

導入エラーの定量的評価

沖田博文 (東北大)

2009/12/3

訂正 2009/12/13

1 はじめに

南極 40cm 赤外線望遠鏡には試験観測から導入誤差が存在することが確認されている。これは望遠鏡制御システムに天体の座標を与え、望遠鏡のモーターを回転させてその天体の方向へ向けても実際には天体の方向を向いていない、といったエラーとして現れる。

これらの原因として

1. 極軸が不一致 (設置誤差)
2. 大気差 (地球大気の影響)
3. ピリオディックモーション (ギヤの加工誤差)
4. バックラッシュ (ギヤのかみ合わせ)
5. 赤経軸と赤緯軸の直交誤差 (加工・調整誤差)
6. 赤緯軸と光軸の直交誤差 (加工・調整誤差)

が考えられる。

望遠鏡の導入エラーは「追尾エラーの定量的評価」(2009年11月11日沖田博文レポート)で示した追尾エラーよりも多くの原因が考えられる。なぜなら導入エラーは望遠鏡のモーターを回転させて天体を導入する等の「動作」を伴うため、どうしても機械加工精度や組み立て誤差などの要素が影響するからである。

何はともあれ、このレポートで上記の成分について定量的に見積もることとする。

なお導入エラーはこれまでの実験や観測から

1. 追尾パルスの誤差 (ソフトウェアのバグ)
2. 鏡筒のたわみ (鏡筒の剛性の不足)
3. クラッチ部のスリップ (クラッチ部の構造欠陥)

が原因でないと考えられている為、このレポートでは考慮しないものとする。

2 座標

このレポートでは天体の位置を (時角, 赤緯) = (H, δ) で表す。すなわち天の赤道と子午線の交点を原点 $(H, \delta) = (0, 0)$ とし、時角は西が + で東が - で $-180^\circ \leq H \leq 180^\circ$ 、赤緯は北を +、南を - としその範囲を

$-90^\circ \leq \delta \leq 90^\circ$ と定義する。

時角 H とは地方恒星時 LST 、天体の赤経 α を用いて

$$H = LST - \alpha \quad (1)$$

と定義され、ある観測時刻の天体の位置を子午線からの角度で表したものである。天体にはその位置を表す固有の座標 (赤経, 赤緯) = (α, δ) があるが、天体は日周運動により天球上での位置が時々刻々し、望遠鏡の向きを表すものとして (α, δ) は使いにくい。しかし (時角, 赤緯) = (H, δ) は単純に天球上での位置を表す座標であるので望遠鏡の向きを表すものとして便利な座標と言える。

3 アライメント

望遠鏡は制御ソフトを介してコンピューターで制御されている。その為実際に望遠鏡の向いている「機械方向」とソフトウェアの内部で向いている (と勝手に制御している) 「制御方向」がズレている事がある。

その為、あらかじめ位置 (H, δ) の分かっている天体や地上構造物を使って「機械方向」と「制御方向」を一致させる必要がある。この一致させる作業の事を特にアライメントと呼ぶ。

なおこのレポートでは特に断りのない限り $(H, \delta) = (H_p + 90^\circ, 0)$ でアライメントし、その後望遠鏡を任意の方向 (H, δ) に向けた時の導入エラーを見積もっていく。 H_p とは望遠鏡の設置誤差の向きを表す。

4 設置誤差

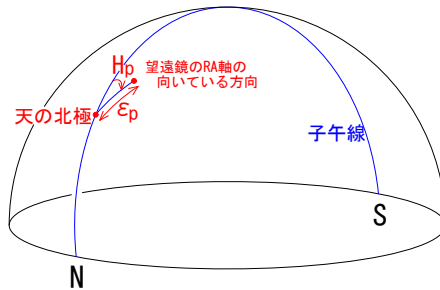


図1 望遠鏡の設置誤差

「南極 40cm 赤外線望遠鏡の設置誤差による導入エラーについて (2009 年 11 月 26 日沖田博文レポート)」によると、図1のように赤経軸が天の北極から時角 H_p の方向に大きさ ϵ_p ズれているとした場合の導入エラーは

赤経軸方向

$$\Delta\alpha_s = \epsilon_p \sin(H - H_p) \tan \delta \quad (2)$$

赤緯軸方向

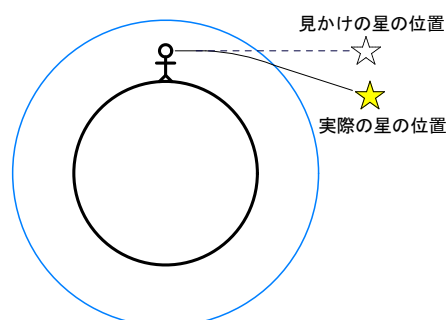
$$\Delta\delta_s = \epsilon_p \cos(H - H_p) \quad (3)$$

である。

5 大気差

「追尾エラーの定量的評価 (2009 年 11 月 11 日沖田博文レポート)」によると、

大気差とは地球の大気によって地平線付近の天体が浮かび上がって見える現象のことである。これは地球大気の屈折率やその高度依存性によって天体の位置がずれて見えることからくる。これにより天体の(天球上での見かけの)運動は一定ではなく、天体は地上からの高度に応じて微妙に動く速度が違ってくる。



赤道儀は基本的に一定速度で RA 軸を回転させて天体を追尾する装置なので、大気差によって天体の追尾が早まったり遅れたりすることになる。

実際の大気差の大きさは大気の状態(気温、気圧、水上気圧、観測波長)によって変わり、またその推定は困難である。しかし近似的には星の高度 h の関数として、大気差 R は以下のように書ける。

$$R = R_0 \tan\left(\frac{\pi}{2} - h\right) = R_0 \frac{1}{\tan h} [\text{arcsec}] \quad (4)$$

$$R_0 \simeq 58''.3 \quad (5)$$

である。本来の位置(時角, 赤緯) = (H, δ) にある天体は大気差により $(H', \delta') = (H + \Delta\alpha_{atm}, \delta + \Delta\delta_{atm})$ の位置で観測されることになる。式(5)を赤経軸方向、赤緯軸方向に分けてその量を見積もったものが以下の式である。

$$\Delta\alpha_{atm} = -R_0 \frac{\sin H \cos L}{\sin \delta \sin L + \cos \delta \cos L \cos H} \quad (6)$$

$$\Delta\delta_{atm} = R_0 \left(\frac{\sin L}{\sin \delta \cos \delta \sin L + \cos^2 \delta \cos L \cos H} - \tan \delta \right) \quad (7)$$

なお L は観測地の緯度である。

このレポートでは(時角, 赤緯) = $(H_p + 90^\circ, 0)$ でアライメントし、その後任意の天体 (H, δ) に向けた場合の導入誤差を考えている。アライメント点 $(H_p + 90^\circ, 0)$ においても大気差は RA 方向、Dec 方向にそれぞれ生じる。よって大気差による導入エラーを正しく見積もるにはアライメント時の大気差を差し引かなければならない。以下が $(H_p + 90^\circ, 0)$ でアライメントし任意の天体 (H, δ) をに向けた場合の大気差による導入誤差の式である。

赤経軸方向

$$\Delta\alpha_{atm} = -R_0 \left(\frac{\sin H \cos L}{\sin \delta \sin L + \cos \delta \cos L \cos H} + \frac{1}{\tan H_p} \right) \quad (8)$$

赤緯軸方向

$$\Delta\delta_{atm} = R_0 \left(\frac{\sin L}{\sin \delta \cos \delta \sin L + \cos^2 \delta \cos L \cos H} - \tan \delta + \frac{\tan L}{\sin H_p} \right) \quad (9)$$

6 ピリオディックモーション

「追尾エラーの定量的評価 (2009 年 11 月 11 日沖田博文レポート)」によると、

ピリオディックモーションとは望遠鏡を駆動するウォームネジの偏芯によって発生する RA 軸の周期的な回転のむらの事である。回転のむらは sin カーブに近似できる。

より、ピリオディックモーションによる導入誤差は RA 軸方向にしか生じない。よって

赤経軸方向

$$\Delta\alpha_{pm} \leq |P_0| \quad (10)$$

赤緯軸方向

$$\Delta\delta_{pm} = 0 \quad (11)$$

である。但し P_0 はピリオディックモーションの振幅で、導入時のタイミングによりその符号が変わる。

7 バックラッシュ

「南極 40cm 赤外線望遠鏡バックラッシュ量の評価 (2009 年 11 月 16 日沖田博文レポート)」によると、

バックラッシュとは歯車などの機械要素で運動方向に意図して設けられた隙間の事でこの隙間によって歯車は回転することができる。しかしある方向に回転していたものを逆方向に回転させた場合このバックラッシュの分だけ回転が伝達しない。

図 2 はバックラッシュの模式図。小原歯車工業株式会社カタログより転記。

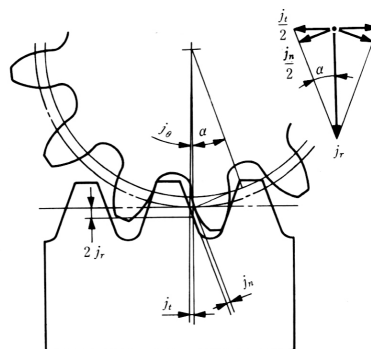


図 4.1 バックラッシュの種類と方向

図 2 バックラッシュの模式図。小原歯車工業株式会社カタログより転記。

RA 軸の場合、天体追尾する為ウォームギヤは常にウォームホイールの西側を押すことになり、原理的にバックラッシュによる天体の位置ズレは起こらないはずである。

より、バックラッシュによる導入誤差は Dec 軸方向にしか生じない。よって赤経軸方向

$$\Delta\alpha_{bl} = 0 \quad (12)$$

赤緯軸方向

$$\Delta\delta_{bl} \leq |B_0| \quad (13)$$

である。但し B_0 は最大バックラッシュ量を表し、ギヤのかみ合わせによってその向きが変わる。

8 赤経軸と赤緯軸の直交誤差

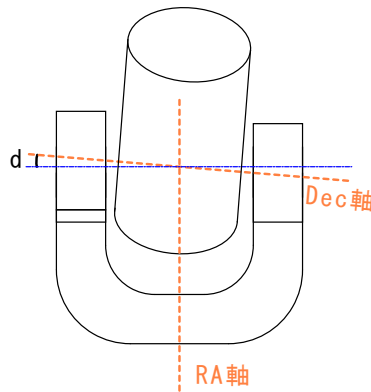


図 3 赤経軸と赤緯軸の直交誤差

「南極 40cm 赤外線望遠鏡の RA 軸・Dec 軸の直交誤差について (2009 年 9 月 30 日沖田博文レポート)」より図 3 のように望遠鏡が向いている方向から見てフォーク西側が左手側になるように望遠鏡を向けたとき、RA 軸と Dec 軸に時計回り正の方向に直交誤差 d があるときの導入エラーは

赤経軸方向

$$\Delta\alpha_{rd} \cong d \tan \delta \quad (14)$$

赤緯軸方向

$$\Delta\delta_{rd} \cong 0 \quad (15)$$

である。

9 赤緯軸と光軸の直交誤差

「南極 40cm 赤外線望遠鏡の Dec 軸・光軸の直交誤差について (2009 年 11 月 18 日沖田博文レポート)」より図 4 のように望遠鏡が向いている方向から見てフォーク西側が左手側になるように望遠鏡を向けたとき、Dec 軸と光軸に反時計回り正の方向に直交誤差 t があるときの導入エラーは

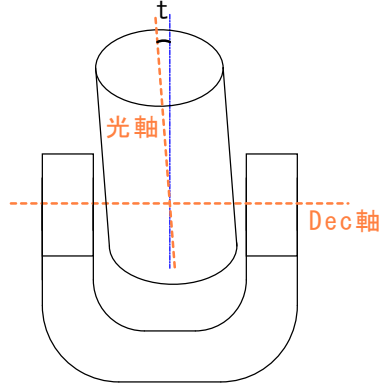


図 4

赤経軸方向

$$\Delta\alpha_{do} \cong t \left(1 - \frac{1}{\cos \delta}\right) \quad (16)$$

赤緯軸方向

$$\Delta\delta_{do} \cong 0 \quad (17)$$

である。

10 導入誤差の見積もり

前章までで設置誤差・大気差・ピリオディックモーション・バックラッシュ・赤経赤緯の直交誤差・赤緯光軸の直交誤差を定量的に見積もった。よって任意の天体(時角, 赤緯) = (H, δ) で観測される導入誤差はこれらの足し合わせで表すことができる。

赤経軸方向

$$\begin{aligned} \Delta\alpha &\equiv \Delta\alpha_s + \Delta\alpha_{atm} + \Delta\alpha_{pm} + \Delta\alpha_{bl} + \Delta\alpha_{rd} + \Delta\alpha_{do} \\ &\simeq \epsilon_p \sin(H - H_p) \tan \delta - R_0 \left(\frac{\sin H \cos L}{\sin \delta \sin L + \cos \delta \cos L \cos H} + \frac{1}{\tan H_p} \right) + d \tan \delta + t \left(1 - \frac{1}{\cos \delta}\right) \pm P_0 \end{aligned} \quad (18)$$

赤緯軸方向

$$\begin{aligned} \Delta\delta &\equiv \Delta\delta_s + \Delta\delta_{atm} + \Delta\delta_{pm} + \Delta\delta_{bl} + \Delta\delta_{rd} + \Delta\delta_{do} \\ &\simeq \epsilon_p \cos(H - H_p) + R_0 \left(\frac{\sin L}{\sin \delta \cos \delta \sin L + \cos^2 \delta \cos L \cos H} - \tan \delta + \frac{\tan L}{\sin H_p} \right) \pm B_0 \end{aligned} \quad (19)$$

である。但し望遠鏡は(時角, 赤緯) = $(H_p + 90^\circ, 0)$ でアライメントがなされたと仮定した。

11 任意の天体でアライメントした場合の導入誤差

実際の観測ではモデル化のように天の赤道上の時角 H_P の点 R でアライメントをすることは不可能である。そもそも設置誤差の方向 H_P がわからない。

そこで任意の天体 (H_A, δ_A) でアライメントし、次に任意の天体 (H_B, δ_B) を導入したときに生じる導入誤差を考える。「南極 40cm 赤外線望遠鏡の RA 軸・Dec 軸の直交誤差について (2009 年 9 月 30 日沖田博文レポート)」と同様に考えて、

赤経軸方向

$$\begin{aligned} \Delta\alpha_{BA} \cos \delta_B &\equiv (\Delta\alpha_B - \Delta\alpha_A) \cos \delta_B \\ &\simeq \left\{ \epsilon_p \{ \sin(H_B - H_p) \tan \delta_B - \sin(H_A - H_p) \tan \delta_A \} \right. \\ &\quad - R_0 \left(\frac{\sin H_B \cos L}{\sin \delta_B \sin L + \cos \delta_B \cos L \cos H_B} - \frac{\sin H_A \cos L}{\sin \delta_A \sin L + \cos \delta_A \cos L \cos H_A} \right) \\ &\quad \left. + d (\tan \delta_B - \tan \delta_A) - t \left(\frac{1}{\cos \delta_B} - \frac{1}{\cos \delta_A} \right) \pm 2P_0 \right\} \cos \delta_B \end{aligned} \quad (20)$$

赤緯軸方向

$$\begin{aligned} \Delta\delta &\equiv \Delta\delta_B - \Delta\delta_A \\ &\simeq \epsilon_p \{ \cos(H_B - H_p) - \cos(H_A - H_p) \} \\ &\quad + R_0 \left\{ \frac{\sin L}{\sin \delta_B \cos \delta_B \sin L + \cos^2 \delta_B \cos L \cos H_B} - \frac{\sin L}{\sin \delta_A \cos \delta_A \sin L + \cos^2 \delta_A \cos L \cos H_A} - (\tan \delta_B - \tan \delta_A) \right\} \\ &\quad \pm B_0 \end{aligned} \quad (21)$$

なお赤経軸方向の導入誤差で $\cos \delta_B$ を乗じているのは、CCD 上に写る長さ (単位 : 角度) にする為である。また式 (21) でバックラッシュ量が $2B_0$ とならないのはバックラッシュ B_0 をギヤとギヤの間隙と定義している為である。(ピリオディックモーション P_0 はその振幅として定義されているので $2P_0$ となる。)

H_A	アライメントする天体の時角
δ_A	アライメントする天体の赤緯
H_B	導入誤差を測定する天体の時角
δ_B	追尾誤差を測定する天体の赤緯
L	観測地の緯度
H_p	設置誤差の時角
ϵ_p	設置誤差の大きさ
d	RA 軸と Dec 軸の直交誤差 (望遠鏡が向いている方向から見てフォーク西側が左手側になるよう望遠鏡を向けたとき、RA 軸と Dec 軸に、時計回り正の方向)
t	Dec 軸と光軸の直交誤差 (望遠鏡が向いている方向から見てフォーク西側が左手側になるよう望遠鏡を向けたとき、Dec 軸と光軸に、反時計回り正の方向)
R_0	大気差定数
H_0	ピリオディックモーション (RA 軸) の振幅
B_0	バックラッシュ (Dec 軸) の大きさ

望遠鏡の設置誤差 ϵ_p 、 H_p は追尾エラーの測定から求めることができ、大気差も天体の位置から自動的に決まる。ピリオディックモーション P_0 やバックラッシュ B_0 も他の観測から求まる。天体の位置 (H, δ) や観測地の緯度 L も既知である。よって多くの天体を導入しその導入誤差を測定することで d 、 t を求めることができる。

12 参考文献

1. ZEUS プロジェクト技術資料、早水勉、<http://www2.synapse.ne.jp/haya/zeus/zeus.tech.html>
2. 球面三角法、Wikipedia、<http://ja.wikipedia.org>
3. 南極 40cm 赤外線望遠鏡の RA 軸・Dec 軸の直交誤差について、沖田博文、2009 年 9 月 30 日レポート
4. 追尾エラーの定量的評価、沖田博文、2009 年 11 月 11 日レポート
5. 追尾エラーの定量的評価 実際の観、沖田博文、2009 年 11 月 11 日レポート
6. 南極 40cm 赤外線望遠鏡バックラッシュ量の評価、沖田博文、2009 年 11 月 16 日レポート
7. 南極 40cm 赤外線望遠鏡の Dec 軸・光軸の直交誤差について、沖田博文、2009 年 11 月 18 日レポート
8. 南極 40cm 赤外線望遠鏡の設置誤差による導入エラーについて、沖田博文、2009 年 11 月 26 日レポート