

南極 40cm 望遠鏡のピディオディックモーションの測定と考察

沖田博文 (東北大)

2008/10/22

1 はじめに

AIR-T-40(南極 40cm 赤外線望遠鏡) には「periodic motion まとめ 1,2(村田、2008 年 2 月 20 日)」より ± 2 [arcsec] の周期的な追尾誤差と、追尾速度の遅れがあることが知られていた。このうち、周期的な追尾誤差は「ピディオディックモーション」と呼ばれ、主にモーターの回転をウォームギヤを介してウォームホイールに伝達するとき、ウォームギヤの偏心によって発生すると考えられている。南極望遠鏡はウォームホイールの歯数が 360 なので、およそ $24 \times 60 / 360 = 4$ 分でウォームギヤは 1 回転する。よってピディオディックモーションは約 4 分周期で起こり、これは実際に観測されている。ピディオディックモーションの原因は機械加工精度に依存するもので、精密な機械加工、もしくはモーターの回転速度を周期的に変調することで解決することができる。

また追尾速度の遅れは、通常では考えられないエラーで、(a) モーターの回転速度が (ソフトウェア的に) 間違っている、(b) ウォームホイールも偏心している (1 日周期のピディオディックモーション)、(c) ウォームホイールがスリップして回りが正しく伝達していない、と言ったことが原因と考えられる。これは原因が特定できないと改善することができない。

このレポートではまず、複数夜にわたってピディオディックモーションおよびモーターの回転速度の測定を行い、これらの観測の結果から得られたピディオディックモーションの値とその変化の様子を示し、次に追尾速度の遅れについて考察し、10 月 21 日に行った追加観測から原因を特定できたので、それらについて報告する。

2 観測方法

観測は南極 40cm 望遠鏡に接眼部を取り付け、そこに冷却 CCD カメラ、ST-7 を取り付けて行った。ST-7 は CCDOPS ソフトウェアで制御し、得られた画像は fits 形式 (.FIT) で保存した。画像の解析は iraf を用いて行った。

2.1 ピクセルサイズ測定

ST-7 の 1 ピクセルの大きさは $9\mu m \times 9\mu m$ であり、ピクセルサイズは「DIMM のピクセルサイズ測定 (沖田、2008 年 1 月 16 日)」と同じ手法で M42 を観測することで求めた。

まずピクセルサイズを求める。iraf の imexam コマンドを用いて星の位置を測定した。測定は 10 枚の画像についてそれぞれ行い、平均をとった。その結果、ピクセルサイズは 0.379 [arcsec/pix] であった。またこの

結果から得られる望遠鏡の焦点距離はおよそ 4768[mm] であった。

画素数	765 × 510
画素サイズ	9 × 9 μm
フィルター	B, V, R, Ic, Clear
冷却温度	-20 °C
露出時間	3.0 sec
ピクセルサイズ	0.379 × 0.379 arcsec/pix
実視野	4.8 × 3.2 arcmin ²

表 1 観測時の ST-7 諸元



図 1 ピクセルサイズの測定に用いた M42

2.2 ピディオディックモーションの測定

4~6 等星といった比較的明るく、かつサチらない程度の恒星を用いてピディオディックモーションの観測を行った。ST-7 のフィルターは Clear フィルターを用いて 15 秒毎に 3 秒間の露出を行い、1 回の測定あたり 100 枚 (10 月 17 日の観測のみ一回の測定あたり 50 枚) の画像を連続して撮影してピディオディックモーションの測定を行った。これらは ST-7 の制御ソフトである CCDOPS の「Auto Grab」機能を用いて行ったので容易に行えた。なお、Auto Grab で設定するインターバルは、n 枚目の露出開始時刻から n+1 枚目の露出開始時刻の時間を設定するものであり、今回の観測のように一定時間おきに撮影するといった目的で有用に機能したのでここに記しておく。

なお 1 回の観測時間は 25 分 (12.5 分) なので、ピディオディックモーションはおよそ 6 周期 (3 周期) 測定した。

3 観測 10月15日

ピクセルサイズの測定を行う為、M42 を向けたついでにピディオディックモーションの測定を行うことにした。RA、Dec のバランス調整などは一切せず、深夜 1 時過ぎから観測を行った。観測結果は別冊子にまとめた。観測順に並べてあるので対応しながらご覧頂きたい。なお図はいずれも縦軸が追尾誤差 [arcsec]、横軸が経過時間 [min] であり、グラフは図で下にいけば天体は西に動き (=追尾が遅い)、上にいけば東に動いた (=追尾は早い) 事になる。

10月15日、16日の観測とそれ以降の17日、21日ではST-7を取り付ける向きを180°変更したので、東西南北に対応する符号がそれぞれ逆になる。図では15日、16日の観測結果について、y軸の向きを変えて示している点に注意されたい。

3.1 1回目 M42 Sidereal 現行ソフト

まず何も調整をせずにピディオディックモーションを測定した。図にあるようにピディオディックモーションとは別にモーターの回転速度が遅いことが分かる。この時点では原因が分からなかったが、7月にモーターレートの変更(ソフトウェア一部更新)を行ったのでそれが原因と考えられた。よって古ソフトに入れ替えて次の観測を行った。

3.2 2回目 M42 Sidereal 旧ソフト

上記のように新旧のソフトを変えて観測を行ったが似たようなピディオディックモーション、そしてほぼ同じ量の追尾速度の遅れを観測した。よってソフトウェアを更新したことが追尾速度の遅れの原因でないことが分かった。

3.3 10月15日まとめ

ピディオディックモーションはおおよそ ± 2 [arcsec]であることがわかった。これとは別に追尾速度の遅れを観測したが、その原因はソフトウェアの更新と関係ないことが分かった。

4 観測 10月16日

この日の観測は、モーターの回転速度がソフトウェア的に間違っていて、1日につき1°程度遅れて回転しているのだと考え、望遠鏡コントローラーの制御画面から「RA 追尾補正」機能を用いてモーターの回転速度を変更して観測を行った。

4.1 1回目 M42 Sidereal + 1.00deg/day

「RA 追尾補正」機能を使って $1.00[\text{deg/day}] = 2.5[\text{arcsec/min}]$ 追尾が早くなるように補正を行った。結果は補正量が思ったより多すぎたようで、回転は少し早くなってしまった。

また前半と後半ではモーターの回転速度の傾向が全く異なるが、これの原因は分からない。

4.2 2回目 M42 Sidereal + 0.98deg/day

1回目と同様、今度はほんのわずかに回転速度を遅らせ、0.98[deg/day]で追尾して観測した。結果は1と同じような値が得られた。

4.3 3回目 τ Aur Sidereal + 0.98deg/day

1回目、2回目ともM42で測定を行ったので、今回は天頂付近の星で観測を行うことにした。2回目のM42と同様に、「RA 追尾補正」機能を使って0.98[deg/day]追尾が早くなるように補正を行い観測したが、結果はモーターの回転速度は遅く、M42の時と傾向が異なる。また観測を通して回転速度の遅れはほぼ一定であり、なぜM42の時と異なる値となったのか原因は分からない。

4.4 10月16日まとめ

「RA 追尾補正」機能を使い、モーターの回転速度を変更して観測を行ったが、観測する天体によって回転速度の誤差は違い、モーターの回転速度がソフトウェア的に間違っている為に追尾が遅れるわけではないことが考えられる。

5 観測 10月17日

この日の観測では望遠鏡コントロールソフトに標準で用意されているモーターの回転速度である Sidereal、Kings Rate、Lunar、Solar のそれぞれの回転速度で天体を追尾し、観測を行った。これらの観測のモチベーションは、そもそも Sidereal の回転速度が正しい値でプログラムされているのか、他の回転速度と比較しておかしい点は無いか調べるといふものである。

Rate	1回転にかかる時間 [sec]
Sidereal	86164
Kings Rate	86128
Solar	86400
Lunar	89428

表2 望遠鏡1回転にかかる時間

なおこの日の観測はRA軸のおもり(東側)が不足しているものと考え、3.2kgのおもりを紐で取り付けて観測を行った。

5.1 1回目 ξ Aql Sidereal

天頂付近の星を使い、Siderealで観測を行った。この日は追尾の遅れの量が非常に大きく、11分程度でST-7の視野から外れてしまった。追尾の遅れの量は異なるが、ビデオディックモーションは以前の観測とあまり変わらないことが見て取れる。

5.2 2回目 ξ Aql Kings Rate

同様に Kings Rate で観測。これもおよそ 11 分で視野から外れ観測終了。

5.3 4回目 ξ Aql Solar

同様に Solar で観測。追尾の遅れが大きく、8 分程度で視野から外れ観測終了。

5.4 3回目 ξ Aql Lunar

同様に Lunar で観測。およそ 3 分で視野から外れ観測終了。

5.5 5回目 ξ Aql Sidereal*1.01

Sidereal で、さらに RA 追尾補正 1.00 パーセントで観測を行った。追尾の遅れは小さくなったが、観測中曇ってしまいおよそ 5 分で観測不可能となった。

5.6 10月17日のまとめ

次の章で詳しく考察する。

6 追尾速度の考察

10月17日の観測結果から追尾速度について考察する。まず恒星はおよそ 23 時間 56 分 4 秒で天球上を 1 回転する。これは

$$360^\circ \div 23h56m4s = 360 \times 3600 \div (20 \times 60 + 56 + 4/60) \approx 902.47[\text{arcsec}/\text{min}] \quad (1)$$

であるので、天体は 1 分間に 902.47 秒角天球上を運動することになる。観測で得られた追尾速度の遅れとはこの 902.47[arcsec/min] からの遅れの事である。

ここから、それぞれの追尾速度での追尾の遅れを比べることで追尾速度の「比」が正しい事を確認する。次にあげる表がその比較である。追尾の遅れから 1 分間あたりに望遠鏡が動いた量を計算し、比較する。

Rate	1 回転 [sec]	Sidereal に対する割合	追尾の遅れ	追尾速度 (観測値)	追尾速度 (予想地)
Sidereal	86164	1	-12.7004	889.77	-
Kings Rate	86128	0.99958	-12.5687	889.90	890.14
Solar	86400	1.00274	-17.4137	885.06	887.24
Lunar	89428	1.03788	-48.22	854.25	857.30

表 3 各回転速度の比較

表より、Sidereal に対する各回転速度は予想される値とかなり良い一致が見られる。よってソフトウェア的に Sidereal だけ追尾速度が間違ってる訳ではないことが分かった。ただしこの結果は、Sidereal と Kings

Rate、Lunar、Solar それぞれの比が正しいということが分かっただけで、なぜ追尾速度の遅れが生じているのかは不明のままである。

7 ウォームギヤ回転速度の考察

ピディオディックモーションの観測から、その周期を精密に求めることでウォームギヤの回転速度を知ることができる。これは、ウォームホイールの歯数が 360 なので望遠鏡が 1 回転するにはウォームギヤは 360 回転しなければならない、またウォームホイールは 23 時間 56 分 4 秒 (Sidereal) で 1 回転するので、ウォームギヤは正確に

$$23h56m4s \div 360 \approx 3.989074[\text{min}] \quad (2)$$

で 1 回転しなければならないことによる。もしソフトウェア的に追尾速度が間違っていて追尾が遅れているのであれば、ウォームギヤが 1 回転するのに必要な時間はより長くなり、ピディオディックモーションの周期は 3.989074 分周期では無くなり、より長周期となる。

この原理を考え、ピディオディックモーションの理論曲線を 10 月 15 日の観測結果にフィッティングさせた。理論曲線 (後述) はほぼ sin 関数に近似できるものだが、今回の観測結果では 1/2 周期の凹凸が見られ、単純にこの関数をフィッティングさせることが難しかったので 3.989074/2 周期の成分もあると仮定してフィッティングを行った。結果、周期は 3.989071 [min] となり、Sidereal に一致した周期であることが確かめられた。

このことより、ソフトウェアは正しい追尾速度でモーターを回し、ウォームギヤまで正しい回転速度で回っていることが確認できた。なので追尾の遅れはウォームホイールの物理的な問題 (ウォームホイールの偏心? スリップ?) に起因して発生していることが予想される。

8 ピディオディックモーションの原理

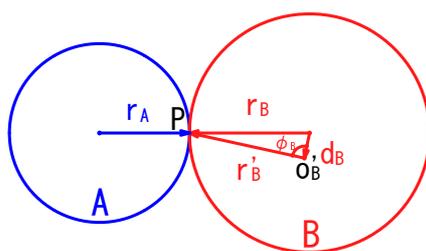


図 2

図のように接点 P で接する 2 つのギヤ A, B があるとする。ギヤ A の半径を r_A 、ギヤ B の半径を r_B とし、ギヤ B は中心から d_B だけずれたところ O'_B (回転中心) を中心に回転するとする。 O'_B と接点 P の距離を r'_B とし、 $O'_B P$ と $O'_B O_B$ のなす角を φ_B とすると、

$$r_B^2 = r'^2_B + d_B^2 - 2d_B r'_B \cos \varphi_B \quad (3)$$

ここで $d_B \ll r_B \approx r'_B$ であるので、 \cos の項の r'_B と r_B を入れ替えると

$$r_B^2 = r'_B{}^2 + d_B^2 - 2d_B r_B \cos \varphi_B \quad (4)$$

計算して、

$$r'_B \approx \sqrt{r_B^2 - d_B^2 + 2d_B r_B \cos \varphi_B} \quad (5)$$

またここで、ギヤ A とギヤ B が互いに滑らず離れることなく回転する為には接点においてギヤ A とギヤ B のギヤ末端の速度が同じである必要がある。よってギヤ A の角速度を ω_A 、ギヤ B の角速度を ω_B とすると、

$$r_A \omega_A = r'_B \omega_B \quad (6)$$

よって偏心して回転するギヤ B の角速度は、

$$\omega_B = \frac{r_A}{r'_B} \omega_A \quad (7)$$

となる。

8.1 ウォームギヤの偏心

ウォームギヤが偏心している場合を考える。ウォームギヤに入ってくる角速度を ω_{in} 、ウォームギヤの半径を r_g 、偏心量を d_g とすると、ウォームギヤの角速度 ω_g は

$$\omega_g = \frac{r_g}{\sqrt{r_g^2 - d_g^2 + 2d_g r_g \cos(\omega_{in} \times t)}} \times \omega_{in} \quad (8)$$

となる。ただし、なす角 φ はギヤの回転によって値が変わり、これを角速度 $\omega \times t$ と書き直して示した。なお φ の初期位相は 0 とした。

8.2 ウォームホイールの偏心

同様にウォームホイールの偏心を考える。ただしウォームホイールの歯数を m とすると、ウォームネジが 1 回転する毎にウォームホイールは $1/m$ 回転するので、偏心のないウォームホイールの角速度を ω'_w とすると

$$\omega'_w = \frac{1}{m} \times \omega_g \quad (9)$$

と書ける。ここでウォームホイールも偏心していると考えるので、偏心しているウォームホイールの角速度 ω_w は

$$\omega_w = \frac{r_w}{\sqrt{r_w^2 - d_w^2 + 2d_w r_w \cos(\omega_{in}/m \times t)}} \times \omega'_w \quad (10)$$

よって、ウォームネジ、ウォームホイール共に偏心している場合、以下のように角速度が変化することになる。

$$\omega_w = \frac{1}{m} \frac{r_w}{\sqrt{r_w^2 - d_w^2 + 2d_w r_w \cos(\omega_{in}/m \times t)}} \frac{r_g}{\sqrt{r_g^2 - d_g^2 + 2d_g r_g \cos(\omega_{in} \times t)}} \times \omega_{in} \quad (11)$$

ウォームギヤの半径	20 [mm]
ウォームホイールの半径	125 [mm]
入力角速度	1.57509868 [rad/min]
ギヤ比 m	360

表 4 ウォームギヤ、ウォームホイール

9 ウォームホイール偏心の考察

南極 40cm 望遠鏡のウォームギヤ、ウォームホイールの情報を表 4 に示す。これらと偏心量を与えるとピディオディックモーションが予想できる。

図は 10 月 15 日、10 月 17 日の観測結果をうまく説明できるようにフィッティングしたピディオディックモーションの図である。1 日周期のカーブがウォームホイールによるピディオディックモーション、4 分周期 (図ではほとんどつぶれている) のカーブがウォームギヤによるものである。

観測結果を説明する為に必要な偏心量は表 5 に示した。このうち、ウォームギヤの偏心量は機械加工精度の

ウォームギヤ	0.05 [mm]
ウォームホイール	2.57 [mm]

表 5 偏心量

範囲で、それなりに妥当な誤差であるが、ウォームホイールの偏心量は明らかにおかしい。

よって追尾速度の遅れの原因はウォームホイールの偏心によるものではなく、他の要素 (おそらくスリップ?) が原因であることが考えられる。

10 追加観測 10 月 21 日

今までの考察から、追尾速度の遅れはウォームホイールのスリップである可能性が非常に高くなった。よって追加観測を行い、この予想が正しいかどうか調べた。

南極望遠鏡はウォームホイールを鉄の板で両側から挟み込み、固定する構造となっている。ここでもスリップが生じ、その結果追尾速度が変わるのであれば、その原因は RA 軸のバランスがなかったことに起因すると考えられる。

これまでの観測から言えることは、追尾速度は常に遅れる基調であること、また RA 軸のバランスは西側が重いと思いこんでいてその為に RA 軸の東側に追加のおもりを取り付けて観測 (10 月 17 日) を行っていた。追尾が遅れるということは RA 軸は西側より東側が重いと言える。この追加観測はこのことを確かめる観測である。

10.1 1回目 SAO89549 (Aql, mag.6.2) Sidereal RA おもり 7.5cm + 3.2kg

まず天頂付近の恒星を使って、今まで通りの観測結果が得られるかどうか試してみた。前回までの観測と同じように追尾速度が遅れる傾向にあることが分かる。

10.2 2回目 δ And Sidereal RA おもり 7.5cm + 2kg

RA 軸東側のおもりをできる限り伸ばした状態 (今までこの状態) で、さらに 2kg 程度のおもりを取り付けて観測。結果はおもりが少なくなった分、追尾速度の遅れが減少している。

10.3 3回目 δ And Sidereal RA おもり 0cm

RA 軸東側のおもりを一番短くした状態で観測。追尾速度が Sidereal より早くなった事がわかる。予想は正しかった。

10.4 4回目 δ And Sidereal RA おもり 1cm

おもりを 1cm 出した位置で観測。まだ速い。

10.5 5回目 δ And Sidereal RA おもり 2cm

おもりを 2cm 出した状態で観測。まだすこし速い。

10.6 6回目 δ And Sidereal RA おもり 3cm

おもりを 3cm 出した状態で観測。追尾速度が遅くなった。

11 追尾エラーとおもりの関係

これらの結果をまとめたのが表 6 である。追尾エラーの原因は、RA 軸のバランスが合っていないことを原因として、ウォームホイールがスリップしていたということであった。

おもりの位置 [cm]	追尾速度の誤差 [arcsec/min]
0.0	1.4997
1.0	0.88805
2.0	0.40804
3.0	-1.3240

表 6 おもりの位置と追尾誤差

また正しく追尾するおもりの位置は、最小自乗法で計算すると、1.91 [cm] のところに設置すれば良いことが分かった。

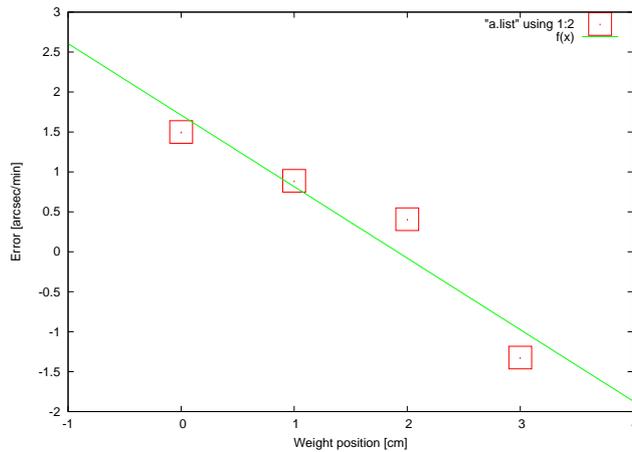


図3 おもりの位置に対する追尾誤差

12 まとめと今後の予定

ビデオディックモーションの測定から始まった RA の追尾誤差であったが、RA 軸のバランス不調整によって追尾が遅れるという事が分かった。RA 軸を正確にバランス調整しさえすれば追尾速度は正しい値となるものと考えられる。

しかしながら RA 軸のほんのわずかなバランス不調で追尾速度が大きくなることは好ましいことではない。望遠鏡の改造を前提として今後対策を講じたい。

またビデオディックモーションの測定は良い再現性のもと観測され、その値は常に ± 2 [arcsec] 程度であることが分かった。この値は仙台でのシーイングサイズ約 2[arcsec] と大差なく、仙台での観測においてはこれ以上追い込んで調整してもあまり成果は得られないと考える。追尾問題を解決した後に、市川先生の作成したビデオディックモーション補正装置を使い、追い込むことができるかどうか、実験を継続して行う予定である。