

# 南極 40cm 赤外線望遠鏡の設置誤差による導入エラーについて

沖田博文 (東北大)

2009/11/26

訂正 2009/12/1 版

## 1 赤道儀とは

南極 40cm 赤外線望遠鏡はフオーク式赤道儀で天体を導入・追尾する。赤道儀とは日周運動を追尾する為に特別に作られた架台 (カメラ用語で言う「雲台」に相当) で、1つの軸 (赤経軸) のみの回転で天体を追尾できるように作られている。また赤経軸と直交する軸を赤緯軸と呼び、これら2つの軸を回転させることで任意の天体に望遠鏡を向けることができる。

赤経・赤緯とはちょうど地球の経度・緯度に相当する概念で天体の位置を表す座標である。赤道儀はこの座標系に一致するように軸を傾け天体を導入・追尾する仕組みとなっている。

南極 40cm 赤外線望遠鏡の場合、赤緯軸は左右両側に分かれ、両側から鏡筒を支える構造となっている。この形状をフオーク式と呼ぶ。

なお赤経は英語で Right Ascension、赤緯は Declination であるのでこれらを略して RA、Dec と呼ぶこともある。

図 1 にその概要を示す。

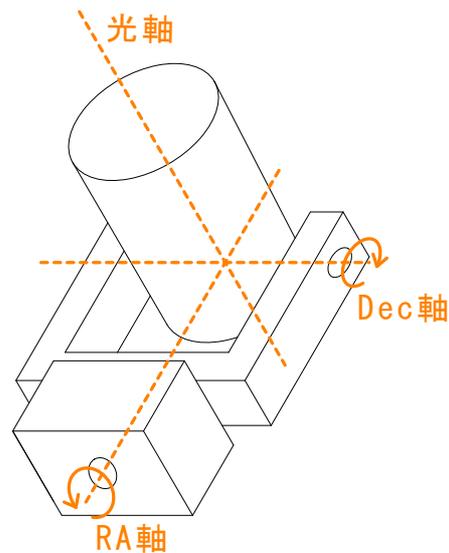


図 1 望遠鏡の RA 軸・Dec 軸・光軸

## 2 赤道儀の設置誤差

望遠鏡を設置する際、正しく赤経軸を天の北極に向けることができなかつた場合、「追尾エラー」と「導入エラー」の両方のエラーが生じる。追尾エラーは赤経軸の回転のみでは天体を追尾することができず、赤経方向の追尾の遅れや赤緯方向の運動といった現象として観測される。詳細は追尾エラーは追尾エラーの定量的評価(沖田博文、2009/11/11 レポート)を参照。導入エラーは天体を示す座標系(赤経、赤緯)が望遠鏡の示す座標系と設置誤差分ズれていることから生じ、単純に天体の赤経赤緯値を入力しても正しく天体を導入することができない。このレポートではこの導入エラーを考察していく。

なお設置誤差によって赤経軸が正しく天の北極を向いていない場合でも望遠鏡は天球上の任意の点を指向可能である。

## 3 モデル化

図2はモデル化の概要である。RA 軸は点の北極  $P$  から、時角  $H_p$  の方向に大きさ  $\epsilon_p$  だけズレた点  $P'$  を向いているとする。但し  $\epsilon_p \geq 0$ 、 $-180^\circ \leq H_p \leq 180^\circ$  である。

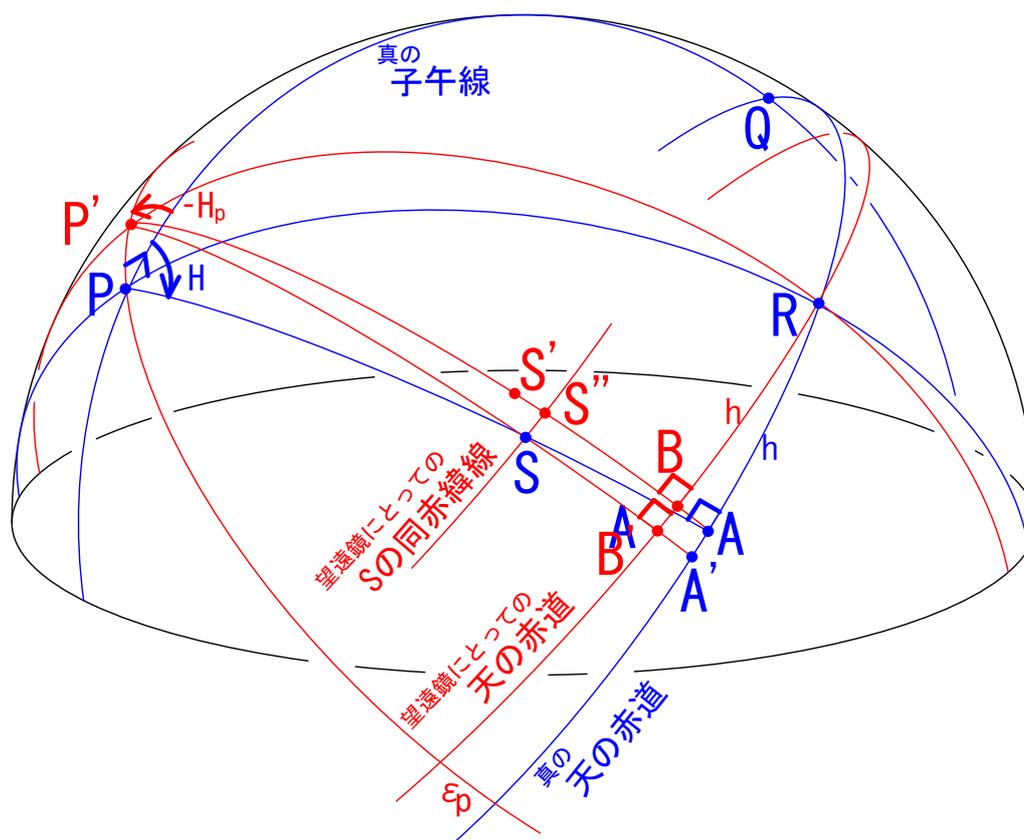


図2

RA 軸が点の北極を向いていない為、天体の座標  $(H, Dec)$  を入力しても望遠鏡は天体の方向に向かず、結果導入ができない。

## 4 座標

このレポートでは天体の位置を (時角, 赤緯) =  $(H, \delta)$  で表す。すなわち天の赤道と子午線の交点を原点  $(H, \delta) = (0, 0)$  とし、時角は西が + で東が - で  $-180^\circ \leq H \leq 180^\circ$ 、赤緯は北を +、南を - としその範囲を  $-90^\circ \leq \delta \leq 90^\circ$  と定義する。

時角  $H$  とは地方恒星時  $LST$ 、天体の赤経  $\alpha$  を用いて

$$H = LST - \alpha \quad (1)$$

と定義され、ある観測時刻の天体の位置を子午線からの角度で表したものである。天体にはその位置を表す固有の座標 (赤経, 赤緯) =  $(\alpha, \delta)$  があるが、天体は日周運動により天球上での位置が時々刻々し、望遠鏡の向きを表すものとして  $(\alpha, \delta)$  は使いにくい。しかし (時角, 赤緯) =  $(H, \delta)$  は単純に天球上での位置を表す座標であるので望遠鏡の向きを表すものとして便利な座標と言える。

## 5 計算

図 2 で望遠鏡は点  $R$ (時角, 赤緯) =  $(H_p + 90^\circ, 0)$  で望遠鏡の座標と天体の座標を一致させたとする。なおこの作業を「アライメント」と呼ぶ。

次に点  $S(H, \delta)$  にある天体を導入することを考える。望遠鏡は点  $R$  を向いているので、RA 軸を  $h$ 、Dec 軸を  $\delta$  だけ回転させれば導入は完了するはずである。しかし実際は RA 軸は点の北極  $P$  を向いていない為望遠鏡は点  $S'$  を向く。望遠鏡を点  $S(H, \delta)$  に向ける為には点  $S'$  から  $\Delta\delta$  だけ (南に) Dec 軸を回転させて点  $S$  と同じ (望遠鏡での) 赤緯上の点  $S''$  に向け、さらに RA 方向のズレ  $\Delta\alpha$  だけ (西に) 回転させなければならない。なお CCD の視野上に写る RA 方向のズレは  $\Delta\alpha \cos \delta$  である。

またこのレポートでは近似を多用して設置誤差による導入エラーを見積もることにする。

### 5.1 Dec 方向のズレ $\Delta\delta$

図 2、図 3 より設置誤差  $\epsilon_P \ll 1$  であるので天球上の三点  $P, P', P''$  は非常に接近している。よって天球上の円弧  $PP'$  を直線と見なすことができる。すると三角形  $\triangle PP'P''$  と球面三角形  $\triangle PP'S$  から

$$\Delta\delta = \epsilon_P \cos(H - H_P) \quad (2)$$

と言える。

### 5.2 RA 方向のズレ $\Delta\alpha \cos \delta$

図 2 から見て取れるように、天の北極  $P$  と RA 軸の方向  $P'$  はほとんど同じ方向 (ズレは  $\epsilon_P$  程度) だと言える。よって両者にとっての天の赤道は「ほぼ」一致していると見なせる。そこで天の赤道が同一であると考え、点  $A =$  点  $B$ 、点  $A' =$  点  $B'$  と見なす。

図3は図2を拡大し、近似を行った後の図である。

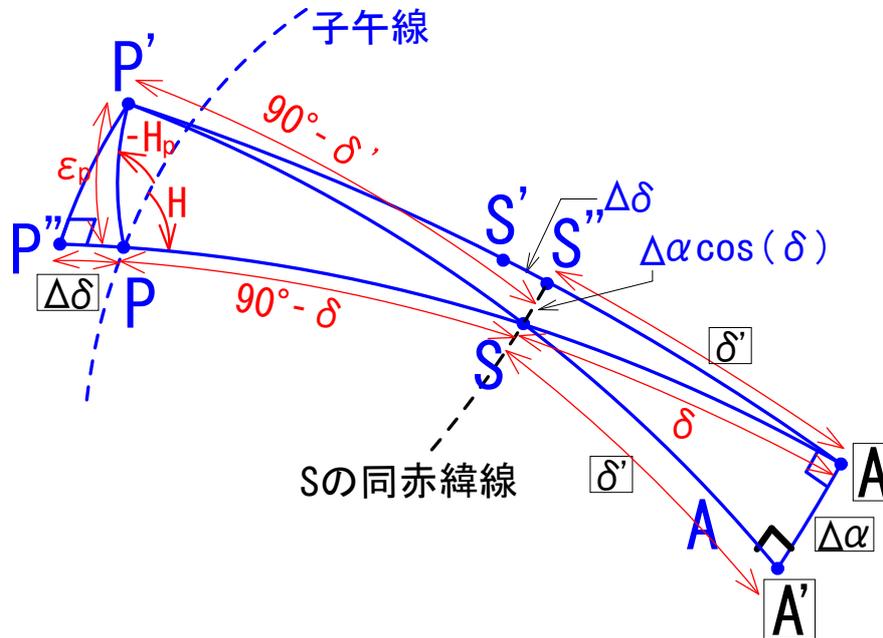


図3

大円を青線で示し、その長さを赤色で、球面三角法に基づき球の中心角で表した。黒線は小円である。で囲んだ文字は特に近似をして得られた長さ(角度)を表している。

ここで球面三角形  $\triangle PP'S$  について、

$$\frac{\sin \epsilon_p}{\sin \angle PSP'} = \frac{\sin(90^\circ - \delta')}{\sin(H - H_p)} \quad (3)$$

計算して

$$\sin \angle PSP' = \sin(H - H_p) \frac{\sin \epsilon_p}{\cos \delta'} \quad (4)$$

ところで「近似」球面三角形  $\triangle SAA'$  について、

$$\frac{\sin \delta}{\sin 90^\circ} = \frac{\sin \Delta\alpha}{\sin \angle ASA'} \quad (5)$$

また

$$\sin \angle PSP' = \sin \angle ASA' \quad (6)$$

より計算して

$$\sin(\Delta\alpha) = \sin(H - H_p) \sin \epsilon_p \times \frac{\sin \delta}{\cos \delta'} \quad (7)$$

$\Delta\alpha \ll 1$ 、 $\epsilon_p \ll 1$  であるので  $\sin(\Delta\alpha) \sim \Delta\alpha$ 、 $\sin \epsilon_p \sim \epsilon_p$ 、 $\sin \delta / \cos \delta' \sim \tan \delta$  と近似すると

$$\Delta\alpha = \epsilon_p \sin(H - H_p) \tan \delta \quad (8)$$

最終的に弧  $S''S$  の長さ、つまり CCD 上に写る = 観測される RA 方向のエラーは

$$\Delta\alpha \cos \delta = \epsilon_p \sin(H - H_p) \sin \delta \quad (9)$$

となる。

## 6 観測に即した設置誤差 $\epsilon_p$ 、 $H_p$ への焼き直し

3章で行ったモデル化に基づいて5章で具体的にズレ量を求めた。そこで次に実際の観測で得られるズレ量から設置誤差  $\epsilon_p$ 、 $H_p$  を求める。

実際の観測ではモデル化のように天の赤道上の時角  $H_p + 90^\circ$  の点  $R$  でアライメントをすることは不可能である。そもそも設置誤差の方向  $H_p$  がわからない。そこで以下のようにまずある星  $X$  でアライメントし、次に他の星  $Y$  を向けその差分から設置誤差  $\epsilon_p$ 、 $H_p$  を見積もることになる。「南極 40cm 赤外線望遠鏡の RA 軸・Dec 軸の直交誤差について (沖田博文、2009 年 9 月 30 日レポート)」と同様のやり方で考えると、RA 方向の誤差は

$$\begin{aligned} \Delta\alpha_{YX} \cos \delta_Y &\simeq (\Delta\alpha_Y - \Delta\alpha_X) \cos \delta_Y \\ &= -\epsilon_p \sin(H_Y - H_p) \sin \delta_Y + \frac{\cos \delta_Y}{\cos \delta_X} \epsilon_p \sin(H_X - H_p) \sin \delta_X \end{aligned} \quad (10)$$

赤緯方向の誤差は

$$\begin{aligned} \Delta\delta_{YX} &\equiv \Delta\delta_Y - \Delta\delta_X \\ &= \epsilon_p \{ \cos(H_Y - H_p) - \cos(H_X - H_p) \} \end{aligned} \quad (11)$$

となる。

天体の座標  $(H_X, \delta_X)$ 、 $(H_Y, \delta_Y)$  は既知であるので観測から  $\Delta\alpha_{YX} \cos \delta_Y$ 、 $\Delta\delta_{YX}$  が求まれば設置誤差  $\epsilon_p$ 、 $H_p$  を求めることができる。

## 7 実際の観測と計算

実際の設置誤差の測定は、望遠鏡に CCD カメラを取り付けて2つの星を撮影し、その位置の差から見積もることになる。星  $X$  でアライメントし星  $Y$  を導入した場合 CCD の視野では図4の位置に写ることになる。なおこの図4の符号は星  $X$ 、星  $Y$  が共に時角  $H \geq H_p + 90^\circ$  にある場合であり、任意の時角  $H_X$ 、 $H_Y$  の場合天体の位置は異なった場所に写る。

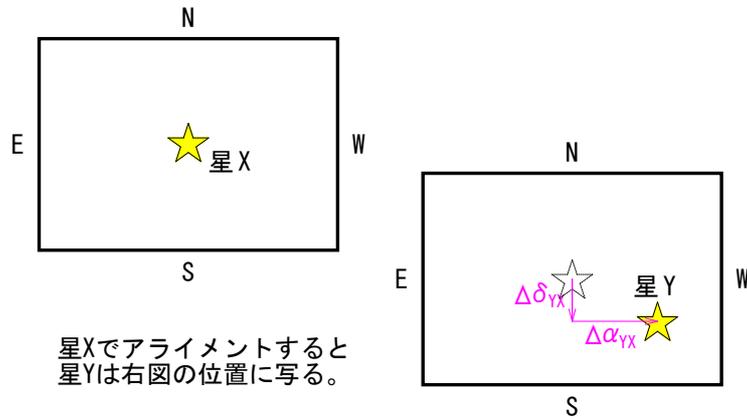


図 4

## 8 許される誤差精度

許される誤差精度を計算する。ここで設置誤差の大きさ  $\epsilon_p = 1'$ 、 $H_p = -30^\circ$  とし、 $(H_p + 90^\circ, 0)$  でアライメントしたと仮定して天体の  $H$  ごとの  $\Delta\alpha \cos \delta$ 、 $\Delta\delta$  を図 5、図 6 に示す。

設置誤差がある場合、RA 方向・Dec 方向共に導入エラーが表れることがわかる。特に Dec 方向は  $\delta$  の値に関係なく生じることが見て取れる。また RA 方向は  $\delta = 0$  で  $H$  の値に関係なく 0 となることもわかる。

ところで Dec 方向のエラーは RA 軸・Dec 軸・光軸の直交誤差ではほとんど生じない。よっているいるな  $H$  の天の赤道付近の天体を観測しその Dec 方向のズレ  $\Delta\delta$  を観測することで設置誤差  $\epsilon_p$ 、 $H_p$  を他の直交誤差と区別して求めることができると言える。

また  $\epsilon_p = 1'$  の時、 $(H_p + 90^\circ, 0)$  でアライメントした場合の設置誤差による導入誤差は  $\sqrt{\Delta\alpha^2 + \Delta\delta^2} \leq 1$  (等号成立は  $\delta = 90^\circ$ ) であるので任意の場所でアライメントした場合の直交誤差による導入誤差は最大で  $2'$  となる。

ここで南極 40cm 赤外線望遠鏡に搭載予定の赤外線直接撮像カメラの視野は  $29' \times 29'$ 、3 色赤外線同時撮像カメラの視野は K バンドで  $30' \times 30'$ 、A/L バンドで  $9' \times 9'$  である。よって導入精度は  $\pm 14.5'$  以下でなければならないとすると設置誤差は  $t \leq 7.25'$  (最大値) まで許されることになる。これは方位調整ネジと回転軸までの間隔  $425\text{mm}$  で考えると方位調整ネジ方向の最大誤差許容量は約  $0.9\text{mm}$  となる。方位調整ネジは M12 ネジなのでそのピッチは  $1.75\text{mm}$  であることから、方位方向の設置誤差を  $1[\text{arcmin}]$  程度に抑える為には方位調整ネジをおよそ  $25^\circ$  の精度で調整しなければならないといえる。

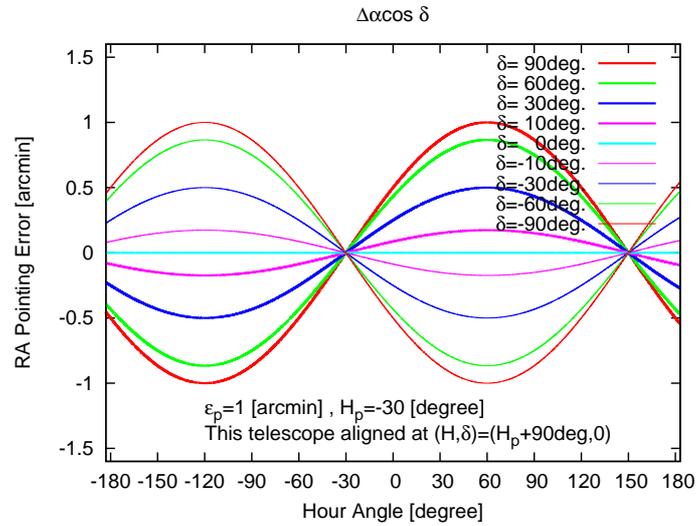


図 5

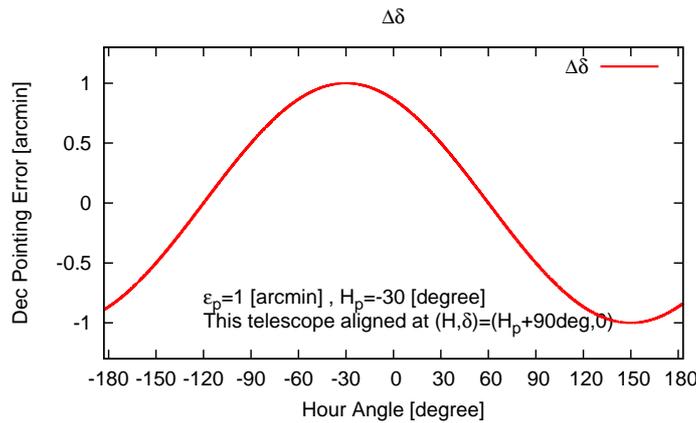


図 6

## 9 参考文献

1. ZEUS プロジェクト技術資料、早水勉、[http://www2.synapse.ne.jp/haya/zeus/zeus\\_tech.html](http://www2.synapse.ne.jp/haya/zeus/zeus_tech.html)
2. 球面三角法、Wikipedia、<http://ja.wikipedia.org>
3. 南極 40cm 赤外線望遠鏡の RA 軸・Dec 軸の直交誤差について、沖田博文、2009 年 9 月 30 日レポート
4. 南極 40cm 赤外線望遠鏡の Dec 軸・光軸の直交誤差について、沖田博文、2009 年 11 月 18 日レポート