

2007年10月18日

DIMM のウェッジプリズム考察

沖田博文

・ 東北大南極 40cm 望遠鏡

口径 D : 400mm

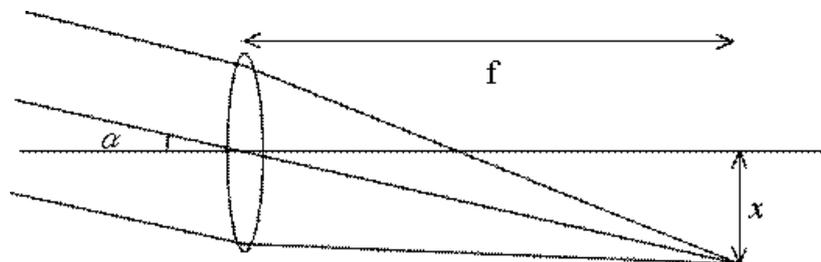
焦点距離 f : 4800mm

・ ワテック WAT-100N ビデオカメラ

画素数 : 768(H) × 494(V)

セルサイズ : 8.4 μm (H) × 9.8 μm (V)

この望遠鏡・カメラの組み合わせで見込まれる視野は、以下の図を参考に考えると



$$x = f \sin \theta$$

$$\therefore \theta = \arcsin\left(\frac{x}{f}\right)$$

$f=4800[\text{mm}]$ 、 $x=1[\text{mm}]$ を代入して計算すると、

$$42.97[\text{arcsec/mm}]$$

よって水平方向・垂直方向それぞれの視野は

水平方向 : 277[arcsec]

垂直方向 : 208[arcsec]

また、1ピクセルあたりの視野角は

水平方向 : 0.361[arcsec/pix]

垂直方向 : 0.421[arcsec/pix]

ここで頂角 A のウェッジプリズムを取り付けたときの偏角 を求める。

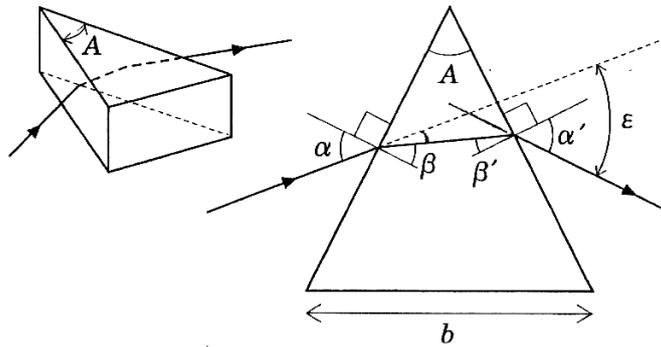


図 6.15 プリズム内を通過する光線.

(シリーズ現代の天文学 15 宇宙の観測 I p.177 より)

スネルの屈折の公式より、

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= n \sin \beta \\ \sin \alpha' &= n \sin \beta' \end{aligned} \tag{1}$$

また、図より

$$\begin{aligned} \alpha + \alpha' &= A + \varepsilon \\ \beta + \beta' &= A \end{aligned} \tag{2}$$

(1)式の辺々をたしあわせて

$$\sin \alpha + \sin \alpha' = n(\sin \beta + \sin \beta')$$

三角関数の合成の公式より、左辺・右辺は

$$\text{(左辺)} = \sin \alpha + \sin \alpha' = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \alpha'}{2} \right)$$

$$\text{(右辺)} = 2n \sin \left(\frac{\beta + \beta'}{2} \right) \cos \left(\frac{\beta - \beta'}{2} \right)$$

よってこれに(2)式を代入してまとめると、

$$\sin \left(\frac{A + \varepsilon}{2} \right) = n \sin \left(\frac{A}{2} \right) \times \frac{\cos \left(\frac{\beta - \beta'}{2} \right)}{\cos \left(\frac{\alpha - \alpha'}{2} \right)} \tag{3}$$

(3)式は ε が入射角 α の関数であることを示している。

の極値を求める。両辺で微分して

$$0 = n \sin\left(\frac{A}{2}\right) \times \left[-\frac{\cos\left(\frac{\beta - \beta'}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\alpha - \alpha'}{2}\right)} \right] \times \left[-\sin\left(\frac{\alpha - \alpha'}{2}\right) \right] \times \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \alpha'$$

このときに偏角 β は最小となる。通常は β が最小となる $\alpha = \alpha'$ で光学設計を行う。

また(4)式が成り立つときは(1)式より

$$\beta = \beta'$$

よって(3)式に代入して

$$\sin\left(\frac{A + \varepsilon}{2}\right) = n \sin\left(\frac{A}{2}\right)$$

よって

$$\varepsilon = 2 \arcsin\left[n \sin\left(\frac{A}{2}\right) \right] - A$$

$$\approx (n-1)A$$

ここで実際に発注するウエッジプリズムの頂角と材質を検討する。

東北大 DIMM の視野は垂直方向で 208 秒角であるので、この視野の $\frac{1}{7}$ 程度に星像を分割さ

せたい。そうすると約 30 秒角離れたところに 2 つ星が写るようにすればよいということになるので、ウエッジプリズム 1 個につき偏角が約 15 秒角になるようにすればよい。

ウエッジプリズムの材質は特に BK7 で適当と思われる。

光学ガラスの屈折率

光学ガラスは K(クラウン), BK(硼珪クラウン), SK(重クラウン), LF(軽フリント), F(フリント), SF(重フリント), その他に大別され, その各々がさらに数種ないし十数種に小別されて総計 200 種以上もある。次表は最もよく使われる光学ガラスの種々の波長の光に対する屈折率 (同温度の空気に対する値) を示す。レンズなどの光学系は通常数種の光学ガラスを組合わせて作るが, 同一種の光学ガラスの屈折率も製造のたびごとにくらか違うので, 精密なレンズの設計には材料ガラスの屈折率を実測してその値を用いる。

種類	波 長 λ /nm								
	1014.0	768.2	656.3	587.6	546.1	486.1	435.8	404.7	365.0
FK1	1.4623	1.4660	1.4685	1.4707	1.4724	1.4755	1.4793	1.4823	1.4875
BK7	1.5073	1.5115	1.5143	1.5168	1.5187	1.5224	1.5267	1.5302	1.5363
K3	1.5083	1.5125	1.5155	1.5182	1.5203	1.5243	1.5291	1.5331	1.5399
BaK4	1.5576	1.5623	1.5658	1.5688	1.5713	1.5759	1.5815	1.5861	1.5941
SK5	1.5781	1.5828	1.5862	1.5891	1.5914	1.5958	1.6010	1.6053	1.6126
SSK1	1.6048	1.6099	1.6137	1.6172	1.6199	1.6252	1.6315	1.6368	1.6459
LaK3	1.6794	1.6852	1.6896	1.6935	1.6966	1.7025	1.7097	1.7156	1.7259
KzF2	1.5180	1.5228	1.5263	1.5294	1.5319	1.5366	1.5422	1.5469	1.5551
BaF10	1.6550	1.6611	1.6658	1.6700	1.6734	1.6800	1.6880	1.6948	1.7068
LaF2	1.7262	1.7335	1.7390	1.7440	1.7479	1.7556	1.7649	1.7728	1.7867
LF5	1.5667	1.5726	1.5772	1.5814	1.5848	1.5915	1.5996	1.6067	1.6192
F2	1.6028	1.6096	1.6150	1.6200	1.6241	1.6321	1.6421	1.6507	1.6663
SF2	1.6286	1.6361	1.6421	1.6477	1.6522	1.6612	1.6725	1.6823	1.7003
SF13	1.7151	1.7248	1.7331	1.7408	1.7471	1.7598	1.7761	1.7907	—
SFS1	1.8781	1.8927	1.9054	1.9176	1.9277	1.9484	1.9753	1.9997	—

Jenaer Glas für die Optik による。

(理科年表 2005 p.物 99 より)

波長 587.6nm で屈折率 1.5168 であるので、(6)式に代入して計算すると、

$$A \approx 29 [\text{arcsec}]$$

となる。

よって、

直径：80[mm]

頂角：30[arcsec] (透過偏角：15.5[arcsec])

材質：BK7

のウエッジプリズムを 4 個購入すれば良い。

但し公差は

表面精度： /10 以内

頂角： ± 3.8 (透過偏角： ± 1.9)

程度必要。

のウエッジプリズムを 4 個購入すれば良い。

また、ウエッジプリズムをマスクに取り付ける金具も製作する必要がある。これはマスクの設計と共に行う予定。