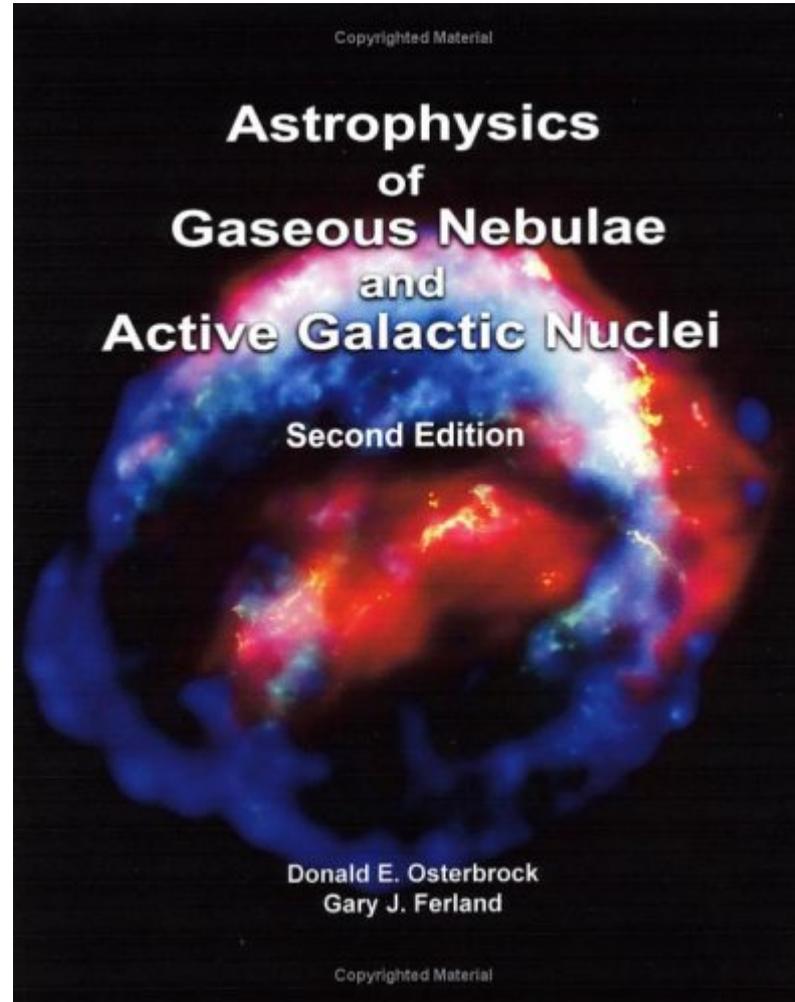


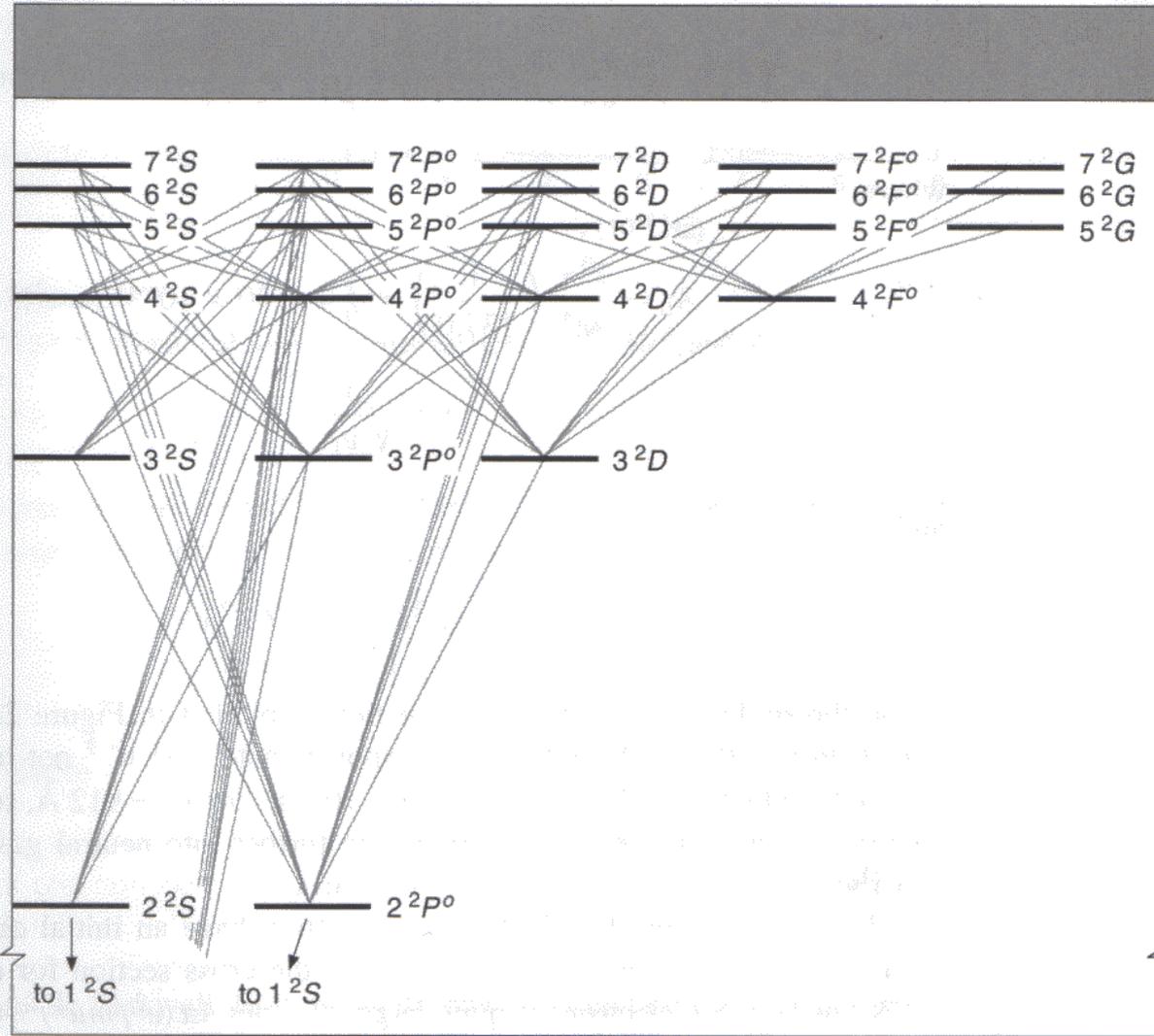
# Astrophysics of Gaseous Nebulae and Active Galactic Nuclei



2006 / 10 / 13 (Fri.)  
Koizumi Osamu

# 2.2 Photoionization and Recombination of Hydrogen

## 水素原子の許容遷移



$$n^{2S+1}L$$

$n$  主量子数

$S$  スピン量子数

$L$  軌道角運動量量子数

( $L=0,1,2,3,\dots = S,P,D,F,\dots$ )

### 許容遷移

水素様原子

$$\Delta l = \pm 1$$

$$\Delta m = 0, \pm 1$$

多電子系

$$\Delta L = 0 \text{ or } \pm 1$$

$$\Delta S = 0$$

$$\Delta J = 0 \text{ or } \pm 1$$

水素原子のエネルギー準位図と許容遷移

## 2.2 Photoionization and Recombination of Hydrogen

許容線の遷移確率  $A(nL, n'L') \sim 10^4 - 10^8 \text{ s}^{-1}$  のオーダー

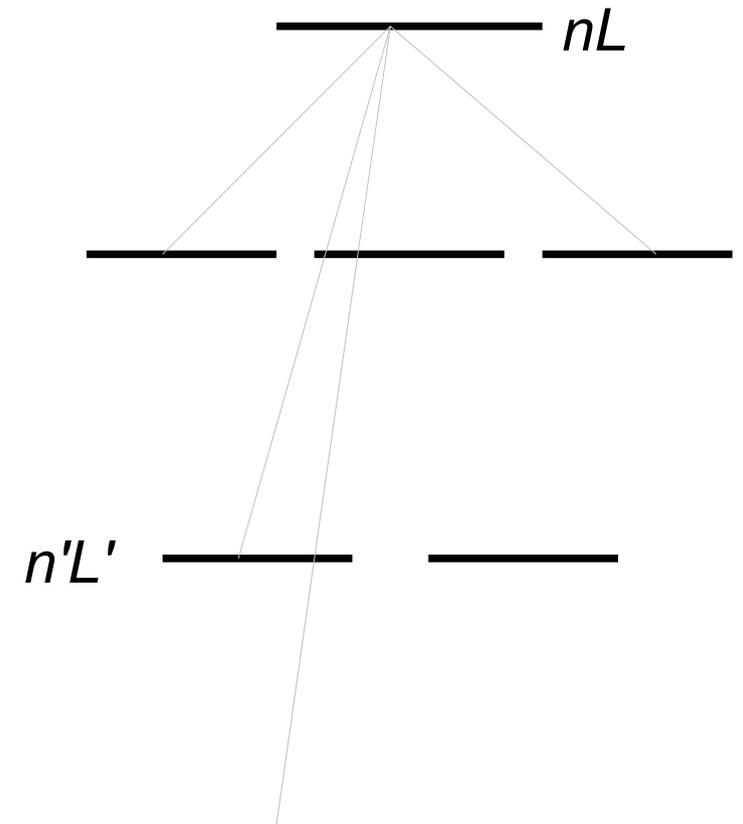
対応する励起準位での平均寿命

$$\tau_{nL} = \frac{1}{\sum_{n' < n} \sum_{L' = L \pm 1} A_{nL, n'L'}} \sim 10^{-4} - 10^{-8} \text{ s}$$

$2^2\text{S} \rightarrow 1^2\text{S}$  は  $\Delta l = \pm 1$  に合わない。

→ 二光子放出過程で遷移する。

$$\left\{ \begin{array}{l} A(2^2\text{S}, 1^2\text{S}) = 8.23 \text{ s}^{-1} \\ \tau_{2^2\text{S}} = 0.12 \text{ s} \end{array} \right.$$



## 2.2 Photoionization and Recombination of Hydrogen

励起準位での  
平均寿命

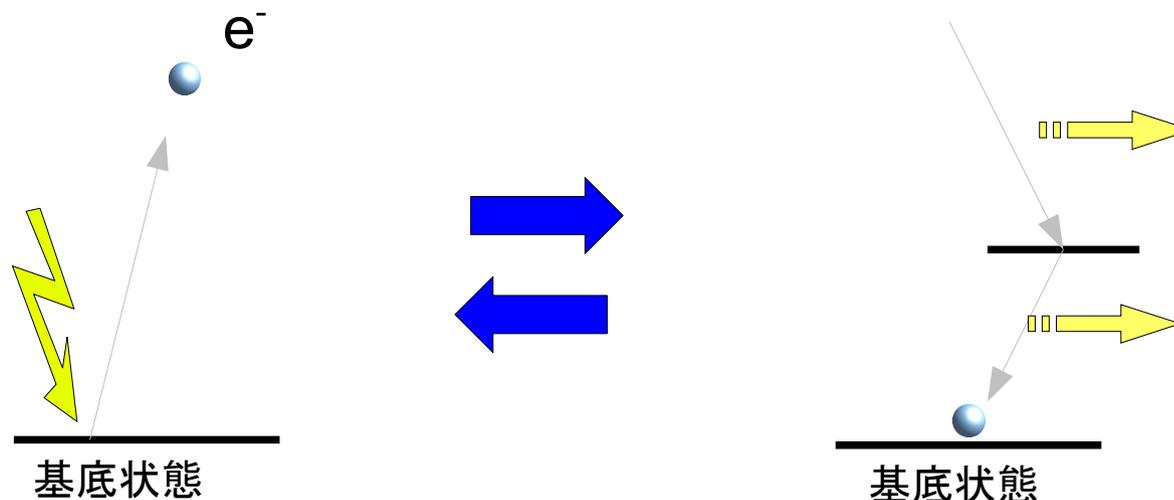
$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_{nL} \sim 10^{-4} - 10^{-8} \text{ s} \\ \tau_{2^2S} = 0.12 \text{ s} \end{array} \right.$$

十分に大きい

中性水素の光電離に対する平均寿命  $\tau_{\text{ph}} = 10^8 \text{ s}$

### 近似

- (ほぼ)全ての中性水素は  $1^2S$  準位(基底状態)にいる
- 基底状態からの光電離は、全ての励起準位への再結合と釣り合っている
- 再結合し励起準位にいる水素は、放射遷移を繰り返し、ただちに基底状態へ



## 2.2 Photoionization and Recombination of Hydrogen

1 <sup>2</sup>S 準位にいる中性水素(または水素様原子)の光電離に対する断面積

$$a_\nu(Z) = \frac{A_0}{Z^2} \left(\frac{\nu_1}{\nu}\right)^4 \frac{\exp(4 - [(4 \tan^{-1} \epsilon)/\epsilon])}{1 - \exp(-2\pi/\epsilon)} \text{ cm}^2 \text{ for } \nu \geq \nu_1$$

where

$$A_0 = \frac{2^9 \pi}{3e^4} \left(\frac{1}{137.0}\right) \pi a_0^2 = 6.30 \times 10^{-18} \text{ cm}^2,$$

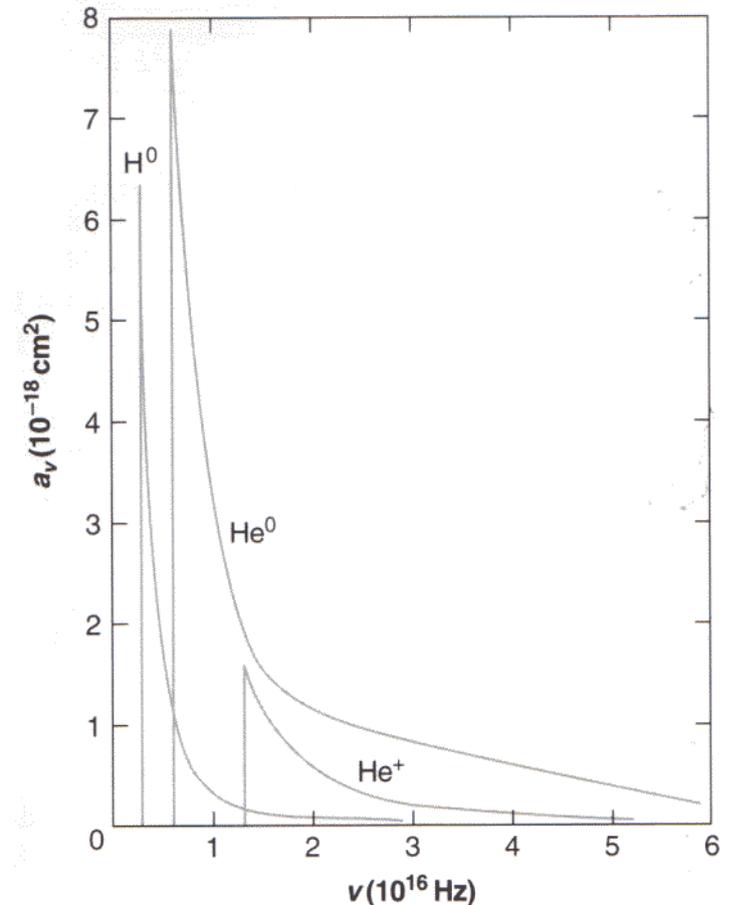
$$\epsilon = \sqrt{\frac{\nu}{\nu_1} - 1},$$

$$h\nu_1 = Z^2 h\nu_0 = 13.6 Z^2 \text{ eV},$$

$$\nu_0 = 3.29 \times 10^{15} \text{ s}^{-1} \quad \vee \quad \lambda_0 = 912 \text{ \AA}$$

$\nu \sim \nu_1$  ( $\nu \geq \nu_1$ )では  $\epsilon \ll 1$  なので、

$$a_\nu(Z) \propto \nu^{-3}$$



高エネルギー光子ほど、吸収されるまでに遠くへ進める

## 2.2 Photoionization and Recombination of Hydrogen

光電離で作られた電子のエネルギー分布

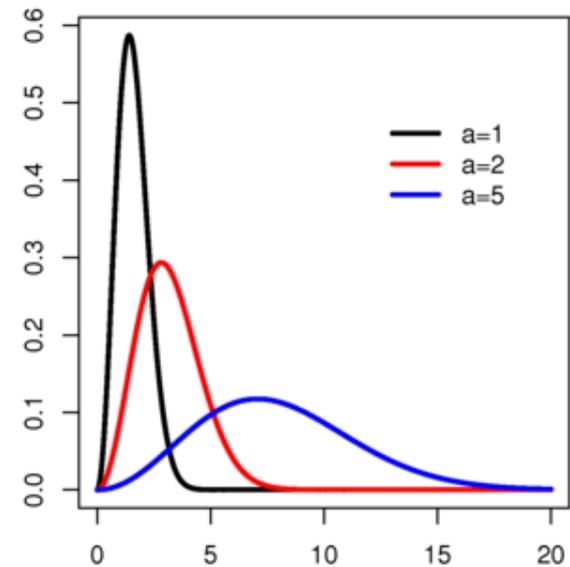
→  $\frac{J_\nu a_\nu}{h\nu}$  に依存した初期分布をもつ

電子間の弾性散乱衝突の断面積  $\gg$  他の散乱, 再結合過程の断面積

電子間の弾性散乱衝突

→ マクスウェル分布

$$f(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2kT} \right)^{3/2} u^2 \exp(-m u^2 / k T)$$



ガス雲の電子はマクスウェル分布をしており、全ての衝突過程はマクスウェル分布で定義される局所温度によって決まる割合で起こる。

## 2.2 Photoionization and Recombination of Hydrogen

ある準位  $n^2L$  に対する再結合定数

$$\alpha_{n^2L}(H^0, T) = \int_0^\infty u \sigma_{n^2L}(H^0, T) f(u) du \quad \text{cm}^3 \text{ s}^{-1}$$

where

$$f(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2kT} \right)^{3/2} u^2 \exp(-m u^2 / k T)$$

$\sigma_{nL}(H^0, u)$  は速度  $u$  をもつ電子に対する  $H^0$  の  $n^2L$  への再結合の断面積

$\sigma_{nL}(H^0, u) \propto u^{-2}$  なので、 $\alpha_{nL} \propto T^{-1/2}$

再結合定数は温度の-1/2乗に比例する。

## 2.2 Photoionization and Recombination of Hydrogen

『 $\sigma_{nL}(\text{H}^0, u) \propto u^{-2}$  なので、 $\alpha_{nL} \propto T^{-1/2}$ 』の詳細

再結合数  $n_p n_e \sigma_{nL} f(u) u du \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$

||

光電離数  $\frac{4\pi}{h\nu} n_0 \sigma_{\text{bf}} (1 - \exp(-h\nu/kT)) B_\nu d\nu \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$

エネルギー保存  $\hbar d\omega = \frac{p dp}{m} \rightarrow h d\nu = m u du$

プランク関数  $B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}$

$$\frac{\sigma_{\text{bf}}}{\sigma_{nL}} = \frac{n_p n_e}{n_0} \exp(h\nu/kT) \frac{f(u) c^2 h}{8\pi m \nu^2}$$

## 2.2 Photoionization and Recombination of Hydrogen

『 $\sigma_{nL}(\text{H}^0, u) \propto u^{-2}$  なので、 $\alpha_{nL} \propto T^{-1/2}$ 』の詳細

$$\frac{\sigma_{\text{bf}}}{\sigma_{nL}} = \frac{n_p n_e}{n_0} \exp(h\nu/kT) \frac{f(u) c^2 h}{8\pi m \nu^2} \longrightarrow \frac{\sigma_{\text{bf}}}{\sigma_{nL}} = \frac{c^2 m^2}{h^2 \nu^2} \frac{g_e g_+}{2g_n} u^2 \rightarrow \sigma_{nL} \propto u^{-2}$$

マクスウェル分布  $f(u) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} u^2 \exp\left(\frac{-mu^2}{2kT}\right)$

Saha's eq.  $\frac{n_p n_e}{n_0} = \left(\frac{2\pi m kT}{h^2}\right)^{3/2} \frac{g_e g_+}{g_n} \exp(-\chi/kT)$

$$\alpha_{n^2L}(\text{H}^0, T) = \int_0^\infty u \sigma_{n^2L}(\text{H}^0, T) f(u) du \quad \text{cm}^3 \text{s}^{-1}$$

$$\propto \int_0^\infty u^{-1} f(u) du = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} \int_0^\infty u \exp\left(\frac{-mu^2}{kT}\right) du$$

$$\propto T^{-1/2}$$

## 2.2 Photoionization and Recombination of Hydrogen

Table 2.1

Recombination coefficients (in  $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$ )  $\alpha_n$   $^2L$  for H

	5,000 K	10,000 K	20,000 K
$\alpha_1$ $^2S$	$2.28 \times 10^{-13}$	$1.58 \times 10^{-13}$	$1.08 \times 10^{-13}$
$\alpha_2$ $^2S$	$3.37 \times 10^{-14}$	$2.34 \times 10^{-14}$	$1.60 \times 10^{-14}$
$\alpha_2$ $^2P^o$	$8.33 \times 10^{-14}$	$5.35 \times 10^{-14}$	$3.24 \times 10^{-14}$
$\alpha_3$ $^2S$	$1.13 \times 10^{-14}$	$7.81 \times 10^{-15}$	$5.29 \times 10^{-15}$
$\alpha_3$ $^2P^o$	$3.17 \times 10^{-14}$	$2.04 \times 10^{-14}$	$1.23 \times 10^{-14}$
$\alpha_3$ $^2D$	$3.43 \times 10^{-14}$	$1.73 \times 10^{-14}$	$9.49 \times 10^{-15}$
$\alpha_4$ $^2S$	$5.23 \times 10^{-15}$	$3.59 \times 10^{-15}$	$2.40 \times 10^{-15}$
$\alpha_4$ $^2P^o$	$1.51 \times 10^{-14}$	$9.66 \times 10^{-15}$	$5.81 \times 10^{-15}$
$\alpha_4$ $^2D$	$1.90 \times 10^{-14}$	$1.08 \times 10^{-14}$	$5.68 \times 10^{-15}$
$\alpha_4$ $^2F^o$	$1.09 \times 10^{-14}$	$5.54 \times 10^{-15}$	$2.56 \times 10^{-15}$
$\alpha_{10}$ $^2S$	$4.33 \times 10^{-16}$	$2.84 \times 10^{-16}$	$1.80 \times 10^{-16}$
$\alpha_{10}$ $^2G$	$2.02 \times 10^{-15}$	$9.28 \times 10^{-16}$	$3.91 \times 10^{-16}$
$\alpha_{10}$ $^2M$	$2.7 \times 10^{-17}$	$1.0 \times 10^{-17}$	$4.0 \times 10^{-18}$
$\alpha_A$	$6.82 \times 10^{-13}$	$4.18 \times 10^{-13}$	$2.51 \times 10^{-13}$
$\alpha_B$	$4.54 \times 10^{-13}$	$2.59 \times 10^{-13}$	$1.43 \times 10^{-13}$

再結合係数

## 2.2 Photoionization and Recombination of Hydrogen

いま考えている近似では  $n^2 L$  への再結合は、ただちに基底状態へ移行

トータルな再結合係数は全てのレベルへの再結合定数の和

$$\begin{aligned}\alpha_A &= \sum_{n,L} \alpha_{n^2 L}(\text{H}^0, T) \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \\ &= \sum_n \sum_{L=0}^{n-1} \alpha_{nL}(\text{H}^0, T) \\ &= \sum_n \alpha_n(\text{H}^0, T)\end{aligned}$$

$\alpha_n$  は主量子数  $n$  をもつ全てのレベルに対する再結合定数

$n_e n_p \alpha_A = n_e^2 \alpha_A$  単位時間、単位体積あたりの再結合数

$n_e \alpha_A$  粒子1個が単位時間に再結合する確率

$$\tau_r = \frac{1}{n_e \alpha_A} \sim \frac{3 \times 10^{12}}{n_e} \text{ s} \sim \frac{10^5}{n_e} \text{ yr} \quad \text{典型的な再結合の時間}$$

電離平衡にずれがあっても、この時間オーダーで減衰