

南極 40cm 赤外線望遠鏡の Dec 軸・光軸の直交誤差について

沖田博文 (東北大)

2009/11/18

訂正 2009/12/1 版

1 赤道儀とは

南極 40cm 赤外線望遠鏡はフォーク式赤道儀で天体を導入・追尾する。赤道儀とは日周運動を追尾する為に特別に作られた架台 (カメラ用語で言う「雲台」に相当) で、1つの軸 (赤経軸) のみの回転で天体を追尾できるように作られている。また赤経軸と直交する軸を赤緯軸と呼び、これら2つの軸を回転させることで任意の天体に望遠鏡を向けることができる。

赤経・赤緯とはちょうど地球の経度・緯度に相当する概念で天体の位置を表す座標である。赤道儀はこの座標系に一致するように軸を傾け天体を導入・追尾する仕組みとなっている。

南極 40cm 赤外線望遠鏡の場合、赤緯軸は左右両側に分かれ、両側から鏡筒を支える構造となっている。この形状をフォーク式と呼ぶ。

なお赤経は英語で Right Ascension、赤緯は Declination であるのでこれらを略して RA、Dec と呼ぶこともある。

図??にその概要を示す。

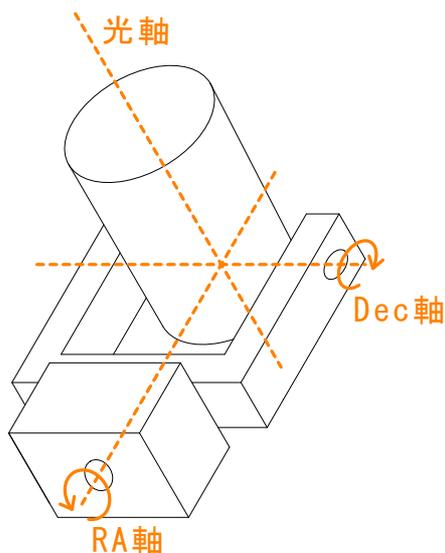


図1 望遠鏡の RA 軸・Dec 軸・光軸

2 赤緯軸と光軸の直交誤差

天体の位置を表す座標系である(赤経, 赤緯)は球座標系であり、2つの軸は直交している。しかしながら赤道儀は工業製品である為、赤緯軸と光軸は必ずしも直交しているとは限らない。また南極40cm赤外線望遠鏡の場合は主鏡を動かして光軸調整をする構造の為、光軸調整を行うと必然的に赤緯軸との直交が崩れる。

図??に赤緯軸と光軸が直交していない場合の概略を示す。

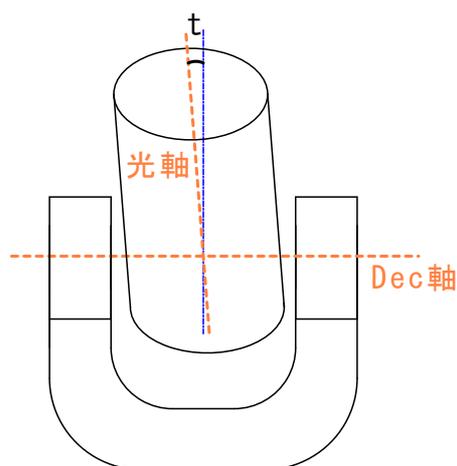


図2 赤緯軸と光軸の直交誤差

なお赤緯軸と光軸の2軸が直交していなくても望遠鏡は天球上の任意の点に指向可能である。しかしこれでは単純に天体の座標を入力するだけでは天体を導入することができない。

3 モデル化

図??はモデル化の概要である。望遠鏡は天の赤道上の点Aを向いているとする。

ここで図??のように望遠鏡が向いている方向から見てフォーク西側が左手側になるように望遠鏡を向けたとき、Dec軸と光軸に反時計回り正の方向に直交誤差 t があると考える。するとDec軸を回転させて北天に望遠鏡を向けようとしても直交誤差の影響から望遠鏡は点P(天の北極)を向かず点P'を向くことになる。その為天体の座標 (RA, Dec) を入力しても望遠鏡は天体の方向に向かず、結果導入ができない。

なおこの誤差は「Dec軸の回転に伴って光軸の指す天球上の軌跡が、本来は大円であるはずが小円となる」事に起因して生じる。

4 座標

このレポートでは天体の位置を(時角, 赤緯) = (H, δ) で表す。すなわち天の赤道と子午線の交点を原点 $(H, \delta) = (0, 0)$ とし、時角は西が+で東が-で $-180^\circ \leq H \leq 180^\circ$ 、赤緯は北を+、南を-としその範囲を $-90^\circ \leq \delta \leq 90^\circ$ と定義する。

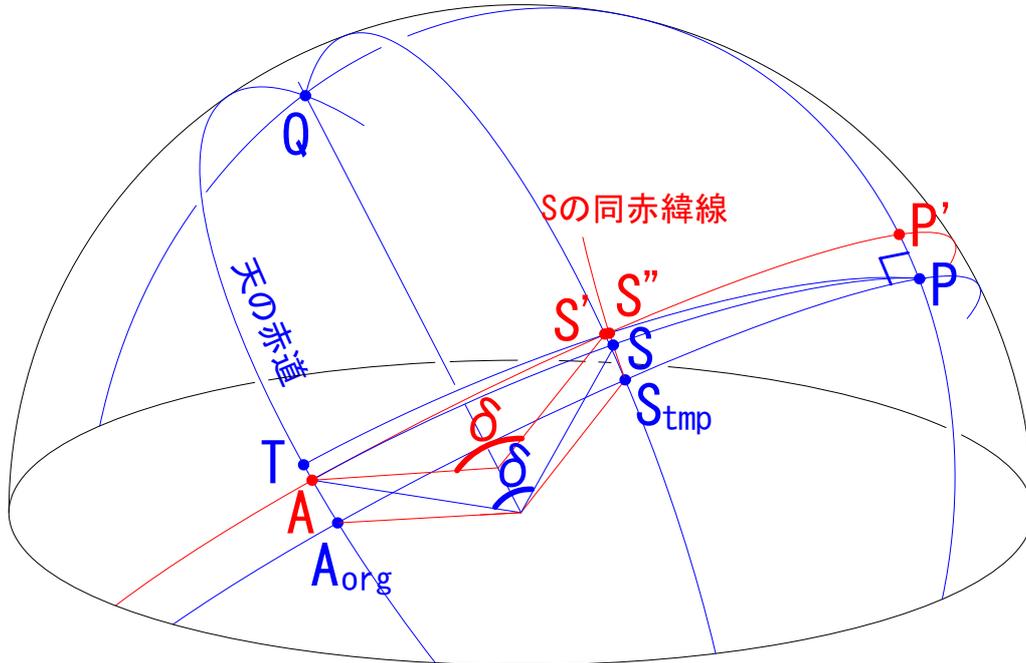


図 3

時角 H とは地方恒星時 LST 、天体の赤経 α を用いて

$$h = LST - \alpha \tag{1}$$

と定義され、ある観測時刻の天体の位置を子午線からの角度で表したものである。天体にはその位置を表す固有の座標 (赤経, 赤緯) = (α, δ) があるが、天体は日周運動により天球上での位置が時々刻々し、望遠鏡の向きを表すものとして (α, δ) は使いにくい。しかし (時角, 赤緯) = (H, δ) は単純に天球上での位置を表す座標であるので望遠鏡の向きを表すものとして便利な座標と言える。

5 計算

図??より、望遠鏡は天の赤道上の任意の点 $A(H_A, 0)$ で望遠鏡の座標と天体の座標を一致させたとする。(この作業を「アライメント」と呼ぶ。) 次に点 $S(H_A, \delta)$ にある天体を導入することを考える。望遠鏡は点 A を向いているので、Dec 軸を δ だけ回転させれば導入は完了するはずである。しかし実際は Dec 軸と光軸に直交誤差 t があるので望遠鏡は点 $S'(H_A - \Delta\alpha, \delta')$ を向く。望遠鏡を点 $S(H_A, \delta)$ に向ける為には点 S' から $+\Delta\delta = \delta - \delta'$ だけ (北に) Dec 軸を回転させて点 S と同じ赤緯上の点 S'' に向け、さらに RA 方向のズレ $+\Delta\alpha$ だけ (東に) 回転させなければならない。なお CCD の視野上に写る RA 方向のズレは $\Delta\alpha \cos \delta$ である。

以下、実際に RA、Dec のズレ量を求める。

図??を拡大したものが図??である。大円を青線で示し、その長さ赤色で、球面三角法の概念に基づき球の中心角で表した。黒線は小円で、その長さ (半径 1 の単位球の表面に張った弧の長さ) も黒色で表した。

点 Q は天の赤道上にあって、点 A_{org} から 90° 西にある点で、点 S_{tmp} は点 Q 、点 S' を通る大円と点 A_{org} 、点 P を通る大円の交点と定義する。

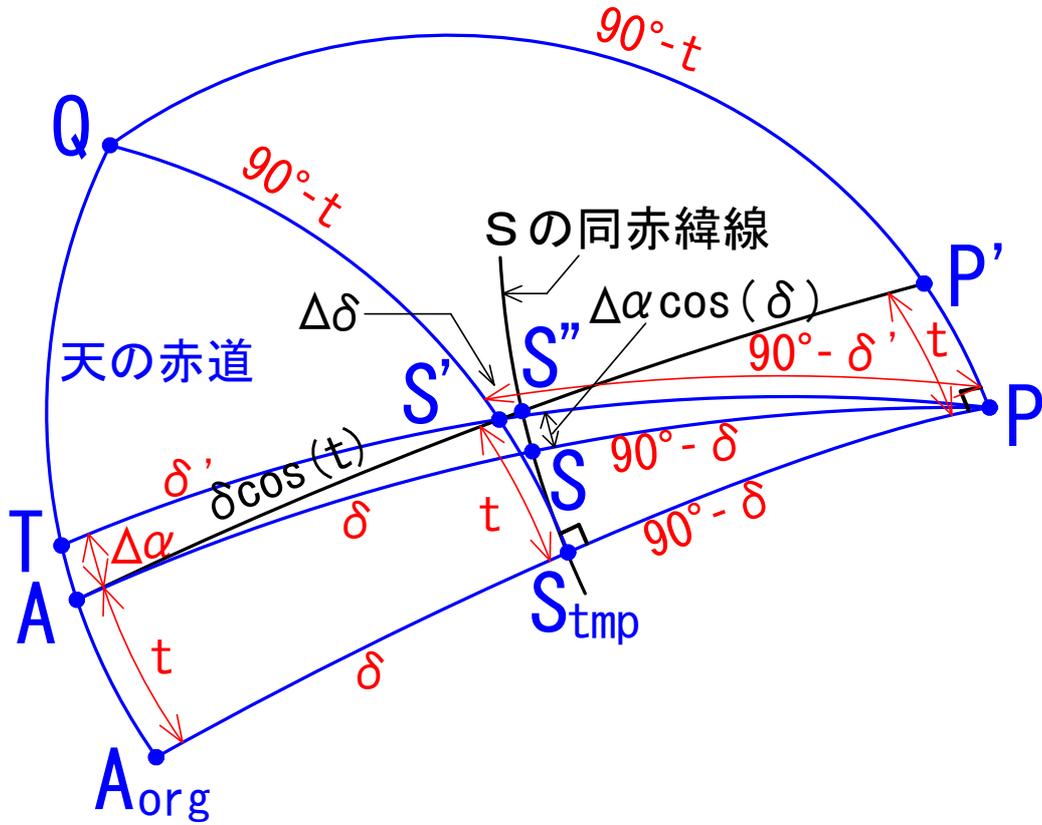


図 4

よって $QA_{org}=QS_{tmp}=QP=90^\circ$ 、 $\angle QTS'=\angle QAS=\angle QA_{org}P=\angle A_{org}PQ=\angle PQA_{org}=\angle S'S_{tmp}P=90^\circ$ である。

5.1 Dec 方向のズレ $\Delta\delta$

Dec 方向のズレとは $\Delta\delta \equiv \delta - \delta'$ である。球面三角形 $\triangle PS'S_{tmp}$ について

$$\cos(90^\circ - \delta') = \cos(90^\circ - \delta) \cos t \quad (2)$$

計算して

$$\sin \delta' = \sin \delta \cos t \quad (3)$$

よって Dec 方向のズレ $\Delta\delta$ は

$$\Delta\delta = \delta - \arcsin(\sin \delta \cos t) \quad (4)$$

となる。

ここで t が微小であるとする、 $\Delta\delta \sim 0$ となり、Dec 方向のズレはほとんど無い。

5.2 RA 方向のズレ $\Delta\alpha \cos \delta$

CCD 上に写る RA 方向のズレとは図??の、S の同赤緯線 (小円) 上の弧 $S''S$ である。しかし $S''S$ は小円であるので直接求めることはできない。そこで $S''S = \Delta\alpha \cos \delta$ の代わりにまず $TA = \Delta\alpha$ を求める。

球面三角形 $\triangle QPS'$ について、

$$\cos(90^\circ - t) = \cos 90^\circ \cos(90^\circ - \delta') + \sin 90^\circ \sin(90^\circ - \delta') \cos(\angle QPS') \quad (5)$$

計算して

$$\cos(\angle QPS') = \frac{\sin t}{\cos \delta'} \quad (6)$$

ところで図??より $\angle QPS' = QT$ である。

よって

$$TA = 90^\circ - QT - AA_{org} \quad (7)$$

計算して

$$\Delta\alpha = 90^\circ - t - \arccos\left(\frac{\sin t}{\cos \delta'}\right) \quad (8)$$

ここに前節で求めた $\sin \delta'$ から $\cos \delta'$ を代入し計算すると RA 方向のエラーが求まる。

なおここまでは厳密な解であるが近似的にもう少し計算できる。前節の結果 $\Delta\delta \sim 0$ という近似を用いると、式??は

$$\cos(90^\circ - \Delta\alpha - t) = \frac{\sin t}{\cos \delta} \quad (9)$$

計算して

$$\sin(\Delta\alpha + t) = \frac{\sin t}{\cos \delta} \quad (10)$$

ここで $\Delta\alpha \ll 1$ 、 $t \ll 1$ であるとする $\sin(\Delta\alpha + t) \sim \Delta\alpha + t$ 、 $\sin t \sim t$ と近似できるので、

$$\Delta\alpha + t = \frac{t}{\cos \delta} \quad (11)$$

よって RA 方向のズレ $\Delta\alpha$ は

$$\Delta\alpha \simeq \left(1 - \frac{1}{\cos \delta}\right) \times t \quad (12)$$

ただし赤経軸のズレの方向を表す為、符号 $-$ を書き加えた。

最終的に弧 $S''S$ の長さ、つまり CCD 上に写る = 観測される RA 方向のエラーは

$$\Delta\alpha \cos \delta \simeq -(1 - \cos \delta) \times t \quad (13)$$

となる。

なお符号は Dec 軸と光軸の直交誤差 t の定義が反時計回りを正としているのでこのようになる。「南極 40cm 赤外線望遠鏡の RA 軸・Dec 軸の直交誤差について」(沖田博文、2009 年 9 月 30 日レポート) で定義した RA 軸と Dec 軸の直交誤差 d の定義と逆回りであることに注意する必要がある。

6 観測に即した直交誤差 t への焼き直し

3章で行ったモデル化に基づいて5章で具体的にズレ量を求めた。そこで次に実際の観測で得られるズレ量から直交誤差 t を求める。

実際の観測ではモデル化のように天の赤道上の点でアライメントをすることは事実上不可能である為、以下のようにまずある星 X でアライメントし、次に他の星 Y を向けその差分から直交誤差 t を見積もることになる。「南極 40cm 赤外線望遠鏡の RA 軸・Dec 軸の直交誤差について (沖田博文、2009 年 9 月 30 日レポート)」と同様のやり方で考えると、

RA 方向の誤差は

$$\begin{aligned} \Delta\alpha_{YX} \cos \delta_Y &\simeq (\Delta\alpha_Y - \Delta\alpha_X) \cos \delta_Y \\ &= - \left(1 - \frac{\cos \delta_Y}{\cos \delta_X} \right) \times t \end{aligned} \quad (14)$$

赤緯方向の誤差は

$$\begin{aligned} \Delta\delta_{YX} &\equiv \Delta\delta_Y - \Delta\delta_X \\ &= (\delta_Y - \delta_X) - \{ \arcsin(\sin \delta_Y \cos t) - \arcsin(\sin \delta_X \cos t) \} \\ &\sim 0 \end{aligned} \quad (15)$$

となる。

天体の赤緯値 δ_X 、 δ_Y は既知であるので観測から $\Delta\alpha_{YX} \cos \delta_Y$ 、 $\Delta\delta_{YX}$ が求めれば直交誤差 t を求めることができる。

7 実際の観測と計算

実際の直交誤差の測定は、望遠鏡に CCD カメラを取り付けて 2 つの星を撮影し、その位置の差から見積もることになる。Dec 軸と光軸の直交誤差が $t > 0$ ある場合、星 X でアライメントし星 Y を導入した場合 CCD の視野では図??の位置に写ることになる。

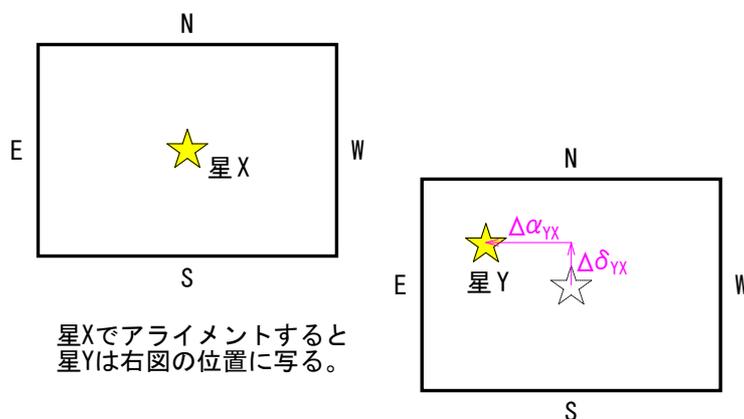


図 5

8 許される誤差精度

許される誤差精度を計算する。ここで Dec 軸と光軸の直交誤差を $t = 1'$ とし、赤緯 $\delta = 0^\circ$ でアライメントしたと仮定して天体の赤緯値ごとの $\Delta\alpha \cos \delta$ 、 $\Delta\delta$ を図??に示す。

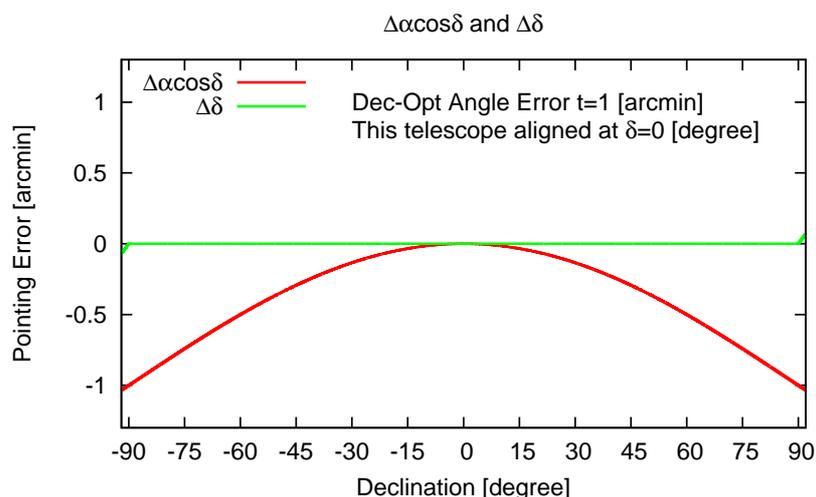


図 6

$\Delta\delta$ は $\Delta\alpha \cos \delta$ に比べ非常に小さいので、Dec 軸と光軸の直交誤差はほぼすべて RA 方向の導入エラーとして表れることがわかる。

また $t = 1'$ 、 $\delta = 0^\circ$ でアライメントした時の直交誤差による導入誤差は最大で $1'$ であり、任意の場所でアライメントした場合の直交誤差による導入誤差は最大で $2'$ となる。

ところで南極 40cm 赤外線望遠鏡に搭載予定の赤外線直接撮像カメラの視野は $29' \times 29'$ 、3 色赤外線同時撮像カメラの視野は K バンドで $30' \times 30'$ 、A/L バンドで $9' \times 9'$ である。よって導入精度は $\pm 14.5'$ 以下でなければならないとすると直交誤差は $t \leq 7.25'$ (最大値) まで許されることになる。これは主鏡調整ネジ間隔 187.5mm で考えると主鏡調整ネジによる主鏡の傾きの最大許容量は約 0.4mm となる。また主鏡調整ネジは M4 ネジなのでそのピッチは 0.7mm であることから、Dec 軸と光軸の直交誤差 t を $1[\text{arcmin}]$ 程度に抑える為には主鏡調整ネジをおよそ 30° の精度で調整しなければならないといえる。

さらにこのことから主鏡調整ネジは光軸調整の為に使用するのではなく Dec 軸と光軸を直交とする為に使用するべきで、光軸調整はトラスの長さや副鏡のセンタリング・傾き調整で行う必要があると言える。

9 参考文献

1. ZEUS プロジェクト技術資料、早水勉、http://www2.synapse.ne.jp/haya/zeus/zeus_tech.html
2. 球面三角法、Wikipedia、<http://ja.wikipedia.org>
3. 南極 40cm 赤外線望遠鏡の RA 軸・Dec 軸の直交誤差について、沖田博文、2009 年 9 月 30 日レポート