値に本質的な意味はなく  $O(1)$  程度であれば何でも良く、今は  $\omega T = 2\pi, k\lambda = 2\pi$  の比較からこのように書いているにすぎない。

## 3 どれくらい回折するかの見積もり

図 1 の様に  $(z, x)$  平面を考え、 $x$  軸方向に無限に広がった波長  $\lambda$  の光が幅  $D$  の単スリットに入射して角度  $\pm\alpha$  の範囲に回折した場合を考える。スリットに入射する前で波数  $\mathbf{k} = (k_z, k_x)$  は、不確定性関係 Eq.(3) より、

$$\Delta k_x \geq \frac{2\pi}{\Delta x}, \quad \text{ここで、}\Delta x = \infty \text{ より、}\Delta k_x = 0 \text{ となるので、}\mathbf{k} = (k_z, 0) = \left(\frac{2\pi}{\lambda}, 0\right)$$

となる。一方  $\alpha$  方向に回折された光は  $\Delta x = D$  より  $\Delta k_x \geq 2\pi/D$  となり零でない。z 方向については何も変化していないので  $k_z = 2\pi/\lambda$  である。よって図 2 より

$$\Delta k_z \cdot \alpha = k_x, \quad \therefore \alpha = \frac{k_x}{k_z} = \frac{2\pi}{D} \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\lambda}{D} \quad (4)$$

を得る。これでどれくらい回折するかを見積もる式を得ることができたが、これは観測の不確定性ではなく、干渉から得られた結果と一致する（ここでは導出は省略する）。

多くの量子力学の教科書を見ると、回折を Heisenberg の不確定性関係 Eq.(1) を用いて説明しているが、その必要はなく、古典的な観測の不確定性関係から導くことも可能であり、むしろこちらの方が実際の観測に於いては本質的な意味を持っている。

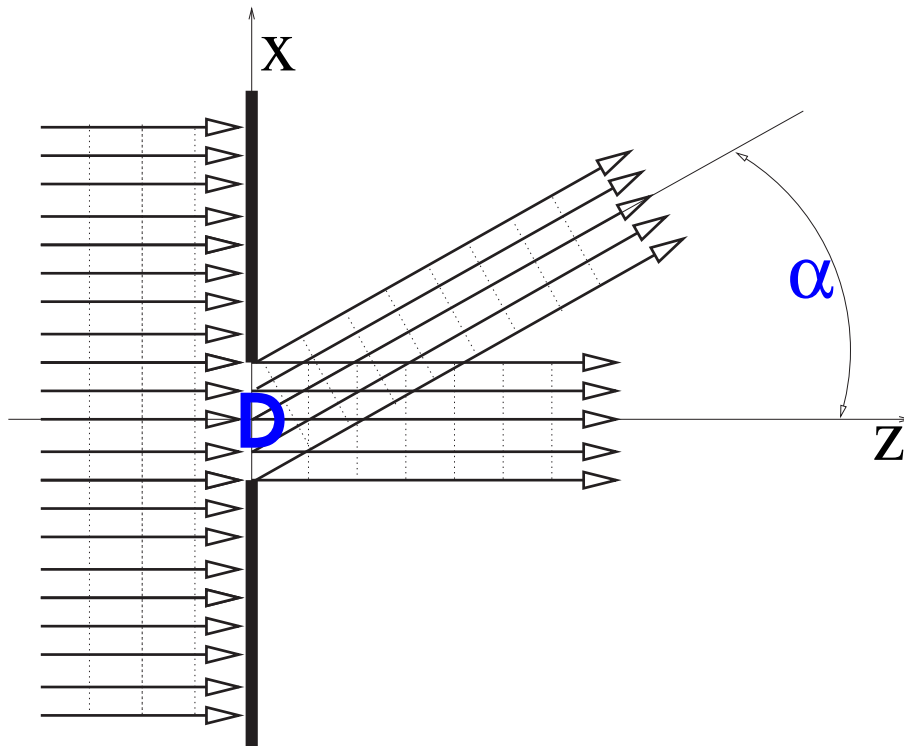


図 1 単スリットによる回折

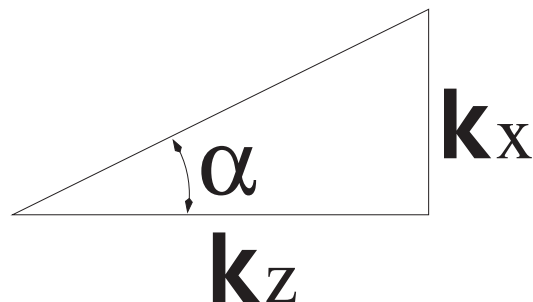


図 2 回折による波数ベクトルの変化