南極 40cm 赤外線望遠鏡の RA 軸・Dec 軸の直交誤差について

沖田博文 (東北大)

2009/9/30
訂正 2009/12/1 版

1　赤道儀とは

南極 40cm 赤外線望遠鏡はフォーク式赤道儀で天体を導入・追尾する。赤道儀とは日周運動を追尾する為に特別に作られた架台 (カメラ用語で言う「雲台」に相当) で、1 つの軸 (赤経軸) のみの回転で天体を追尾できるように作られている。また赤経軸と直交する軸を赤緯軸と呼び、これら 2 つの軸を回転させることで任意の天体に望遠鏡を向けることができる。

赤経・赤緯とはちょうど地球の経度・緯度に相当する概念で天体の位置を表す座標である。赤道儀はこの座標系に一致するように軸を傾け天体を導入・追尾する仕組みとなっている。

南極 40cm 赤外線望遠鏡の場合、赤緯軸は左右両側に分かれ、両側から鏡筒を支える構造となっている。この形状をフォーク式と呼ぶ。

なお赤経は英語で Right Ascension、赤緯は Declination であるのでこれらを略して RA、Dec と呼ぶ。

図**??**にその概要を示す。

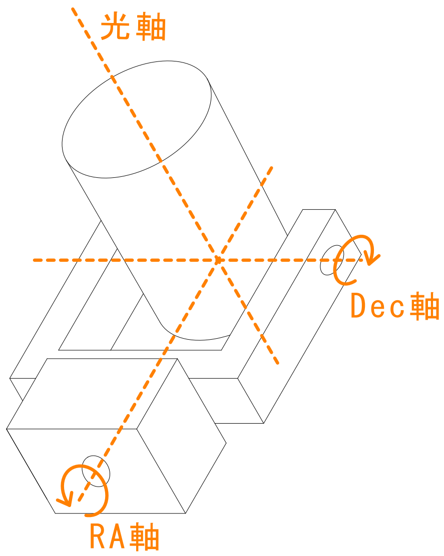

図 1　望遠鏡の RA 軸・Dec 軸・光軸

2　赤経軸と赤緯軸の直交誤差

天体の位置を表す座標系である (赤経, 赤緯) は球座標系であり、2 つの軸は直交している。しかしながら赤道儀は工業製品である為、赤経軸と赤緯軸は必ずしも直交しているとは限らない。特に南極 40cm 赤外線望遠鏡の場合は赤緯軸と赤経軸の間は多くの部品を組み合わせた作りとなっているため、2 つの軸が直交となるには以下の加工精度が重要となるが、天体観測で必要な精度を機械加工で出すことはできない。

- RA 軸と上部フランジの直交精度
- フォーク部下面と上面の平行精度
- 左右 Dec 部の Dec 軸-底面の距離精度

図??に赤経軸と赤緯軸が直交していない場合の概略を示す。

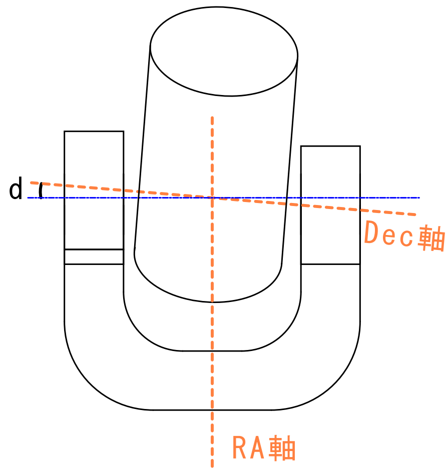

図 2　赤経軸と赤緯軸の直交誤差

なお赤経軸と赤緯軸の 2 軸が直交していなくても望遠鏡は天球上の任意の点に指向可能である。しかしこれでは単純に天体の座標を入力するだけでは天体を導入することができない。

3　モデル化

図??はモデル化の概要である。望遠鏡は図??では緑色で描いている。紫色の矢印は望遠鏡の向いている方向を表し、図??では望遠鏡は東の地平線 (E 地点) を向いている。

ここで図??のように望遠鏡が向いている方向から見てフォーク西側が左手側になるように望遠鏡を向けたとき、RA 軸と Dec 軸に時計回り正の方向に直交誤差 d があると考える。すると Dec 軸を回転させて北天に望遠鏡を向けようとしても直交誤差の影響から望遠鏡は点 P(天の北極) を通らず、点 P' を向くことになる。その為天体の座標 (RA, Dec) を入力しても望遠鏡は天体の方向に向かず、結果導入ができない。

なおこの誤差は「RA 軸の回転に伴って Dec 軸の指す天球上の軌跡＝大円が傾く」事に起因して生じる。

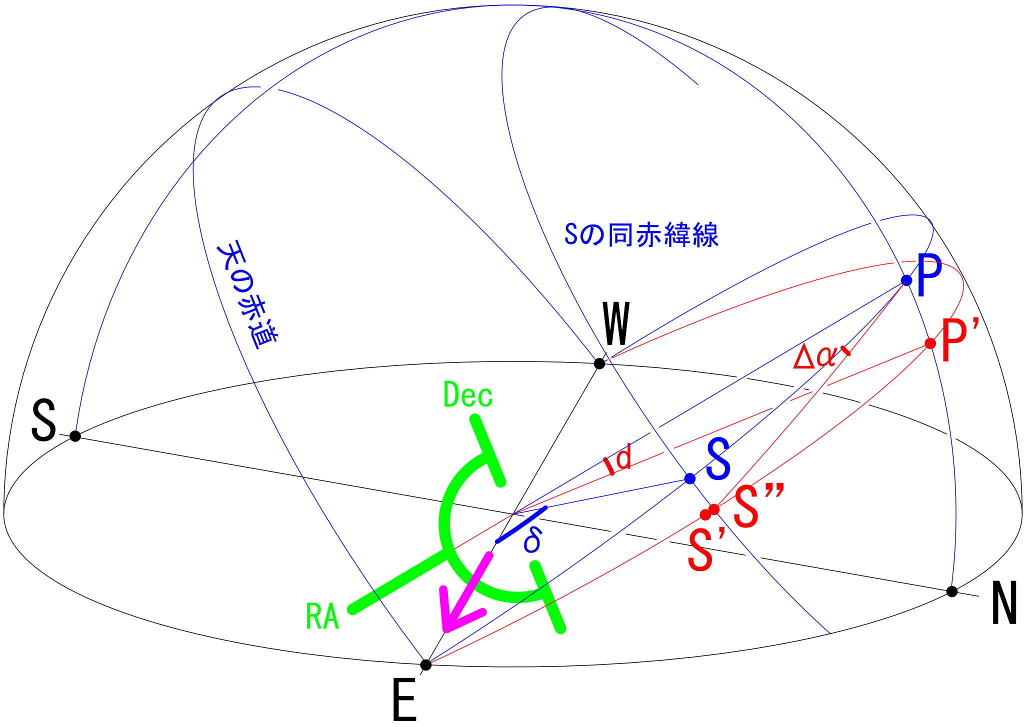

図 3

4 座標

このレポートでは天体の位置を (時角, 赤緯) $= (H, \delta)$ で表す。すなわち天の赤道と子午線の交点を原点 $(H, \delta) = (0, 0)$ とし、時角は西が $+$ で東が-で $-180^\circ \leq H \leq 180^\circ$、赤緯は北を $+$、南を-としその範囲を $-90^\circ \leq \delta \leq 90^\circ$ と定義する。

時角 H とは地方恒星時 LST、天体の赤経 α を用いて

$$h = LST - \alpha \tag{1}$$

と定義され、ある観測時刻の天体の位置を子午線からの角度で表したものである。天体にはその位置を表す固有の座標 (赤経, 赤緯) $= (\alpha, \delta)$ があるが、天体は日周運動により天球上での位置が時々刻々し、望遠鏡の向きを表すものとして (α, δ) は使いにくい。しかし (時角, 赤緯) $= (H, \delta)$ は単純に天球上での位置を表す座標であるので望遠鏡の向きを表すものとして便利な座標と言える。

5 計算

まず、東の地平線である E 点 (時角, 赤緯) $= (-90^\circ, 0)$ で望遠鏡の座標と天体の座標を一致させたとする。(この作業を特に「アライメント」と呼ぶ。) なおアライメントは天の赤道上 $\delta = 0^\circ$ であればどこでも良く、必ずしも E 点である必要はない。

次に S 点 $(-90°,\delta)$ にある天体を導入することを考える。RA 軸と Dec 軸が直交しているのであれば Dec 軸を δ だけ回転させれば導入は完了するが、実際は直交誤差 d があるので望遠鏡は S' を向く。(S'' ではない！)

望遠鏡を点 S に向ける為にはそこで S' からさらに $\Delta\delta$ だけ Dec 軸を (北に) 回転させて S と同じ赤緯上の点 S'' に向け、さらに RA 方向のズレ $\Delta\alpha$ だけ (西に) 回転させなければならない。

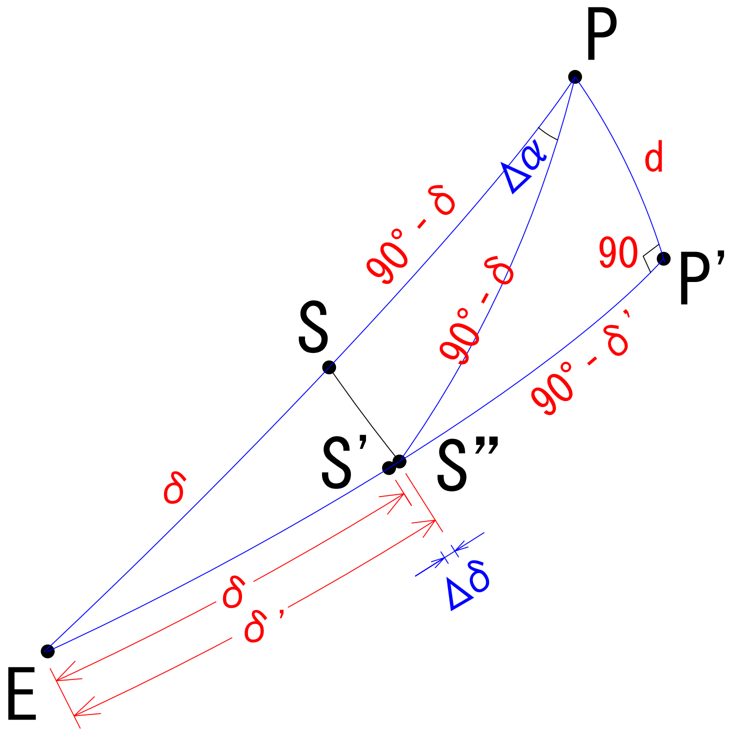

図 4

図??を拡大したものが図??である。辺の長さは球面三角法の概念に基づき球の中心角で表してある。図には大円を青線で示した。具体的には弧 EP、EP'、PP'、PS'' が大円である。

5.1 Dec 軸のズレ $\Delta\delta$

赤緯のズレとは、$\Delta\delta \equiv \delta' - \delta$ である。球面三角形 $\triangle PP'S''$ について

$$\cos(90° - \delta) = \cos d \cos(90° - \delta') \tag{2}$$

計算して

$$\sin\delta' = \frac{1}{\cos d}\sin\delta \tag{3}$$

よって赤緯軸のズレ $\Delta\delta$ は

$$\Delta\delta = \arcsin\left(\frac{\sin\delta}{\cos d}\right) - \delta \tag{4}$$

となる。

ここで d が微小であるとすると、$\Delta\delta \sim 0$ となり、Dec 方向のズレはほとんど無い。

5.2 RA 方向のズレ $\Delta\alpha\cos\delta$

CCD 上に写る RA 方向のズレとは図??の、S の同赤緯線 (小円) 上の弧 $S''S$ である。しかし $S''S$ は小円であるので直接求めることはできない。そこで $S''S = \Delta\alpha\cos\delta$ の変わりにまず球面三角形 $\triangle EPS''$ の $\angle EPS'' = \Delta\alpha$ を求める。

球面三角形 $\triangle EPS''$ について

$$\cos\delta' = \cos(90^\circ - \delta)\cos 90^\circ + \sin(90^\circ - \delta)\sin 90^\circ \cos\Delta\alpha \tag{5}$$

計算して

$$\begin{aligned}\cos\Delta\alpha &= \frac{\cos\delta'}{\cos\delta} \\ &= \frac{1}{\cos\delta}\sqrt{1-\left(\frac{\sin\delta}{\cos d}\right)^2}\end{aligned} \tag{6}$$

よって赤経軸のズレ $\Delta\alpha$ は

$$\Delta\alpha = \frac{\delta}{|\delta|}\frac{d}{|d|}\arccos\left\{\frac{1}{\cos\delta}\sqrt{1-\left(\frac{\sin\delta}{\cos d}\right)^2}\right\} \tag{7}$$

ただし赤経軸のズレの方向を表す為 $\delta/|\delta|$、$d/|d|$ を書き加えた。なお $\sqrt{\ }$ 内は $90^\circ \leq \delta' \leq 90^\circ$ より常に正となる。

式 (??) は厳密な解である。これを数値的に近似すると

$$\Delta\alpha \simeq d\tan\delta \tag{8}$$

と書ける。

最終的に弧 $S''S$ の長さ、つまり CCD 上に写る＝観測される RA 方向のエラーは

$$\Delta\alpha\cos\delta \simeq d\sin\delta \tag{9}$$

となる。

6 観測に即した直交誤差 d への焼き直し

3 章で行ったモデル化に基づいて 5 章で具体的にズレ量を求めた。そこで次に実際の観測で得られるズレ量から直交誤差 d を求める。

実際の観測ではモデル化のように東の地平線と天の赤道が交わる点でアライメントをすることは不可能である為、以下のようにまずある星 A でアライメントし、次に他の星 B を向けその差分から直交誤差 d を見積もることになる。

1. ある天体 A(H_A,δ_A) を視野中心に導入する
2. 望遠鏡のソフトを操作し今向いている方向を (H_A,δ_A) と設定し直す (アライメントし直す)
3. 違う天体 B(H_B,δ_B) を導入する
4. 天体 B が視野中心から ($\Delta\alpha_{BA}$,$\Delta\delta_{BA}$) ズレて見える

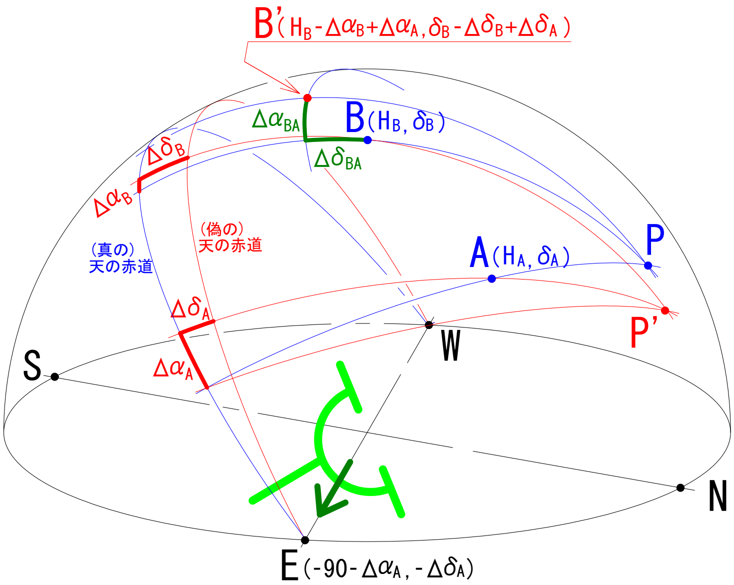

図 5

5. $(\Delta\alpha_{BA}$,$\Delta\delta_{BA})$ から直交誤差 d を見積もる

まず星 A でアライメントした場合、東の地平線 E 天の真の時角・赤緯は $(-90°, 0)$ であるが、点 A でアライメントした為に望遠鏡は点 E を $(-90° - \Delta\alpha_A, -\Delta\delta_A)$ と指し示すことになる。次に真の時角・赤緯 (H_B, δ_B) である星 B に望遠鏡を向けようとすると、望遠鏡は $(\alpha_B + \Delta\alpha_B - \Delta\alpha_A, \delta_B + \Delta\delta_B - \Delta\delta_A)$ を向くことになる。

ここから CCD 上に写る、つまり観測される赤経方向の誤差は

$$\begin{aligned} \Delta\alpha_{BA} &\equiv (\Delta\alpha_B - \Delta\alpha_A)\cos\delta_B \\ &= d\,(\tan\delta_B - \tan\delta_A)\cos\delta_B \end{aligned} \tag{10}$$

赤緯方向の誤差は

$$\begin{aligned} \Delta\delta_{BA} &\equiv \Delta\delta_B - \Delta\delta_A \\ &= \arcsin\left(\frac{\sin\delta_B}{\cos d}\right) - \arcsin\left(\frac{\sin\delta_A}{\cos d}\right) - [\delta_B - \delta_A] \\ &\sim 0 \end{aligned} \tag{11}$$

となる。

天体の赤緯値 δ_A、δ_B は既知であるので観測から $\Delta\alpha_{BA}\cos\delta_B$、$\Delta\delta_{BA}$ が求まれば直交誤差 d を求めることができる。

7　実際の観測と計算

実際の直交誤差の測定は、望遠鏡に CCD カメラを取り付けて 2 つの星を撮影しその位置の差から見積もることになる。図**??**のように星 A でアライメントし星 B を導入した場合、CCD の視野では図**??**の位置に写ることになる。

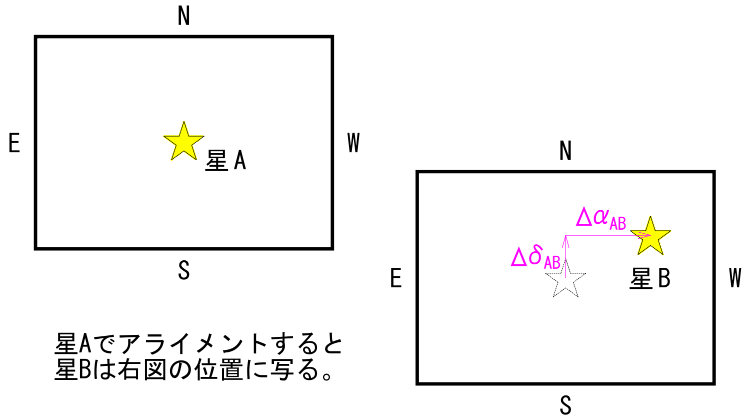

図 6

8 許される誤差精度

許される誤差精度を計算する。ここで RA 軸と Dec 軸の直交誤差を $d = 1'$ とし、赤緯 $\delta = 0°$ でアライメントしたと仮定して天体の赤緯値ごとの $\Delta\alpha\cos\delta$、$\Delta\delta$ を図??に示す。

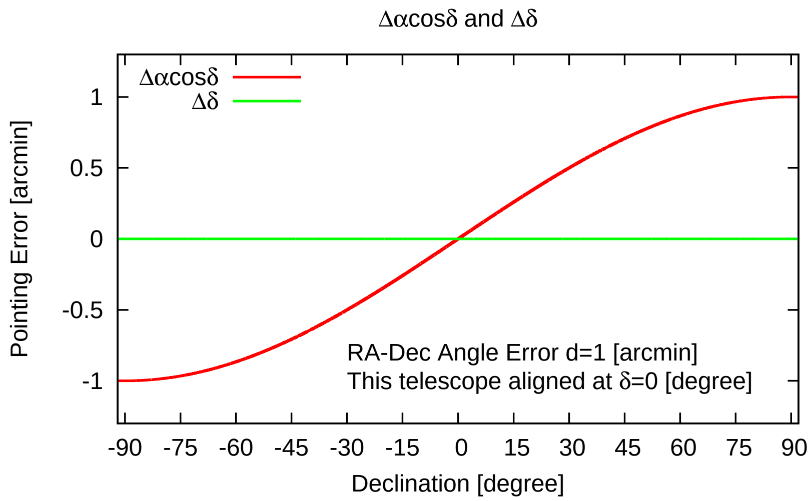

図 7

$\Delta\delta$ は $\Delta\alpha\cos\delta$ に比べ非常に小さいので、Dec 軸と光軸の直交誤差はほぼすべて RA 方向の導入エラーとして表れることがわかる。

また $d = 1'$, $\delta = 0°$ でアライメントした時の直交誤差による導入誤差は最大で $1'$ であり、任意の場所でアライメントした場合の直交誤差による導入誤差は最大で $2'$ となる。

ところで南極 40cm 赤外線望遠鏡に搭載予定の赤外線直接撮像カメラの視野は $29' \times 29'$、3 色赤外線同時撮像カメラの視野は K バンドで $30' \times 30'$、A/L バンドで $9' \times 9'$ である。よって導入精度は $\pm 14.5'$ 以下でなけ

ればならないとすると直交誤差は $d \leq 7.25'$(最大値) まで許されることになる。

これはフォークユニットの東西間距離 $808mm$ で考えるとフォークユニットの傾きの最大許容量は約 $1.8mm$ となる。シムを Dec ユニットとフォークユニットの隙間に入れて傾きを調整することで RA 軸と Dec 軸の直交誤差は無くすことは十分可能である。

しかしミスミ (株) のカタログによるとシムの厚みの最小値は $0.05mm$ であるので直交誤差は $d \geq 0.2' = 12''$ 以上追い込むことはできない。

9 参考文献

1. ZEUS プロジェクト技術資料、早水勉、http://www2.synapse.ne.jp/haya/zeus/zeus_tech.html
2. 球面三角法、Wikipedia、http://ja.wikipedia.org