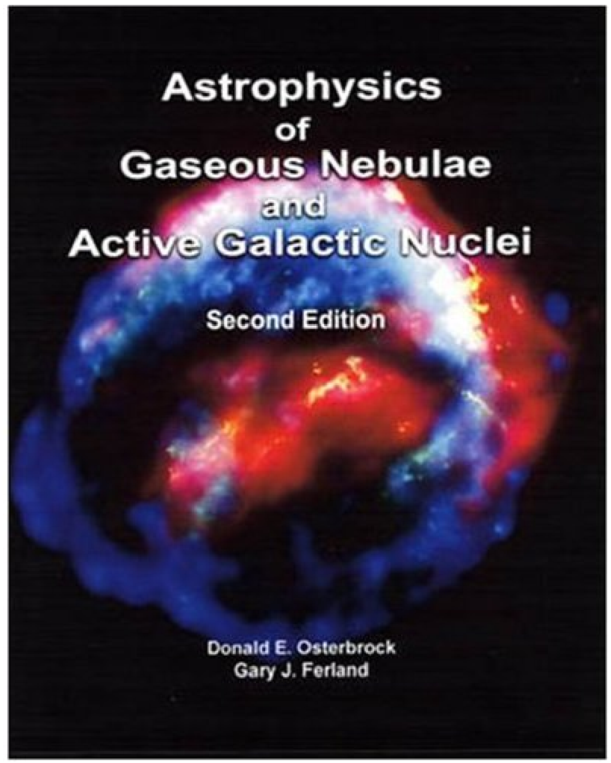
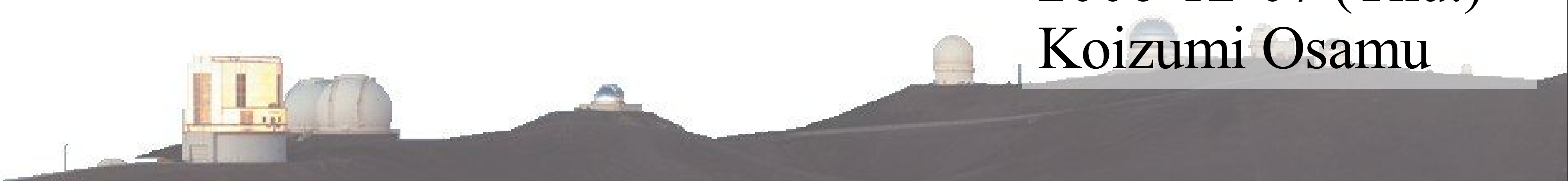
Astrophysics of Gaseous Nebulae and Active Galactic Nuclei



2006-12-07 (Thu.)
Koizumi Osamu



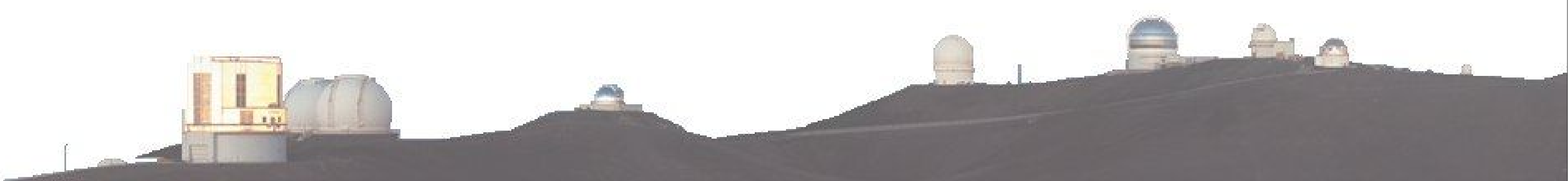
前回

電離ガス雲内の各点での熱平衡を考える

(エネルギー獲得量) = (エネルギー損失量)

獲得過程 … 光電離
損失過程 … 再結合、free-free、衝突励起、による放射

今回はこれについて詳しくみていく



3.5 Energy Loss by Collisionally Excited Line Radiation

O^{+}, O^{++}, N^{+} などの low-lying energy level の衝突励起放射
非常に重要な放射冷却源

これらのイオンは abundance は小さいが、
kT のオーダーの励起ポテンシャルのエネルギー準位をもつ。

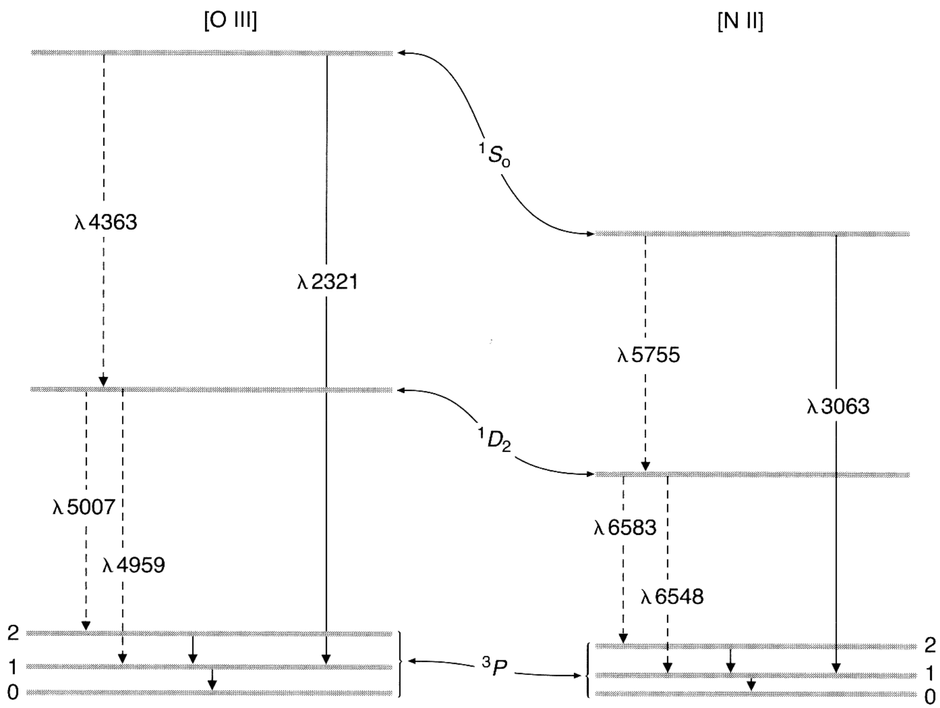
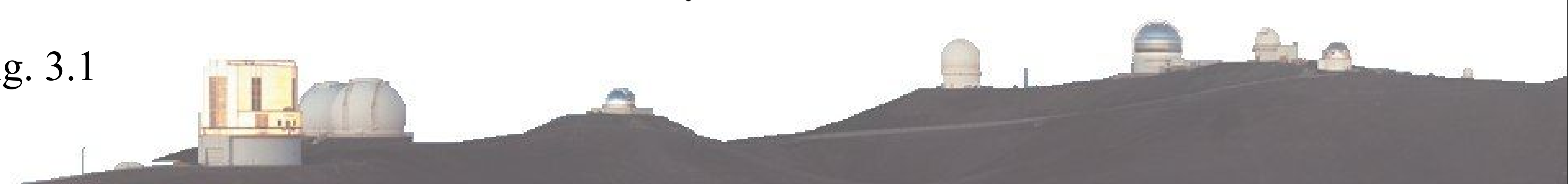


Fig. 3.1

2000 Å - 6000 Å の光子は
2 eV - 6 eV のエネルギー

1 eV ~ 10^4 K



3.5 Energy Loss by Collisionally Excited Line Radiation

level 1 にあるイオンが電子衝突で level 2 へ励起される

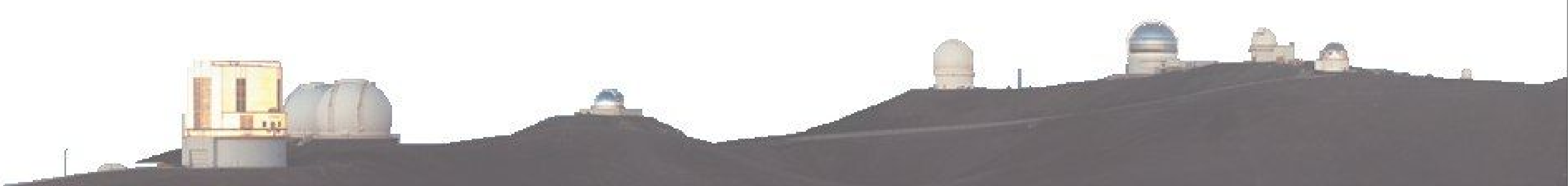
<u>励起に対する断面積 $\sigma_{12}(u)$</u>

$\chi = h\nu_{21}$ 以下では $\sigma_{12}(u) = 0$, $\chi \approx h\nu_{21}$ では $\sigma_{12}(u) \propto u^{-2}$

$$\sigma_{12}(u) = \frac{\pi \hbar^2}{m^2 u^2} \frac{\Omega(1,2)}{\omega_1} \qquad \text{for} \quad \frac{1}{2} m u^2 > \chi \qquad (3.14)$$

$\Omega(1,2)$ collision strength, ω_1 statistical weight

$\Omega(1,2)$ はほぼ一定になるので、これで $\sigma_{12}(u)$ を表すと便利。



3.5 Energy Loss by Collisionally Excited Line Radiation

熱平衡 → 詳細均衡の原理

($u_1 \sim u_1 + \mathrm{d}u_1$ の電子の衝突励起数)

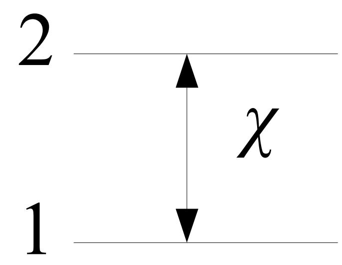
$= (u_2 \sim u_2 + \mathrm{d}u_2$ の衝突下方遷移数)

↓

$$n_\mathrm{e} n_1 u_1 \sigma_{12}(u_1) f(u_1)\, du_1 = n_\mathrm{e} n_2 u_2 \sigma_{21}(u_2) f(u_2)\, du_2$$

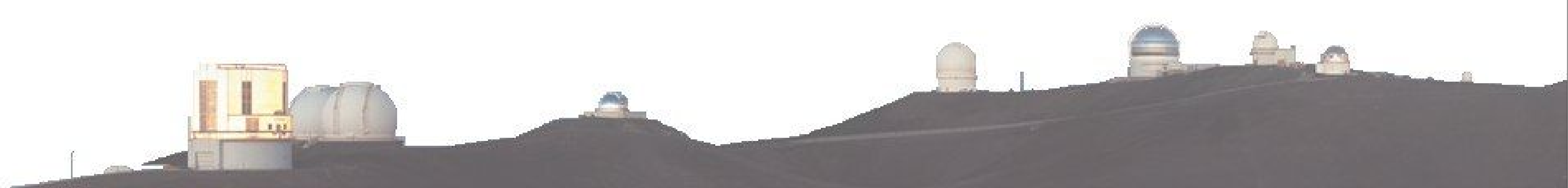
熱平衡のボルツマン方程式より

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \exp\left(-\frac{\chi}{kT}\right)$$



$$n_2 \propto \omega_2 \exp\left(-\frac{E+\chi}{kT}\right),$$

$$n_1 \propto \omega_1 \exp\left(-\frac{E}{kT}\right).$$



3.5 Energy Loss by Collisionally Excited Line Radiation

$$n_e n_1 u_1 \sigma_{12}(u_1) f(u_1)\, du_1 = n_e n_2 u_2 \sigma_{21}(u_2) f(u_2)\, du_2$$

$$\longrightarrow \quad \frac{n_2}{n_1} = \frac{u_1 du_1}{u_2 du_2} \frac{\sigma_{12}(u_1)}{\sigma_{21}(u_2)} \frac{f(u_1)}{f(u_2)}$$

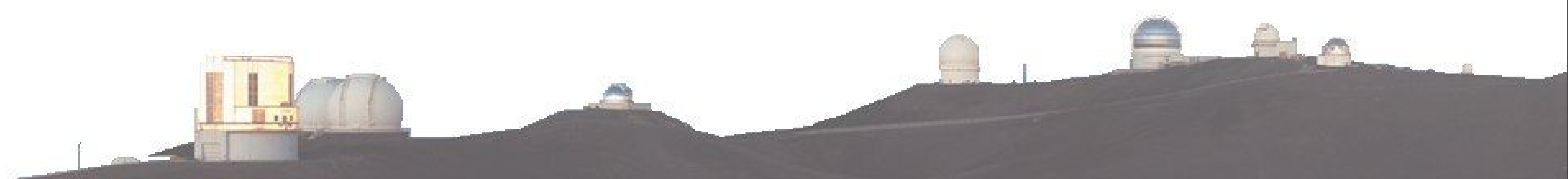
$$\frac{1}{2} m u_1^2 = \frac{1}{2} m u_2^2 + \chi \qquad (3.16) \qquad \rightarrow \qquad u_1 du_1 = u_2 du_2$$

$$f(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT} \right)^{\frac{3}{2}} u^2 \exp\left(-\frac{mu^2}{2kT} \right) \qquad (2.6) \quad , \qquad \frac{n_2}{n_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \exp\left(-\frac{\chi}{KT} \right)$$

を用いて,

$$\longrightarrow \quad \frac{\omega_2 u_2^2 \sigma_{21}(u_2)}{\omega_1 u_1^2 \sigma_{12}(u_1)} = \exp\left(-\frac{1}{2} m u_1^2 + \frac{1}{2} m u_2^2 + \chi \right) = 1$$

$$\longrightarrow \quad \omega_2 u_2^2 \sigma_{21}(u_2) = \omega_1 u_1^2 \sigma_{12}(u_1) \qquad (3.15)$$



3.5 Energy Loss by Collisionally Excited Line Radiation

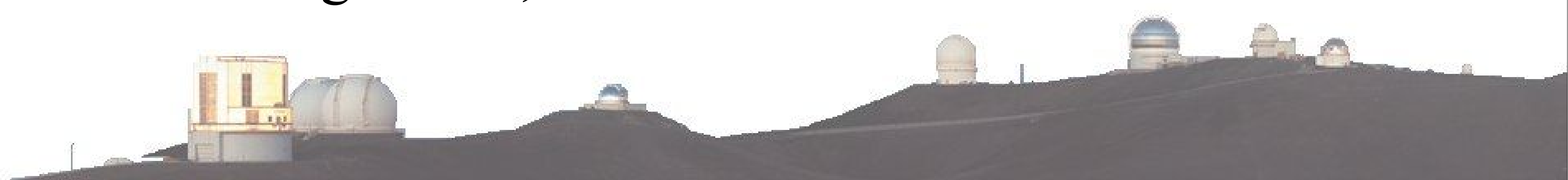
$$\begin{cases} \sigma_{12}(u) = \dfrac{\pi \hbar^2}{m^2 u^2} \dfrac{\Omega(1,2)}{\omega_1} \quad \text{for} \quad \dfrac{1}{2} m u^2 > \chi & (3.14) \\[2ex] \omega_2 u_2^2 \sigma_{21}(u_2) = \omega_1 u_1^2 \sigma_{12}(u_1) & (3.15) \end{cases}$$

(3.15) に (3.14) を代入

$$\sigma_{21}(u_2) = \frac{\omega_1 u_1^2}{\omega_2 u_2^2} \sigma_{12}(u_1) = \frac{\cancel{\omega_1} \cancel{u_1}}{\omega_2 u_2^2} \frac{\pi \hbar^2}{m^2 \cancel{u_1^2}} \frac{\Omega(1,2)}{\cancel{\omega_1}}$$

$$\longrightarrow \qquad \sigma_{21}(u_2) = \frac{\pi \hbar^2}{m^2 u_2^2} \frac{\Omega(1,2)}{\omega_2} \qquad (3.17)$$

collision strength は 1, 2 に対して対称な形をしている。



3.5 Energy Loss by Collisionally Excited Line Radiation

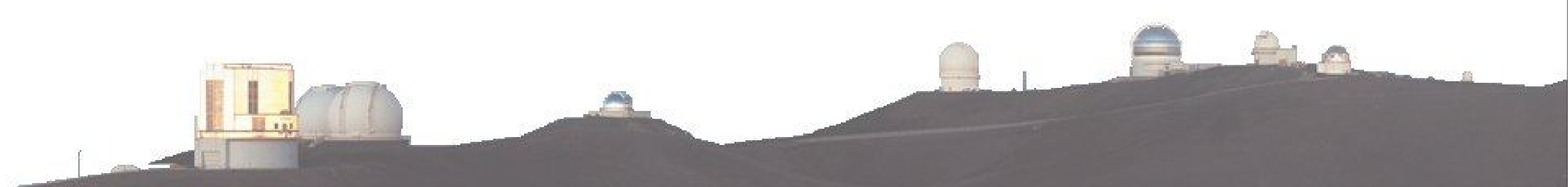
結局、単位時間・単位体積あたりの衝突下方遷移率は

$$
\begin{aligned}
n_{\mathrm{e}} n_2 q_{21} &= n_{\mathrm{e}} n_2 \int_0^{\infty} u \sigma_{21} f(u)\, du \\
&= n_{\mathrm{e}} n_2 \left(\frac{2\pi}{kT} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\hbar^2}{m^{3/2}} \frac{\Upsilon(1,2)}{\omega_2} \quad \mathrm{cm}^{-3}\,\mathrm{s}^{-1} \qquad (3.18) \\
&= \frac{8.629 \times 10^{-6}}{T^{1/2}} \frac{\Upsilon(1,2)}{\omega_2}.
\end{aligned}
$$

ここで $\Upsilon(1,2)$ は velocity-averaged collision strength で、

$$
\Upsilon(1,2) = \int_0^{\infty} \Omega(1,2\,;E) \exp\left(-\frac{E}{kT} \right) d\left(\frac{E}{kT} \right) \qquad (3.19) \quad \text{where} \quad E \equiv \frac{1}{2} m u^2
$$

と書かれる。



3.5 Energy Loss by Collisionally Excited Line Radiation

同様に、衝突励起数は $n_e n_1 q_{12}$ と書かれる。ここで

$$n_e n_1 q_{12} = n_e n_2 q_{21} \quad , \qquad \frac{n_2}{n_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \exp\left(-\frac{\chi}{kT}\right)$$

の関係から、

$$\begin{aligned} q_{12} &= \frac{\omega_2}{\omega_1} q_{21} \exp\left(-\frac{\chi}{kT}\right) \\ &= \frac{8.629\times10^{-6}}{T^{1/2}} \frac{\Upsilon(1,2)}{\omega_1} \exp\left(-\frac{\chi}{kT}\right). \qquad (3.20) \end{aligned}$$

collision strength は量子力学を用いて計算する必要がある。
最も重要なものを Table 3.3 ~ 3.7 に載せた。
$T = 10000$ K で評価したもの。

3.5 Energy Loss by Collisionally Excited Line Radiation

(collision strength) = (エネルギーとともに緩やかに変化)
+ (エネルギーとともに急激に変化)
superimposed resonance contribution

天文学への応用の範囲では、断面積を Maxwell 分布について積分する(→ 3.19)ことで共鳴の効果は平均化される。

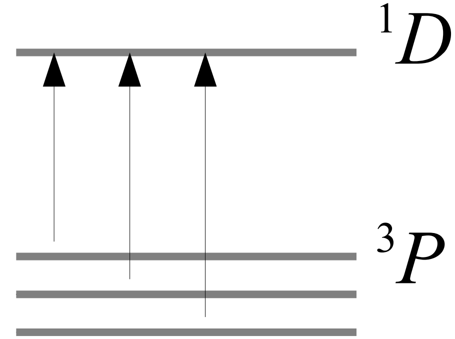
nebula の典型的な温度 ~7500 K では、衝突励起と下方遷移に対する断面積は $\sigma \approx 10^{-15}\ Y / \omega\ \ \mathrm{cm}^2$ である。

(参考)
電子同士の弾性散乱に対する断面積 $\approx 10^{-13}\ \mathrm{cm}^2$
光電離の吸収断面積 $\approx 10^{-18}\ \mathrm{cm}^2$

3.5 Energy Loss by Collisionally Excited Line Radiation

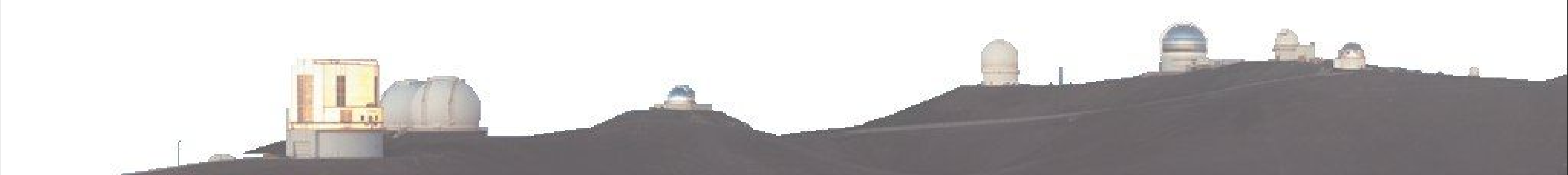
一つの level からなる term と、複数の level からなる term のあいだの collision strength には単純な関係が存在する。

$$\Upsilon(SLJ, S'L'J') = \frac{(2J'+1)}{(2S'+1)(2L'+1)} \Upsilon(SL, S'L') \qquad (3.21)$$



S=0, L=0 の場合。$(2J'+1)$ と $(2S'+1)(2L'+1)$ はそれぞれ、level と term の statistical weight.

O^{++} のような p^2 または p^4 イオンの基底 ^3P から ^1D と ^1S 準位への衝突励起率は $^3P_0$, $^3P_1$, $^3P_2$ の分布にはほぼ依存しない。



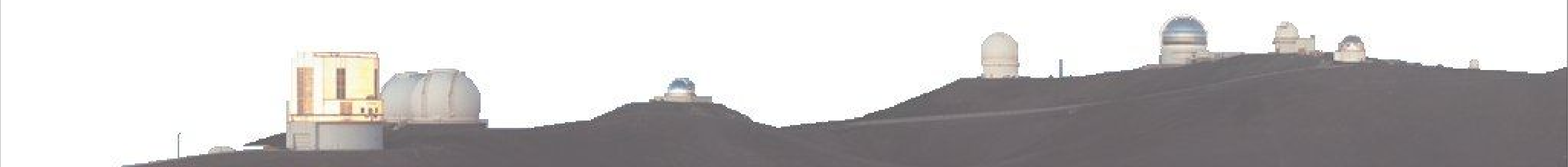
3.5 Energy Loss by Collisionally Excited Line Radiation

Table 3.3 ~ 3.5 中のイオンの全ての low-lying level に対して、
励起準位は基底準位として同じ電子配置から生じる。

↓

これらの間の双極子遷移は selection rule で禁止されている。
しかし、磁気双極子または電気四重極子放射で生じる。
多くが紫外、可視、赤外の nebula spectra 中に観測されている。

これらの遷移確率を Table 3.8 ~ 3.14 に載せた。



3.5 Energy Loss by Collisionally Excited Line Radiation

低電子密度極限

衝突励起 → 光子放射

$$L_C = n_e n_1 q_{12} h\nu_{21} \qquad (3.22)$$

通常の電子密度

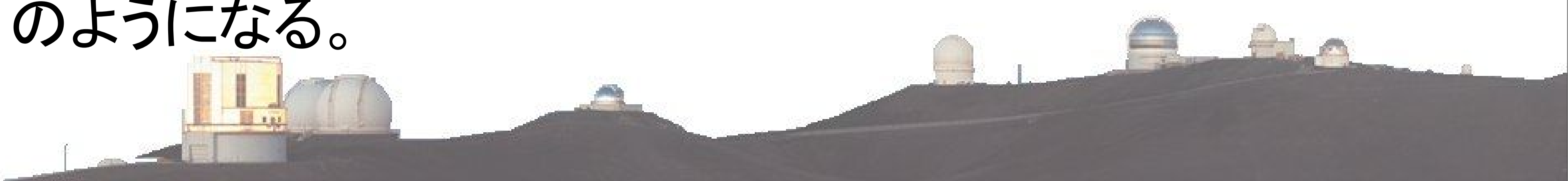
衝突励起 → 光子放射

衝突励起 → 衝突下方遷移

衝突下方遷移が無視できなくなり、熱平衡方程式は

$$n_e n_1 q_{12} = n_e n_2 q_{21} + n_2 A_{21} \qquad (3.23)$$

のようになる。



3.5 Energy Loss by Collisionally Excited Line Radiation

$$n_e n_1 q_{12} = n_e n_2 q_{21} + n_2 A_{21} \qquad (3.23)$$

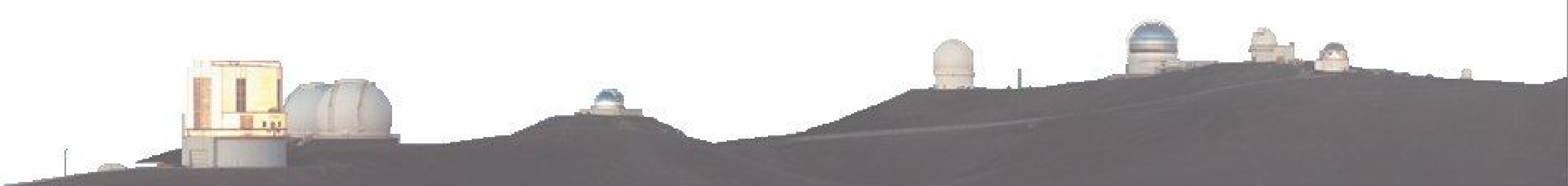
$$\longrightarrow \qquad \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_e q_{12}}{A_{21}} \left[\frac{1}{1 + n_e q_{21} / A_{21}} \right] \qquad (3.24)$$

これより、放射冷却率は

$$L_C = n_2 A_{21} h \nu_{21}$$

$$= n_e n_1 q_{12} \frac{1}{1 + (n_e q_{21} / A_{21})} h \nu_{21} \qquad (3.25)$$

$n_e \rightarrow 0$ の極限では (3.23) が再現される。



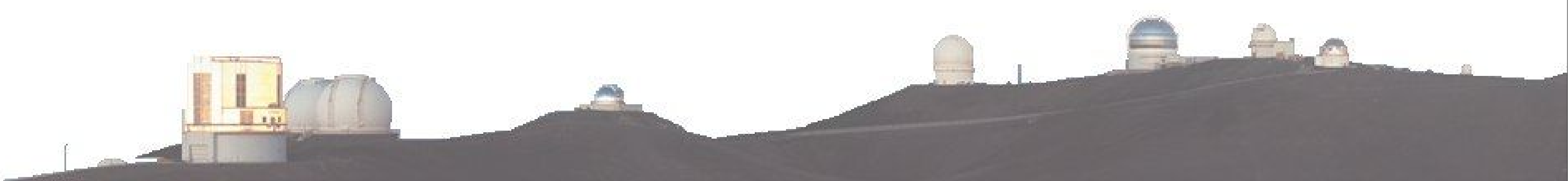
3.5 Energy Loss by Collisionally Excited Line Radiation

高電子密度極限

$$n_e n_1 q_{12} = n_e n_2 q_{21} \quad , \quad \frac{n_2}{n_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \exp\left(-\frac{\chi}{kT}\right)$$

$$\begin{aligned} L_C &= n_2 A_{21} h\nu_{21} \\ &= n_1 \frac{n_2}{n_1} A_{21} h\nu_{21} \\ &= n_1 \frac{\omega_2}{\omega_1} \exp\left(-\frac{\chi}{kT}\right) A_{21} h\nu_{21} \qquad (n_e \to \infty) \qquad (3.26) \end{aligned}$$

熱力学平衡冷却率



3.5 Energy Loss by Collisionally Excited Line Radiation

いくつかのイオンは2準位だけを持ち、単純な形式で扱えるが、ほとんどのイオンはより多くの level をもつ。

ground configuration に p^2, p^3, p^4 をもつイオンは全て5つの low-lying level をもつ。

ex. O^{++}, N^{+}

図の全ての準位間で遷移が起こりうる。

平衡方程式は、i=1,5 に対して

$$\sum_{j\neq i} n_j n_e q_{ji} + \sum_{j>i} n_j A_{ji} = \sum_{j\neq i} n_i n_e q_{ij} + \sum_{j<i} n_i A_{ij} \quad (3.27)$$

with $$\sum_j n_j = n \quad (3.28)$$

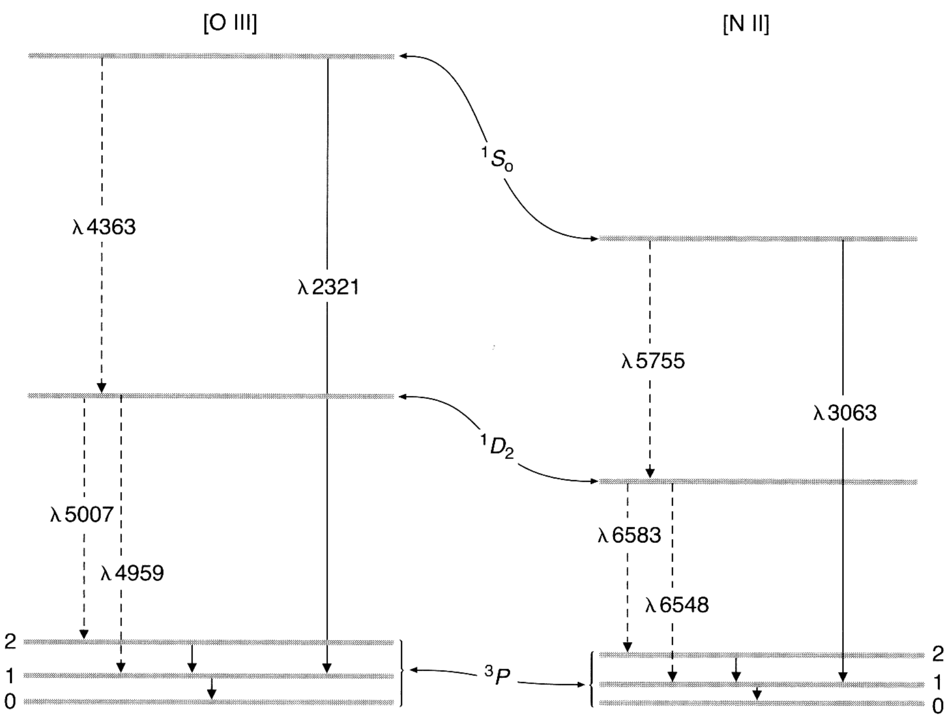
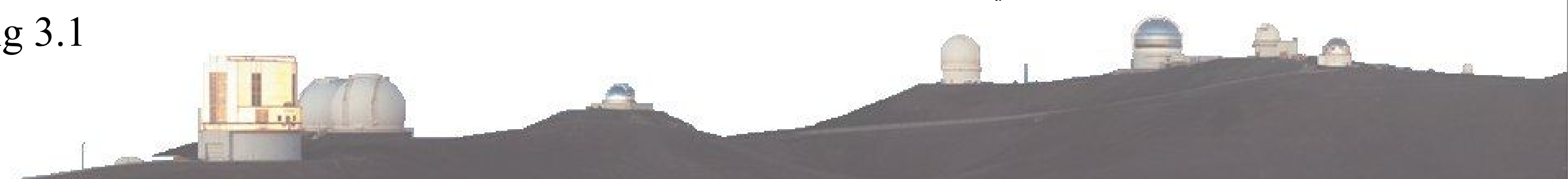


Fig 3.1



3.5 Energy Loss by Collisionally Excited Line Radiation

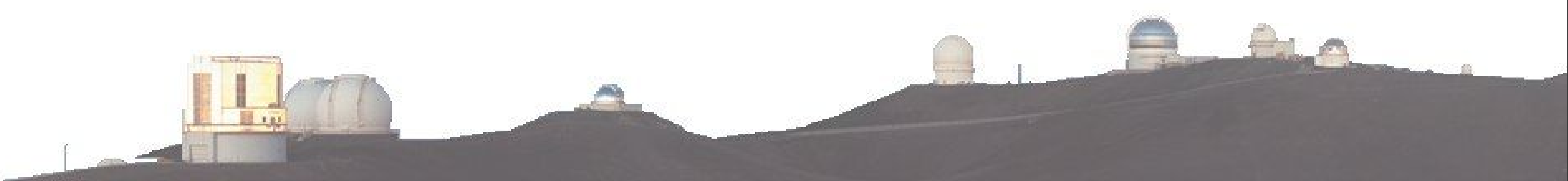
$$\sum_{j\neq i} n_j n_{\mathrm{e}} q_{ji} + \sum_{j>i} n_j A_{ji} = \sum_{j\neq i} n_i n_{\mathrm{e}} q_{ij} + \sum_{j<i} n_i A_{ij} \qquad (3.27)$$

$$\sum_j n_j = n \qquad (3.28) \qquad \text{for i = 1, 5}$$

これらから、各準位の相対的な割合が決まる。

$$L_{\mathrm{C}} = \sum_i n_i \sum_{j<i} A_{ij} h \nu_{ij} \quad \mathrm{erg\,cm^{-3}\,s^{-1}} \qquad (3.29)$$

低電子密度極限 $n_{\mathrm{e}} \to 0$ では、(3.22) のような項の和になる。



3.5 Energy Loss by Collisionally Excited Line Radiation

$$n_{\mathrm{e}} q_{ij} > \sum_{k<i} A_{ik}$$

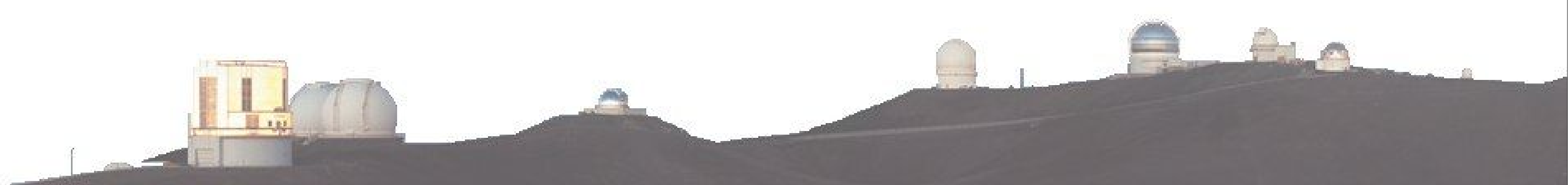
i, j どれかに対して、衝突励起が放射遷移を上回ると、
衝突下方遷移が無視できず、完全な手法を用いるべき。

<u>準位 i に対する臨界密度</u>

$$n_{\mathrm{c}}(i) = \frac{\sum_{j<i} A_{ij}}{\sum_{j\neq i} q_{ij}} \qquad (3.30)$$

放射冷却で重要な level の臨界密度を Table 3.15 に載せてある。

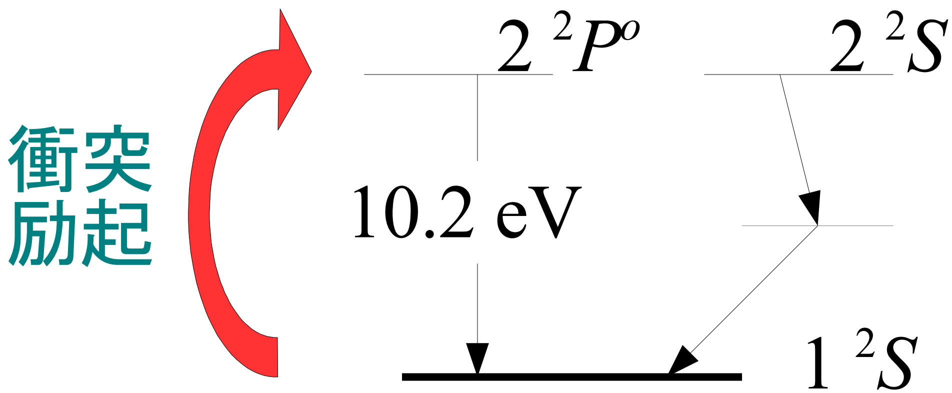
$n_{\mathrm{e}} < n_{\mathrm{c}}(i)$ のとき、衝突下方遷移は無視できる。
$n_{\mathrm{e}} > n_{\mathrm{c}}(i)$ では重要となる。



3.6 Energy Loss by Collisionally Excited Line Radiation of H

H^+　nebula で最も豊富　束縛状態無し、line なし

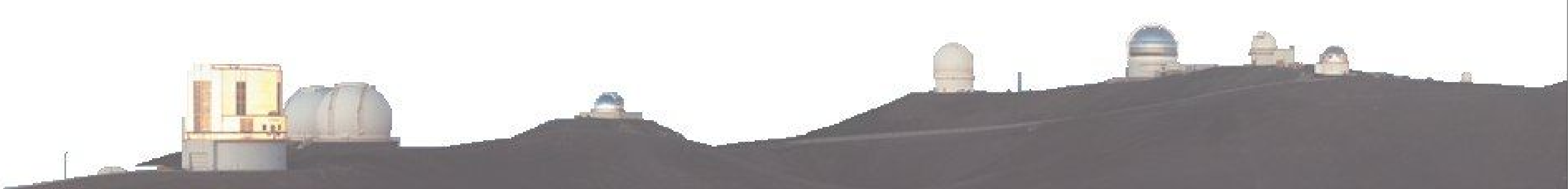
H^0　abundance は小さい　が、放射冷却に寄与する



励起の断面積は u^{-2} には比例しない。

- 閾値までは zero .
- 閾値の数倍でピーク
- 高エネルギー側で減少
- superimposed resonance

それでも (3.18), (3.19) で定義される collision strength は、非常にゆっくりとした変化をする。Table 3.16 参照。



3.7 Resulting Thermal Equilibrium

static nebula の各点での温度は加熱率と冷却率の間の平衡で決定される、つまり

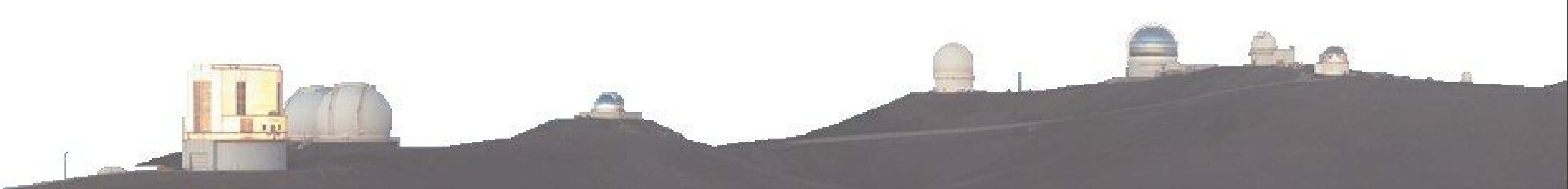
$$G = L_{\mathrm{R}} + L_{\mathrm{FF}} + L_{\mathrm{C}} \qquad (3.31)$$

<u>低電子密度</u>

$G, L_{\mathrm{R}}, L_{\mathrm{FF}}, L_{\mathrm{C}}$ の全ての項は n_{e} と幾つかのイオンの密度に比例する。

$\downarrow$

(3.31) とその結果である温度は total density には依らない。様々なイオンの相対的な abundance に依存する。



3.7 Resulting Thermal Equilibrium

衝突励起が重要になってくると、ある与えられた
温度での冷却率は減少する。

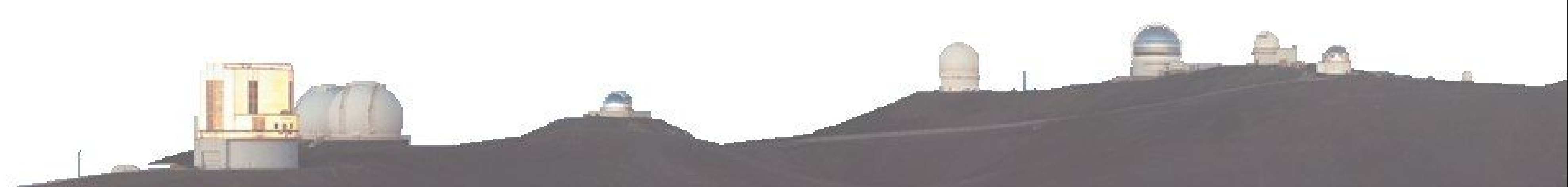
↓

与えられた輻射場での平衡温度はある程度だけ上昇する。

<u>例：典型的な abundance を持つ H II 領域を考える</u>

$$\frac{n(\mathrm{O})}{n(\mathrm{H})} = 7\times10^{-4}, \quad \frac{n(\mathrm{Ne})}{n(\mathrm{H})} = 9\times10^{-5}, \quad \frac{n(\mathrm{N})}{n(\mathrm{H})} = 9\times10^{-5}$$

これ以外の元素は簡単化するため無視する。
それぞれ 80% が単電離、20% が二階電離していると仮定。
$n(\mathrm{H}^+) / n(\mathrm{H}^0) = 1\times10^{-3}$ とする。



3.7 Resulting Thermal Equilibrium

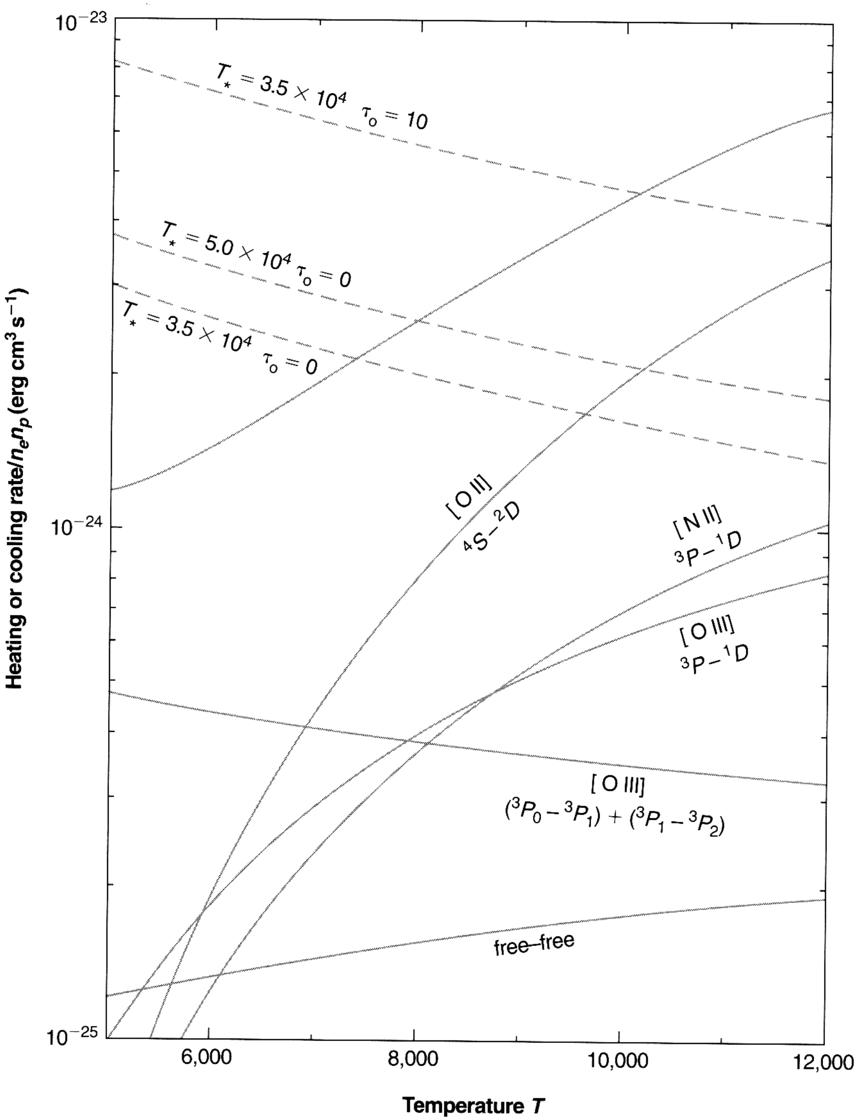


Fig 3.2

<u>衝突励起による放射冷却</u>

$kT \ll \chi$ は L_C への寄与は小さい

$kT \sim \chi$ のあたりでピーク

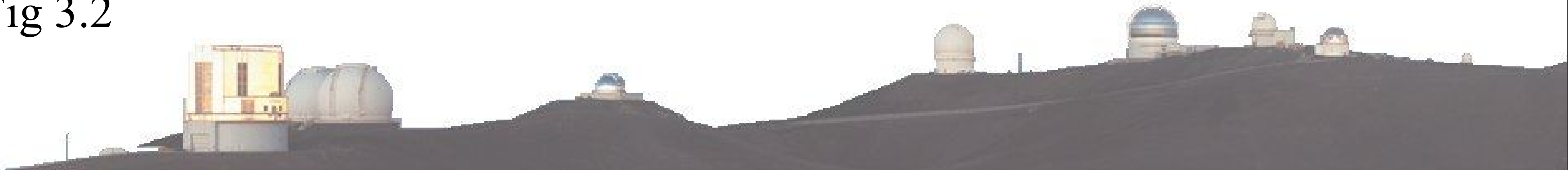
$kT > \chi$ ではゆるやかに減少

高温側では O^+ が重要な冷却源

低温側では O^{++} が重要

<u>free-free 放射による冷却</u>

全体を通して寄与は小さい



3.7 Resulting Thermal Equilibrium

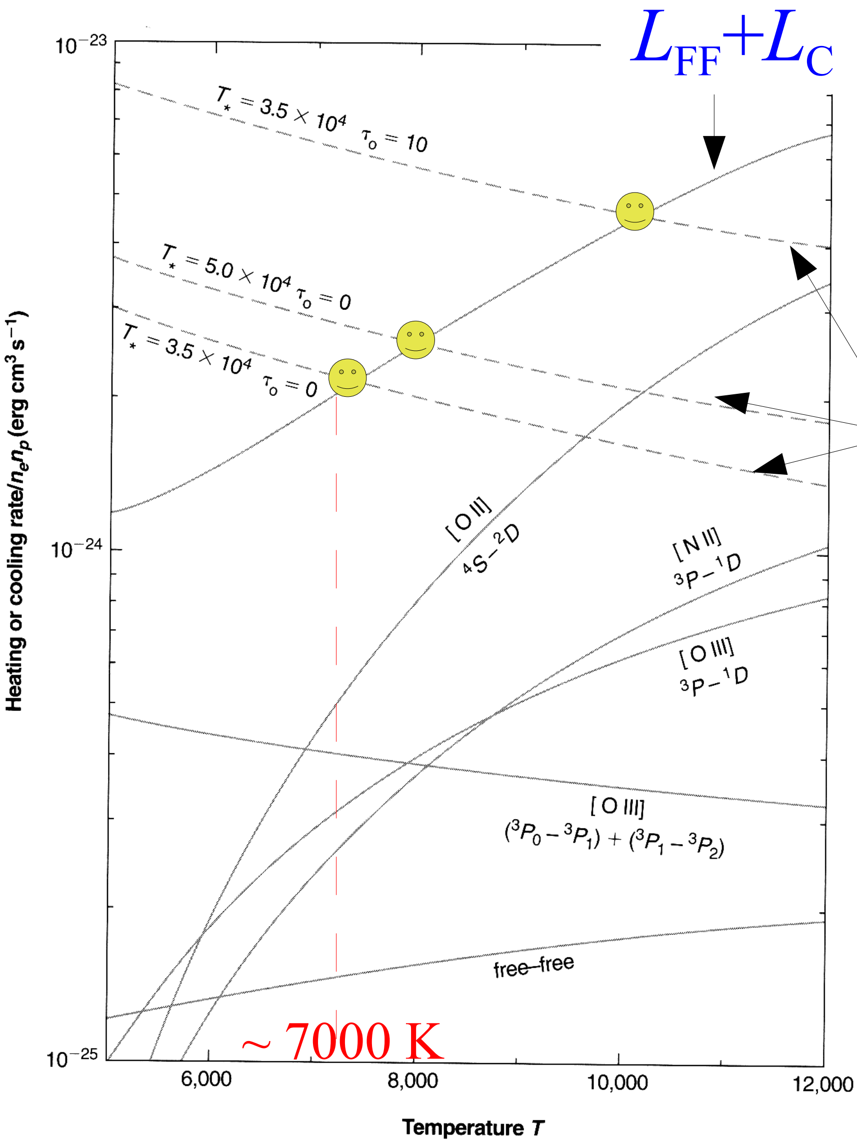


Fig 3.2

(3.31) を次のように書き直す。

$$G - L_R = L_{FF} + L_C$$

左辺は effective heating rate

平衡温度は input stellar radiation にはさほど敏感ではない。☺

nebula の温度は ~ 7000 K
熱い星、または τ が大きいところでは高くなる。

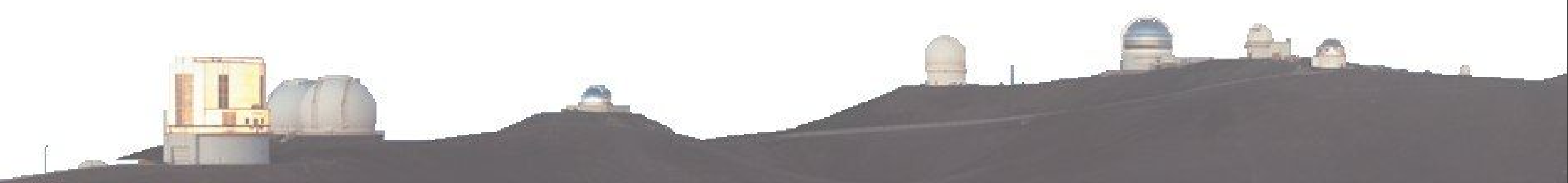
3.7 Resulting Thermal Equilibrium

高電子密度下では衝突下方遷移で L_{C} はかなり修正される。
結果として nebula temperature も変化する。

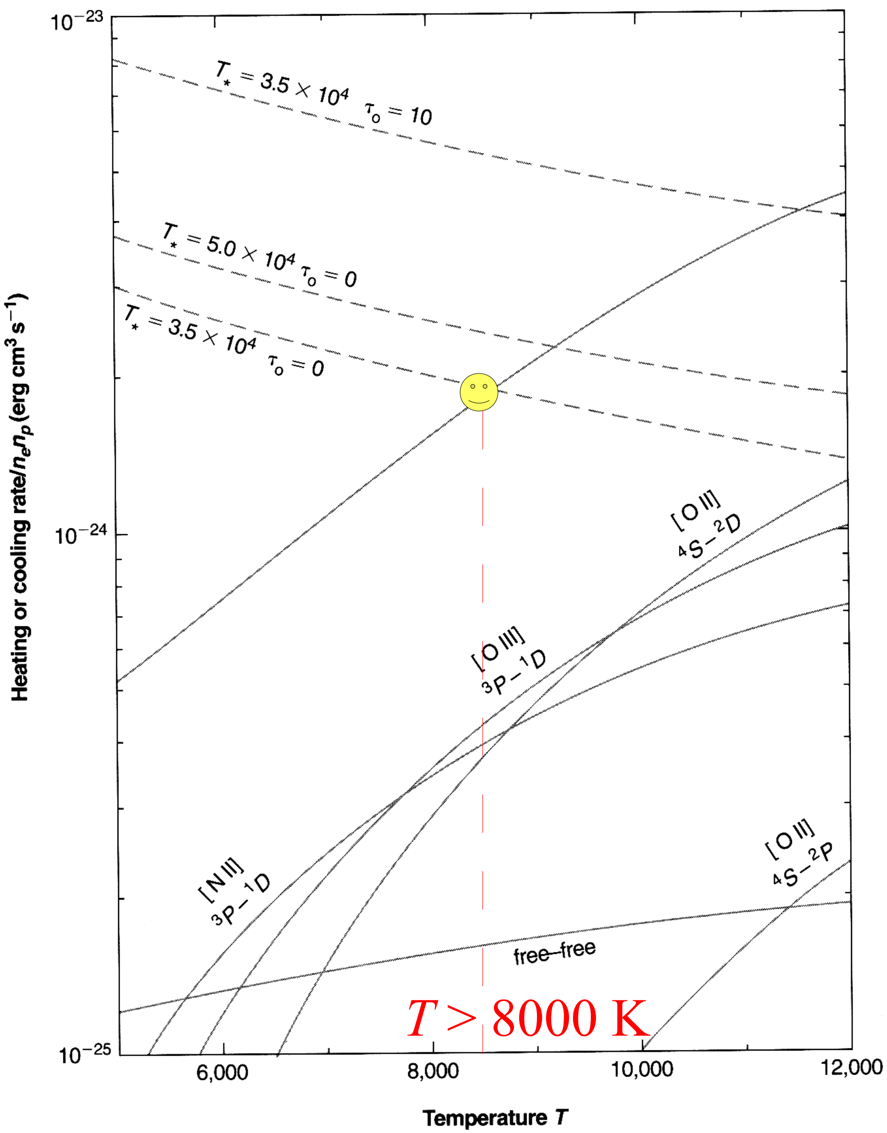
ex.　$n_{\mathrm{e}} \approx 10^{4}$ cm^{-3} (通常の多くの H II 領域でありうる)

[O II] ^{4}S - ^{2}D, [O III] $^{3}P_{0}$ - $^{3}P_{1}$, $^{3}P_{0}$-$^{3}P_{2}$	20% 程度が有効
[N II] $^{3}P_{0}$ - $^{3}P_{1}$, $^{3}P_{0}$ - $^{3}P_{2}$	1% 程度が有効
[N III] $^{2}P_{1/2}$ - $^{2}P_{3/2}$	20% 程度が有効

それぞれの臨界密度が Table 3.15 に載っている。



3.7 Resulting Thermal Equilibrium



$n_e \approx 10^4$ cm^{-3}

電子密度が高いと冷却率が
下がるので、平衡温度が
高くなっている。

重元素の abundance が
低い場合にも冷却率が
下がるので平衡温度は上がる。

3.7 Resulting Thermal Equilibrium

Planetary nebula の中心部のような、非常に高電離なところでは H^0 や O^+ や O^{++} はほとんど存在しない。
→ 放射冷却率はかなり減少する

主要な冷却源は Ne^{+4} や C^{+3} となり $T \leq 2 \times 10^4$ K となる。

H II 領域、planetary nebula の両方のモデルの詳細は 5章。