

The ESO differential image motion monitor(M.Sarazin and F.Roddier, 1990) の要約

Abstract

DIMM の理論の解説と ESO のシーイングモニターの結果報告。

1 Introduction

DIMM は距離の離れた二つの射出瞳の波面傾斜の違いの測定から成り立つ。
得られた結果は近似ではあるが解析的な式によってシーイングサイズで記述することができる。

2 Theory

波面の波形 $z(x, y)$ は波面の位相エラー $\phi(x, y)$ に比例して

$$z(x, y) = \frac{\lambda}{2\pi} \phi(x, y) \quad (1)$$

光線は波面の表面でノーマルなので、 x 方向の到達角度の変動を α とすると、以下のように書ける。

$$\alpha(x, y) = -\frac{\partial}{\partial x} z(x, y) = -\frac{\lambda}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} \phi(x, y) \quad (2)$$

なので、到達角度の変動の共分散

$$B_\alpha(\xi, \eta) = \langle \alpha(x, y), \alpha(x + \xi, y + \eta) \rangle \quad (3)$$

は位相の変動 $B_\phi(\xi, \eta)$ の共分散に関係して

$$B_\alpha(\xi, \eta) = -\frac{\lambda^2}{4\pi^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} B_\phi(\xi, \eta) \quad (4)$$

ここで以下のような位相構造関数を導入する。

$$D_\phi(\xi, \eta) = 2[B_\phi(0, 0) - B_\phi(\xi, \eta)] \quad (5)$$

よって

$$B_\alpha(\xi, \eta) = \frac{\lambda^2}{8\pi^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} D_\phi(\xi, \eta) \quad (6)$$

ここで near-field 近似で Kolmogorov 乱流を考えて、位相構造関数は式 (1) で

$$D_\phi(\xi, \eta) = 6.88 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{5/3} \quad (7)$$

ここで $r = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$ であり、 r_0 は Fried パラメータ。式 (7) を式 (6) に代入して

$$\begin{aligned} B_\alpha &= 0.087\lambda^2 r_0^{-5/3} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} [\xi^2 + \eta^2]^{5/6} \\ &= 0.145\lambda^2 r_0^{-5/3} \left[(\xi^2 + \eta^2)^{-1/6} - \frac{1}{3}\xi^2 (\xi^2 + \eta^2)^{-7/6} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

ここで $\eta = 0$ として、longitudinal 方向 (傾きの方向) の共分散は距離 $\xi = d$ の関数として、

$$B_l(d) = B_\alpha(d, 0) = 0.097 \left(\frac{\lambda}{r_0} \right)^{5/3} \left(\frac{\lambda}{d} \right)^{1/3} \quad (9)$$

また $\xi = 0$ として、transverse 方向 (傾きの垂直な方向) の共分散は

$$B_t(d) = B_\alpha(0, d) = 0.145 \left(\frac{\lambda}{r_0} \right)^{5/3} \left(\frac{\lambda}{d} \right)^{1/3} \quad (10)$$

transverse 方向の共分散は正確に longitudinal 方向の共分散より 1.5 倍大きく、それらは距離 d の $-1/3$ 乗で減少する。これらの表現は Kolmogorov スペクトルの慣性レンジで妥当なものです。原点では発散してしましますが、実際は原点では口径で平均ととるので発散せず、Fried(1965,1975) と Takarshi(1971) によって以下のように書ける。

$$B_\alpha(0, 0) = 0.179 \left(\frac{\lambda}{r_0} \right)^{5/3} \left(\frac{\lambda}{D} \right)^{1/3} \quad (11)$$

ここで D は口径の直径。

像の動きの分散 $\sigma^2(d)$ は距離 d で以下のように書ける

$$\sigma^2(d) = 2[B(0) - B(d)] \quad (12)$$

ここで式 (9)、式 (11) を式 (12) に代入して longitudinal 方向の分散 σ_l^2 の近似値は $d \geq 2D$ で

$$\sigma_l^2 = 2\lambda^2 r_0^{-5/3} [0.179D^{-1/3} - 0.0967d^{-1/3}] \quad (13)$$

また式 (10)、式 (11) を式 (12) に代入して transverse 方向の分散 σ_t^2 の近似値は $d \geq 2D$ で

$$\sigma_t^2 = 2\lambda^2 r_0^{-5/3} [0.179D^{-1/3} - 0.145d^{-1/3}] \quad (14)$$

これらの分散はトータルの分散 (単一の開口 D を通った 2 次元の動き) によって書くこともでき

$$\sigma^2 = 2B_\alpha(0, 0) = 0.358 \left(\frac{\lambda}{r_0} \right)^{5/3} \left(\frac{\lambda}{D} \right)^{1/3} \quad (15)$$

式 (15) を $S = d/D$ として式 (13)、式 (14) に代入すると

$$\sigma_l^2 = [1 - 0.541S^{-1/3}] \sigma^2 \quad (16)$$

$$\sigma_t^2 = [1 - 0.811S^{-1/3}] \sigma^2 \quad (17)$$

この数値は、Fried(1975) によって得られた計算の結果と比べられる。Fried によると

$$\sigma_l^2 = I(S, 0)\sigma^2 \quad (18)$$

$$\sigma_t^2 = I(S, \frac{\pi}{2})\sigma^2 \quad (19)$$

ここで $I(S, 0)$ と $I(S, \pi/2)$ は Fried の論文で表になってます。表 1 はこの表の値と式 (16)、式 (17) の値を比べたものです。 S の値が大きくなるとその誤差が改善し、 $S = 6.5$ と 7 でもっとも良くなり、それ以上になると悪くなります。これは Fried の数値積分の不確かさによるもので、今回の計算結果はたぶん大きい S の値でより正確なものだと思います。 longitudinal 方向の運動で、最大 4 パーセントの誤差で一致します。 transverse 方向の運動で、 $S = 1$ の時、だいたい 17.3 パーセントの誤差があります。それは $S = 2$ で 7 パーセントとなります。図 1 は 20cm 離れた 4cm の開口での運動の rms(二乗平均の平方根) を示したものです。実践は今回の計算で得られた線で、点は Fried が求めた値です。

3 System description

DIMM は VLT 計画で 3 台作られ、それらは口径 35cm、 $F/15$ の望遠鏡に図 2 のような装置を取り付け観測。

シーイング測定は 5m の観測台の上で行う。

図 2 の装置は mirror (たぶん Beam splitter と Pupil mask のこと) を交換することで様々な望遠鏡に取り付け可能。

開口間距離 20cm 相当、開口直径 4cm 相当。

子午線の前後 2 時間で、少なくとも天頂角 30° 以内の星で観測。

1 分ごとにそれぞれ 200 フレーム測定し、シーイング値を計算。

ピクセルスケールは二つの画像の重心の位置から正確に決める。

スケールは $0''.82/pixel$ 。 $FWHM < 0''.2$ のような非常に良いシーイングでは camera objective を交換。

観測装置の選択は光度計の性能でできる。天頂付近 ($\pm 30^{circ}$) の明るい星の数はサイト調査する場所、季節でかなり変わる。観測限界等級は $V = 3 \sim 4$ です (図 2) 5 等級の星を $100 \text{ photons } s^{-1} \text{ nm}^{-1} \text{ cm}^{-2}$ とすると、もし検出器の読み取りノイズが 150 electron なら口径 4cm の望遠鏡では $1/4$ 等星で最小の S/N 比 10 以上を得るためには少なくとも 100 倍は必要です。

観測装置は 576×384 ピクセルの、I.I. のついたフレーム転送型の CCD です。