

広島大学 1.5m 望遠鏡移設地シーイングの

モニター装置開発と測定 の要約

沖田博文

シーイング・・・星の見え具合を定量定期に示したもので、星像輝度分布の半値幅で示すシーイングの測定・・・DIMM(Differential Image Motion Monitor)を用いる

2章1節 大気の大乱とシーイング

地上から天体を観測すると地球大気の大乱によって天体からくる光の波面が揺らぎ、この星像の揺らぎを定量化したものをシーイングと呼ぶ。

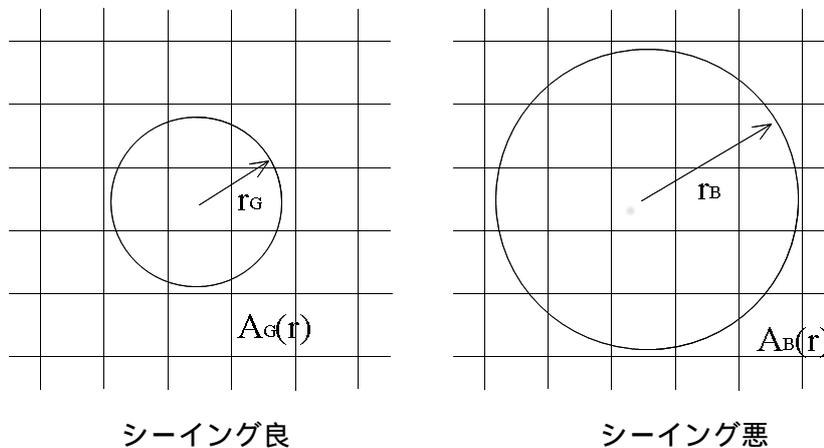
シーイングは輝度分布の FWHM (Full Width at Half Maximum)[arcsec]で表す。

・大気の大乱がない場合の星像の空間分解能(回折限界) L [arcsec]は、望遠鏡の口径 D [m] と波長 λ [m]で与えられる。

$$L \text{ [arcsec]} = 1.22 \left(\frac{\lambda}{D} \right) \times \frac{180}{\pi} \times 3600 \quad (2.1)$$

大型望遠鏡の回折限界はシーイングサイズをはるかに下回るので、シーイングサイズが観測結果の空間分解能へ直接影響する。

・シーイングによってピークの光子カウントが影響を受ける。



$$\int_0^{2\pi} \int_0^{r_G} A_G(r) r dr d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_B} A_B(r) r dr d\theta$$

ここで $A_G(r)$ 、 $A_B(r)$ を中央のピーク値として積分から出すと、

$$A_G(0) \int_0^{r_G} r dr = A_B(0) \int_0^{r_B} r dr$$

$$\therefore A_B(0) = \left(\frac{r_G}{r_B} \right)^2 A_G(0)$$

よってピークのフォトンカウントはシーイングサイズの二乗に反比例する。

シーイングの良いサイトを選ぶことが本質的に重要

2章2節 Kolmogorov 乱流と空間内の屈折率揺らぎ

・大気の攪乱のメカニズム

大気の屈折率は温度に大きく依存するので、光の波面の乱れは主に大気中の温度分布が一樣でないことにより生じる。

屈折率が 1mm ~ 数 10cm のスケールの塊に分かれ、時間的・空間的に不規則に動き回って攪乱を起こす。

$l [m]$: 乱流スケール

$L_0 [m]$: 1つの塊として存在できる最大の乱流スケール

$l_0 [m]$: レイノルズ数が臨界レイノルズ数を超えないぎりぎりの乱流スケール

$v_t [m/s]$: 流れの速度

$\nu [m^2/s]$ 大気の動粘度

と書くと、レイノルズ数 Re は

$$Re = \frac{v_t l}{\nu} \tag{2.2}$$

と書け、

$Re < Re_{cr}$ (臨界レイノルズ数) の場合、層流状態

$Re > Re_{cr}$ の場合、乱流状態

一般に Re_{cr} は約 2×10^3 であり、大気中 ($Re \sim 10^6$) は乱流状態。

・Kolmogorov 理論

乱流スケールを $\kappa_{L_0} = \frac{2\pi}{L_0}$ 、 $\kappa_{l_0} = \frac{2\pi}{l_0}$ と波数で表し、 $\kappa_{L_0} < \kappa < \kappa_{l_0}$ の波数領域を慣性小領域

域と呼ぶ。

慣性小領域は $Re > Re_{cr}$ だから乱流状態で粘性の影響を無視できるので、大きい塊から小さい塊への運動エネルギー転換率は一定となり、低周波域 κ_{L_0} から高周波域 κ_{l_0} へ乱流スケールが細かくなっていく。

L_0 は地形や放射特性に依存する。 $l \approx L_0$ は非等方的だが、 l_0 に近づくと等方的になり統計的に扱うことが出来る。

また、空間内のある2点の屈折率の相関を考える。

x 点での屈折率 $n(x)$ を空間平均値 $\langle n \rangle$ からの変位 $\Delta n(x)$ を用いて

$$n(x) = \langle n \rangle + \Delta n(x) \quad (2.3)$$

このとき x 点と $x+r$ 点での屈折率変量との間の構造相関は以下のように書ける。

$$D_n(r) = \langle |n(x+r) - n(x)|^2 \rangle \quad (2.4)$$

慣性小領域では局所的な乱流速度 v [m/s] は塊のスケール r [m] と密度 ρ [kg/m^3]、単位質量単位時間あたりのエネルギー転換率 ϵ [erg/sec/kg] で書けるので、次元解析して

$$v \propto (\epsilon r)^{\frac{1}{3}}$$

よって r だけ離れた2点における、2点を結ぶ方向の速度成分に関する構造関数 $D_v(r)$ は

$$D_v(r) = \langle |v(x+r) - v(x)|^2 \rangle = C \times (\epsilon r)^{\frac{2}{3}} \quad , l_0 \ll r < L \quad (2.5)$$

ここで C は定数。温度勾配が非断熱的な大気中では屈折率揺らぎに密接に関係する温度揺らぎも Kolmogorov の法則に従い、速度揺らぎと同様の式となるので

$$D_n(r) = \langle |n(x+r) - n(x)|^2 \rangle = C_n^2 r^{\frac{2}{3}} \quad , l_0 \ll r < L \quad (2.6)$$

のような相関を得ることになる。ここで C_n^2 は屈折率の構造定数。

2章3節 DIMM

DIMM (Differential Image Motion Monitor) は二つの開口(aperture)で同じ星から得られ

る二つの星像を観測し、それぞれの星像の重心揺らぎを計測し、その結果から星像の輝度分布の FWHM の値を換算する方法で、この FWHM の値をシーイングサイズと呼ぶ。開口間方向を縦方向(longitudinal)、それと直交する方向を横方向(transverse)として、シーイングはその方向ごとに求める。

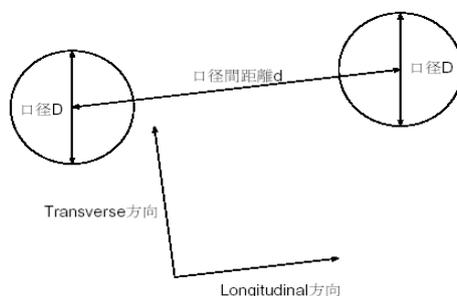


図 2.1: DIMM の模式図

・ DIMM の特徴

1. 温度変化による影響が少ない(温度変化によるフォーカスずれの影響が少ない)
2. シーイング測定中の望遠鏡による振動の影響がない
3. 口径の小さい望遠鏡でもシーイングの測定が可能

・ DIMM によって得られる 2 つの星像とシーイングの関係 (理論)

天体からの光は地球に届くまでには平面波と見なせるが、地球大気中を伝搬すると大気の大攪乱を受けて波面が乱される。

光の波面の乱れを $z(x,y)$ とすると

$$z(x, y) = \frac{\lambda}{2\pi} \phi(x, y) \tag{2.7}$$

ただし (x,y) は位置 (x,y) での波面位相誤差。

光が進む方向と光の波面は垂直なので、到達する光の進行方向の垂直からのずれを x 方向、 y 方向でそれぞれ α 、 β と書くと

$$\begin{aligned} \alpha(x, y) &= -\frac{\partial}{\partial x} z(x, y) = -\left(\frac{\lambda}{2\pi}\right) \frac{\partial}{\partial x} \phi(x, y) \\ \beta(x, y) &= -\frac{\partial}{\partial y} z(x, y) = -\left(\frac{\lambda}{2\pi}\right) \frac{\partial}{\partial y} \phi(x, y) \end{aligned} \tag{2.8}$$

この変動はガウス分布に従う。

ここで空間的に離れた点どうしの α の相関 (乱流中にどの程度秩序があるかどうか) を定量的に示す為、 α の共分散を以下に定義する。

$$B_\alpha(\mu, \eta) = \langle \alpha(x, y) \alpha(x + \mu, y + \eta) \rangle \quad (2.9)$$

(μ, η) は (x, y) からの位置のずれの量を表す。

また位相変動の共分散は

$$B_\phi(\mu, \eta) = \langle \phi(x, y) \phi(x + \mu, y + \eta) \rangle \quad (2.10)$$

と定義すると、 B_α の共分散と位相変動の共分散は以下のように関連づけられる。

$$B_\alpha(\mu, \eta) = -\frac{\lambda^2}{4\pi^2} \frac{\partial^2}{\partial \mu^2} B_\phi(\mu, \eta) \quad (2.11)$$

攪乱する地球大気中を光が通過すると、空間的に屈折率が違う為に光の波面が無秩序に凹凸になる。

この構造関数は波面構造関数 $D(r)$ として定義され、

$$D(r) \equiv D_\phi(r) \quad (2.12)$$

と書かれ (D_ϕ : 位相構造関数)、Kolmogorov 局所的等方性の仮定をすると波面構造関数は

$$D_\phi(r) \equiv D(r) = 6.88 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\frac{5}{3}} \quad (2.13)$$

ここで r_0 は fried parameter と呼ばれる。

位相構造関数 $D_\phi(r)$ は位相誤差の構造を定量的に示した物理量で以下のように定義される。

$$D_\phi(r) = \langle |\phi(x+r) - \phi(x)|^2 \rangle \quad (2.14)$$

ただし $\phi(x)$ は x での位相のこと。これは開口面上で距離 r 離れた 2 点における位相の差の二乗を全空間に対して平均を取ったものである。

また、 $D_\phi(r)$ は 2 つのスポット間の位相差 $\delta\phi(r) = \phi(x+r) - \phi(x)$ の分散の形をしていることが分かる。

空間に対する位相の変動は(2.8)式に従って光の進行方向 (μ, η) の変動を生じさせるため、結果として像位置が変動する。

エルゴード性を仮定すると、空間に対する分散はある地点での時間変動に対する分散と等しくなるので、長時間露出した星像の広がり(FWHM)は(2.8)に対応する分散で表すことが出来る。

$r = (\mu, \eta)$ として表した構造関数 $D_\phi(\mu, \eta)$ は共分散を用いて以下のように表される。

$$D_\phi(\mu, \eta) = 2[B_\phi(0,0) - B_\phi(\mu, \eta)] \quad (2.15)$$

これと(2.11)式より、

$$\begin{aligned} B_\alpha(\mu, \eta) &= \left(\frac{\lambda^2}{8\pi^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial \mu^2} D_\phi(\mu, \eta) \\ &= 0.087 \lambda^2 r_0^{-\frac{5}{3}} \frac{\partial^2}{\partial \mu^2} [\mu^2 + \eta^2]^{\frac{5}{6}} \\ &= 0.145 \lambda^2 r_0^{-\frac{5}{3}} \left[(\mu^2 + \eta^2)^{-\frac{1}{6}} - \frac{1}{3} \mu^2 (\mu^2 + \eta^2)^{-\frac{7}{6}} \right] \end{aligned} \quad (2.17)$$

ここで $\eta=0$ とすると、縦方向(longitudinal)での距離 $\mu=d$ での共分散は

$$B_l(d) = B_\alpha(d, 0) = 0.097 \left(\frac{\lambda}{r_0} \right)^{\frac{5}{3}} \left(\frac{\lambda}{d} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.18)$$

また横方向(transverse)での距離 $\mu=0$ での共分散は $\mu=0$ として

$$B_t(d) = B_\alpha(0, d) = 0.145 \left(\frac{\lambda}{r_0} \right)^{\frac{5}{3}} \left(\frac{\lambda}{d} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.19)$$

このように横方向(transverse)の共分散は縦方向(longitudinal)の共分散より 1.5 倍大きい値となり、どちらも口径間距離 d の $-1/3$ 乗で減衰する。

また $d=0$ での値は、

$$B_t(0) = B_l(0) = B_\alpha(0,0) = 0.179 \left(\frac{\lambda}{r_0} \right)^{\frac{5}{3}} \left(\frac{\lambda}{D} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.20)$$

ここで D は口径。

口径間距離 d に関する星像重心の相対的な揺らぎの分散は以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_l^2(d) &= 2[B_t(0) - B_t(d)] \\ \sigma_t^2(d) &= 2[B_l(0) - B_l(d)] \end{aligned} \quad (2.21)$$

この (d) が DIMM で測定される値である。

$d > 2D$ の時、縦方向(longitudinal)の分散 σ_l^2 は

$$\sigma_l^2 = 2\lambda^2 r_0^{-\frac{5}{3}} \left[0.179 D^{-\frac{1}{3}} - 0.0968 d^{-\frac{1}{3}} \right] \quad (2.22)$$

$d < 2D$ の時、横方向(transverse)の分散 σ_t^2 は

$$\sigma_t^2 = 2\lambda^2 r_0^{-\frac{5}{3}} \left[0.179D^{\frac{1}{3}} - 0.145d^{\frac{1}{3}} \right] \quad (2.23)$$

これらの式より、2つの開口を用いた DIMM の測定によってその開口に対する縦方向(longitudinal)、横方向(transverse)それぞれの Fried parameter r_0 を求めることができる。一方で、シーイングは星像の輝度分布の FWHM で与えられる r_0 と、星像輝度分布の半値幅には以下の関係がある。

$$\text{FWHM} = 0.98 \frac{\lambda}{r_0} \quad (2.24)$$

この式を用いて DIMM から得られた星像揺らぎ (σ_l, σ_t) の情報から星像分布の FWHM (= シーイング) を求めることが出来る。

また、式(2.22)、(2.23)、(2.24)より波長 λ の FWHM への寄与は

$$\text{FWHM} \propto \lambda^{\frac{1}{5}}$$

ところで天体の高度が低くなれば大気の厚みが増すので、大気の攪乱の影響が増すことが考えられる。よって、シーイングは天体が常に天頂にあると仮定して、得られた Fried parameter r_0 に以下のような天頂角補正を行う必要がある。

$$r_0' = (\cos \gamma)^{3/5} r_0 \quad (2.25)$$

ただし、 r_0 は観測で得られた Fried parameter で γ は zenith angle である。

開口直径 D 、開口間距離 d 、観測波長 λ 、観測天体の天頂角 γ はすでにわかっているので、 σ_l^2 、 σ_t^2 を観測から求めることで r_0 が得られ、シーイングサイズを求めることが出来る。

3章 広大 DIMM の開発

3章1節 ハードウェア

- ・ 望遠鏡
 - ・ ウエッジ・プリズム
- ウエッジ・プリズムは光を屈折させる為のもので、望遠鏡入光部に取り付けるマスクの

開口の片側に取り付けることによって、ウエッジを通過した光のみが屈折され、焦点面で1つの星から2つの星像が結像される。

ウエッジの頂角を α とすると、偏角は $n \sin \alpha - \alpha \cong (n-1)\alpha$ で表さる。CCD の視野に収まりかつ十分な分離が得られるよう、屈折率 n (材質)、頂角 α を選ぶ。

- ・ マスク

望遠鏡の筒先に2つの開口を持つマスクを取り付ける。

- ・ CCD カメラ(ビデオ)

1 フレーム 1/1000sec 以内のシャッタースピードが必要。

- ・ DV キャプチャー

なお CCD カメラの空間分解能は離角のわかっている二重星を用いて実測する必要がある。

3章 2節 ソフトウェア

- ・ OS Fedora core 2

- ・ 画像読込ソフト dvgrab

キャプチャーから送られるデジタル信号を IEEE1394 を介してパソコンに取り込む。

- ・ 画像変換ソフト transcode

dvgrab で読み込んだムービーを 50 フレームの非圧縮静止画ファイル(ppm)に変換する。

- ・ 星像重心揺らぎ測定 seemon2

星像の重心揺らぎを測定し、シーイング値を求めるソフト。

データ処理の流れ

天体(明るい恒星)からの光が片方の開口にウエッジが取り付けられたマスクを通過することで焦点面に取り付けられている CCD カメラに1つの星に対して2つの星像が写る

CCD からアナログ信号(NTSC 方式)が出力

DV キャプチャーによりデジタル信号に変換

IEEE1394 を介してパソコンに読み込み

パソコンで 50 フレーム(約 1.7 秒)の画像を非圧縮静止画ファイル(ppm)に変換

1 フレーム毎にそれぞれ 2 つの重心を算出し、相対運動から Fried parameter r_0 を計算

シーイング(FWHM)を決定

3 章 3 節 京都 DIMM と同時試験観測

正常に動作するか試験する為、京都 DIMM と同一地点で同時観測をして、シーイング測定に使えるか確認。

4 章 2 節 シーイングと露光時間

一般的には 1 フレームあたりの露光時間を多くすれば DIMM が出力するシーイングの値は一見良くなる。これは星像の重心位置が露光時間の増大によってなまされてしまい、測定される重心のブレが実際の重心のブレよりも小さくなってしまうから。

一般には 1/1000 秒程度の露光時間が要求されているが、露光時間をどのように設定するかはシーイングを測定する上で重要なことになる。

露光時間がシーイング測定値に与える影響を求める為には 2 台の DIMM を同時に用いる。なぜならナチュラルシーイングは数分のタイムスケールで変化するので、露出時間を色々変えて FWHM の変化を測定する DIMM とは別に、露出時間を一定としてナチュラルシーイングの変化による FWHM の変化を測定する DIMM を同時に稼働させ、ナチュラルシーイングの変化を補正する必要があるから。

4 章 2 節 3 時間変化を伴うシーイング観測

露光時間を変えたときの Fried parameter の比は

r_{0EXP} 露光時間を変えた時の r_0

r_{0REF} 露光時間一定の r_0

$FWHM_{EXP}$ 露光時間を変えた時のシーイング値

$FWHM_{REF}$ 露光時間一定のシーイング値

とすると、

$$\frac{r_{0EXP}}{r_{0REF}} = \frac{FWHM_{REF}}{FWHM_{EXP}} \quad (4.1)$$

で与えられる。この比を示したものが図 4.12 である。この図より、露光時間を長くすれば見かけ上シーイングが良くなる傾向が見て取れる。

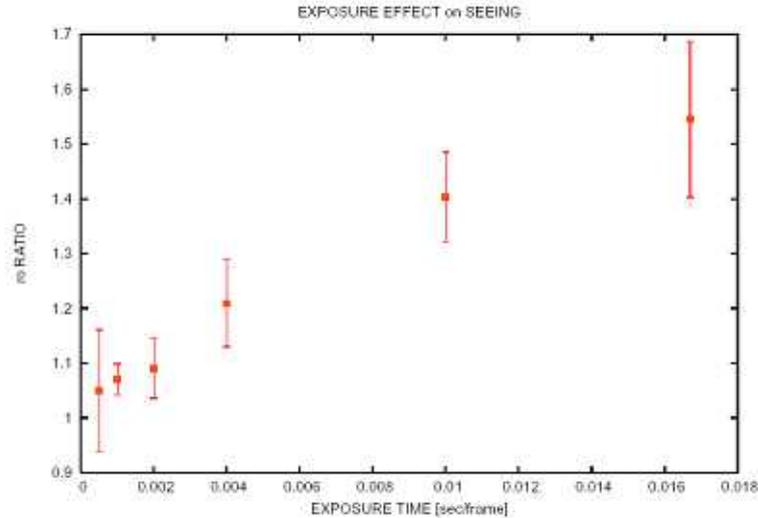


図 4.12: 露光時間と Fried parameter r_0 比-1 回目-

4 章 2 節 4 観測による r_0 比と、モデル r_0 比の比較

どれだけ露出時間を短くしても有限の露光時間を有しているのので、理想的観測におけるシーイング値ではない。よってどの程度の露光時間であれば理想的観測と見なせるシーイング値となるか考察する。

シーイングの値と露光時間の関係は Soules(1996)らによって以下の式で定義される。

$$\frac{r_0\left(\frac{w\tau}{d}, \alpha\right)}{r_0(\alpha)} = \left(\frac{\sigma_{dif}^2\left(\frac{w\tau}{d}, \theta\right)_{\psi=0} + \sigma_{dif}^2\left(\frac{w\tau}{d}, \theta\right)_{\psi=90}}{\sigma_{dif}^2(0, \theta)_{\psi=0} + \sigma_{dif}^2(0, \theta)_{\psi=90}} \right)^{\frac{3}{5}} \quad (4.2)$$

ここで、

w 風速

τ 露光時間

d マスク穴口径

風向と星像ぶれ軸のなす角度

マスク穴間方向と星像ぶれ軸のなす角度

$$\alpha = (\psi - \theta)$$

と定義されている(図 4.14)

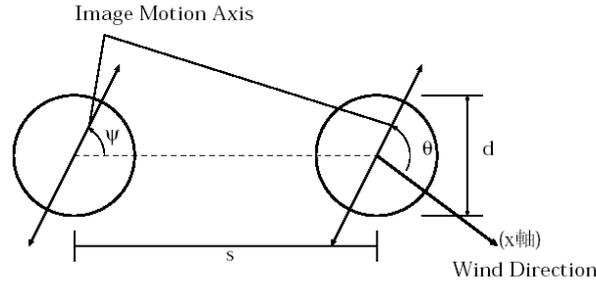


図 4.14: Schematic geometry of dual-aperture arrangement

式(4.2)はマスク穴間方向から の角度に傾いた軸において、本来求められるべき Fried parameter $r_0(\alpha)$ と、風速 w 、露光時間 τ のもとで Fried parameter $r_0\left(\frac{w\tau}{d}, \alpha\right)$ との比を表している。

また、 $\sigma_{dif}^2\left(\frac{w\tau}{d}, \theta\right)$ は以下のように定義されている。

$$\frac{\sigma_{dif}^2\left(\frac{w\tau}{d}, \theta\right)}{\sigma_{abs}^2} = \frac{4d^{\frac{1}{3}}}{\pi C} \int_0^\infty q^{-\frac{2}{3}} \text{somb}^2(qd) \int_0^{2\pi} \cos^2(\phi - \theta) \times \sin^2[\pi s q \cos(\phi - \theta + \psi)] \times \text{sinc}^2(q \cos(\phi) w \tau) d\phi dq \quad (4.3)$$

ここで

σ_{abs} 単開口で見たときに結像する像の揺らぎ

$$\text{somb}(x) = \frac{2J_1(x)}{x} \quad \text{ただし } J_1(x) \text{ はベッセル関数}$$

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$$

である。

単開口で見た結像揺らぎは光の波面の空間における位相揺らぎ F_ϕ に、imaging system 伝達関数 H_A を作用させて得られる F_{abs} を用いて以下の式で表される。

$$\sigma_{abs}^2 = \int \int_{-\infty}^{\infty} F_{abs}(v_x, v_y) dv_x dv_y \quad (4.4)$$

$$F_{abs}(v_x, v_y) = |H_A(v_x, v_y)|^2 |F_\phi(v)|$$

ここで

波数

F_{abs} 単開口の撮像で得られる光の波面揺らぎ

式(4.3)は数値的に計算することで求められる。なお解を求める為には風速・風向を代入する必要がある。

図 4.16 は r_0 比 (式 4.2)の実測値とモデル計算値 (式 4.3)の曲線である。これを見ると露光時間が 1/500[sec/frame]より小さい場合には、20[m/sec]程度までの風速に対して r_0 比はほとんど 1 であることがわかる。

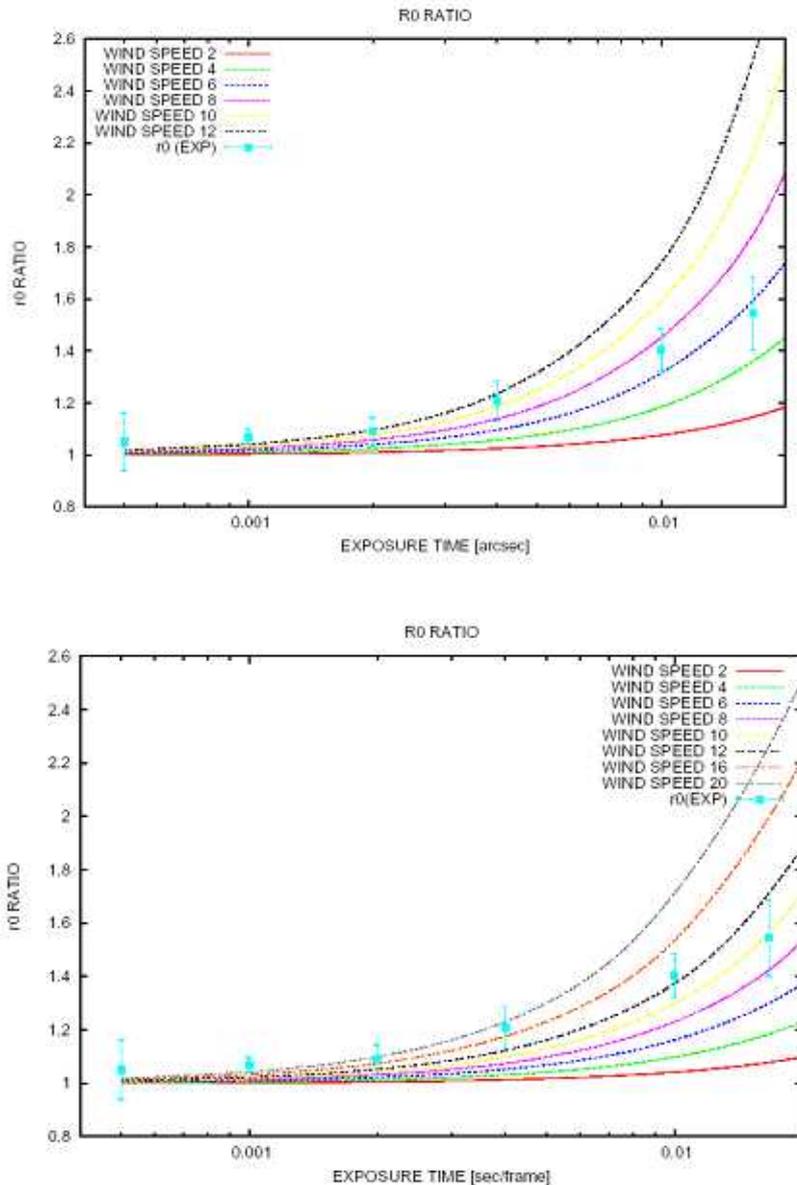


図 4.16: 露光時間と Fried parameter r_0 比 上のグラフは transverse 方向 ($\theta = 0$) に、下のグラフは longitudinal 方向 ($\theta = 90$) に星像ぶれ軸を固定した。

また露光時間 1/2000[sec/frame]で風速 20[m/sec]の Fried parameter 比は 1.017 であり、理想的測定におけるシーイング値と露光時間 1/2000[m/sec]のシーイング値は 2%も変わら

ない。よって 1/2000[m/sec]によるシーイング値は理想的測定(露光時間 $\tau = 0$)におけるシーイング値と見なして良い。

4章2節5 シーイング測定における露光時間の許容範囲

露光時間の変化に伴うシーイングの変化から上空の風速を予測することが出来る。ただしこの場合は前述のように2台のDIMMが必要となる。

また、上空の風速を推定した上で、露光時間がシーイングに与える影響を考える。0.1秒角の精度を見込む為には0.05秒角精度のデータ取得が必要で、これはシーイングの典型値が1秒角であるとする、系統誤差が5%以内で無くてはならない。

図4.17はモデル風速の露光時間変化による誤差と5%の誤差を目安にプロットしたものであり、この図から露光時間が0.002秒(=1/500)の所で露光時間によるエラーが目標とする誤差を超えていることがわかる。つまり、シーイング測定を行う為には少なくとも1/500[sec/frame]以下の露出時間にする必要があることがわかる。

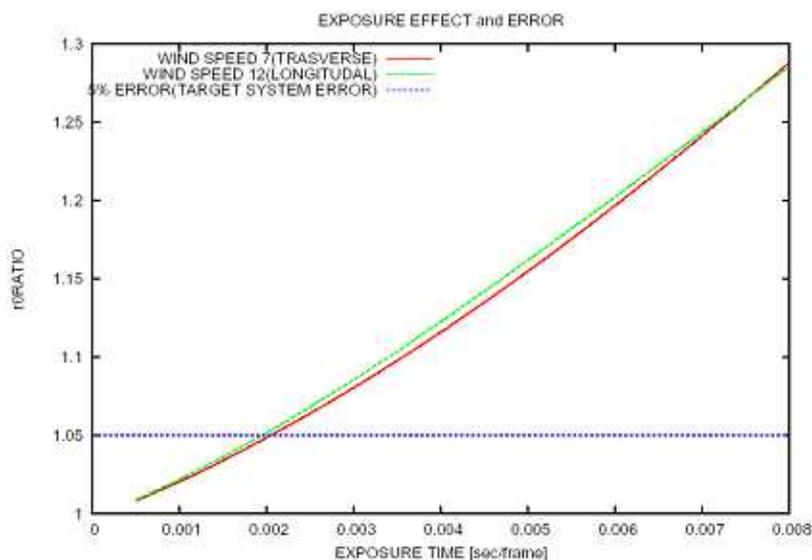


図4.17: Fried parameter r_0 比と誤差