

雑談会

2010/10/06(Wed) @大輪講室

発表者:東北大学大学院理学研究科天文学専攻
服部研究室 中村翔

Contents

- MHDとは
- 基礎方程式とそこからわかるコト
- 雑誌会本編(論文紹介)

Contents

- MHDとは
- 基礎方程式とそこからわかるコト
- 雑誌会本編(論文紹介)

MHDとは

- **Magneto-Hydro-Dynamics(磁気流体力学)**
- **磁場と流体が影響を及ぼし合いながら運動するような現象を扱う。主にプラズマ。詳しくは後ほど。**
- 分野としては**天文・核融合**など。
- 特に、磁場の拡散を無視したものをideal-MHD, ほかにもRMHD(Radiation)、GRMHD(General-Relativistic)などがある。

なんでえむえいちでー？

- **そこらじゅうに
存在するから。**

Contents

- MHDとは
- 基礎方程式とそこからわかるコト
- 雑誌会本編(論文紹介)

Basic Equations

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \mathbf{j} \times \frac{\mathbf{B}}{c} + \mathbf{F}$$

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{2} v^2 + e \right) = -\mathbf{v} \cdot \nabla p + \mathbf{v} \cdot \left(\mathbf{j} \times \frac{\mathbf{B}}{c} \right) + \mathbf{v} \cdot \mathbf{F} - p \nabla \cdot \mathbf{v} - \mathcal{L}$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B})$$

$$p = nk_B T$$

Basic Equations

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$



連続の式(質量保存式)

質量流束

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \mathbf{j} \times \frac{\mathbf{B}}{c} + \mathbf{F}$$

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{2} v^2 + e \right) = -\mathbf{v} \cdot \nabla p + \mathbf{v} \cdot \left(\mathbf{j} \times \frac{\mathbf{B}}{c} \right) + \mathbf{v} \cdot \mathbf{F} - p \nabla \cdot \mathbf{v} - \mathcal{L}$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B})$$

$$p = nk_B T$$

Basic Equations

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$

← 連続の式(質量保存式)

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \mathbf{j} \times \frac{\mathbf{B}}{c} + \mathbf{F}$$

← 運動方程式(運動量保存式)

圧力勾配力 Lorentz force

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{2} v^2 + e \right) = -\mathbf{v} \cdot \nabla p + \mathbf{v} \cdot \left(\mathbf{j} \times \frac{\mathbf{B}}{c} \right) + \mathbf{v} \cdot \mathbf{F} - p \nabla \cdot \mathbf{v} - \mathcal{L}$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B})$$

$$p = nk_B T$$

Basic Equations

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad \leftarrow \text{連続の式(質量保存式)}$$

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \mathbf{j} \times \frac{\mathbf{B}}{c} + \mathbf{F} \quad \leftarrow \text{運動方程式(運動量保存式)}$$

Lorentz forceによる仕事

体積膨張による仕事

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{2} v^2 + e \right) = \underbrace{-\mathbf{v} \cdot \nabla p}_{\text{圧力勾配力による仕事}} + \underbrace{\mathbf{v} \cdot \left(\mathbf{j} \times \frac{\mathbf{B}}{c} \right)}_{\text{Lorentz forceによる仕事}} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{F} - \underbrace{p \nabla \cdot \mathbf{v}}_{\text{体積膨張による仕事}} - \mathcal{L}$$

圧力勾配力による仕事

← エネルギー保存式

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B})$$

$$p = nk_B T$$

Basic Equations

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad \leftarrow \text{連続の式(質量保存式)}$$

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \mathbf{j} \times \frac{\mathbf{B}}{c} + \mathbf{F} \quad \leftarrow \text{運動方程式(運動量保存式)}$$

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{2} v^2 + e \right) = -\mathbf{v} \cdot \nabla p + \mathbf{v} \cdot \left(\mathbf{j} \times \frac{\mathbf{B}}{c} \right) + \mathbf{v} \cdot \mathbf{F} - p \nabla \cdot \mathbf{v} - \mathcal{L}$$

\leftarrow エネルギー保存式

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \underbrace{\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})}_{\text{対流項}} - \underbrace{\nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B})}_{\text{拡散項}} \quad \leftarrow \text{誘導方程式}$$

対流項

拡散項

$$p = nk_B T$$

Basic Equations

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$

← 連続の式(質量保存式)

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \mathbf{j} \times \frac{\mathbf{B}}{c} + \mathbf{F}$$

← 運動方程式(運動量保存式)

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{2} v^2 + e \right) = -\mathbf{v} \cdot \nabla p + \mathbf{v} \cdot \left(\mathbf{j} \times \frac{\mathbf{B}}{c} \right) + \mathbf{v} \cdot \mathbf{F} - p \nabla \cdot \mathbf{v} - \mathcal{L}$$

← エネルギー保存式

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B})$$

← 誘導方程式

$$p = nk_B T$$

← 状態方程式

式変形したいの。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} \quad \text{を用いて整理したい}$$

(電磁流体近似)

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \mathbf{j} \times \frac{\mathbf{B}}{c} + \mathbf{F}$$

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{2} v^2 + e \right) = -\mathbf{v} \cdot \nabla p + \mathbf{v} \cdot \left(\mathbf{j} \times \frac{\mathbf{B}}{c} \right) + \mathbf{v} \cdot \mathbf{F} - p \nabla \cdot \mathbf{v} - \mathcal{L}$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \dots$$

$$p = n \dots$$

Lagrange微分(粒子を追っかける描像)を
Euler微分(ある場所で見張っている描像)に
直したい

Basic Equations

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$

運動量流束(テンソル)

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla p + \frac{1}{4\pi} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} - \frac{1}{8\pi} \nabla B^2 + \mathbf{F}$$

磁気張力

磁気圧勾配力

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(\frac{1}{2} v^2 + e \right) + \frac{1}{8\pi} B^2 \right] + \nabla \cdot \left[\left(\frac{1}{2} v^2 + e + \frac{p}{\rho} \right) \rho \mathbf{v} + \mathbf{S} \right] = - \left(\mathcal{L} + \frac{j^2}{\sigma} \right) + \mathbf{v} \cdot \mathbf{F}$$

磁場エネルギー ポインティングベクトル ジュール熱

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B})$$

$$p = nk_B T$$

Basic Equations

Maxwell stress tensor

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$

$$M_{ij} = \frac{1}{4\pi} B_i B_j - \frac{1}{8\pi} B^2 \delta_{ij} \text{ を用いて整理}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla p + \frac{1}{4\pi} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} - \frac{1}{8\pi} \nabla B^2 + \mathbf{F}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(\frac{1}{2} v^2 + e \right) + \frac{1}{8\pi} B^2 \right] + \nabla \cdot \left[\left(\frac{1}{2} v^2 + e + \frac{p}{\rho} \right) \rho \mathbf{v} + \mathbf{S} \right] = - \left(\mathcal{L} + \frac{j^2}{\sigma} \right) + \mathbf{v} \cdot \mathbf{F}$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B})$$

$$p = nk_B T$$

Basic Equations

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \mathbf{M} + \mathbf{F}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(\frac{1}{2} v^2 + e \right) + \frac{1}{8\pi} B^2 \right] + \nabla \cdot \left[\left(\frac{1}{2} v^2 + e + \frac{p}{\rho} \right) \rho \mathbf{v} + \mathbf{S} \right] = - \left(\mathcal{L} + \frac{j^2}{\sigma} \right) + \mathbf{v} \cdot \mathbf{F}$$

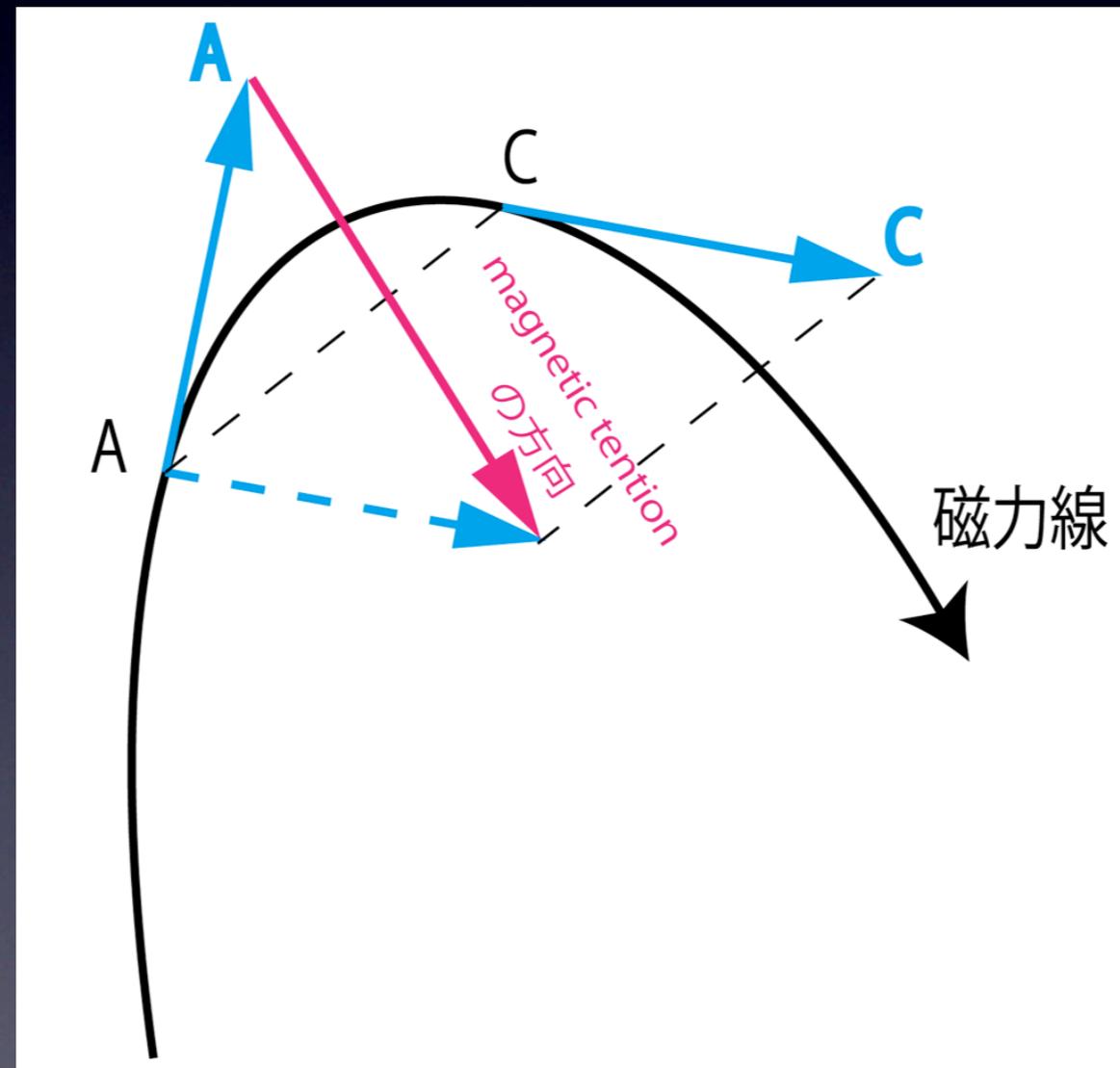
$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B})$$

$$p = nk_B T$$

磁気張力の方角。

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla p + \frac{1}{4\pi} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} - \frac{1}{8\pi} \nabla B^2 + \mathbf{F} \quad \leftarrow \text{運動方程式}$$

- 真っ直ぐになろうとする。

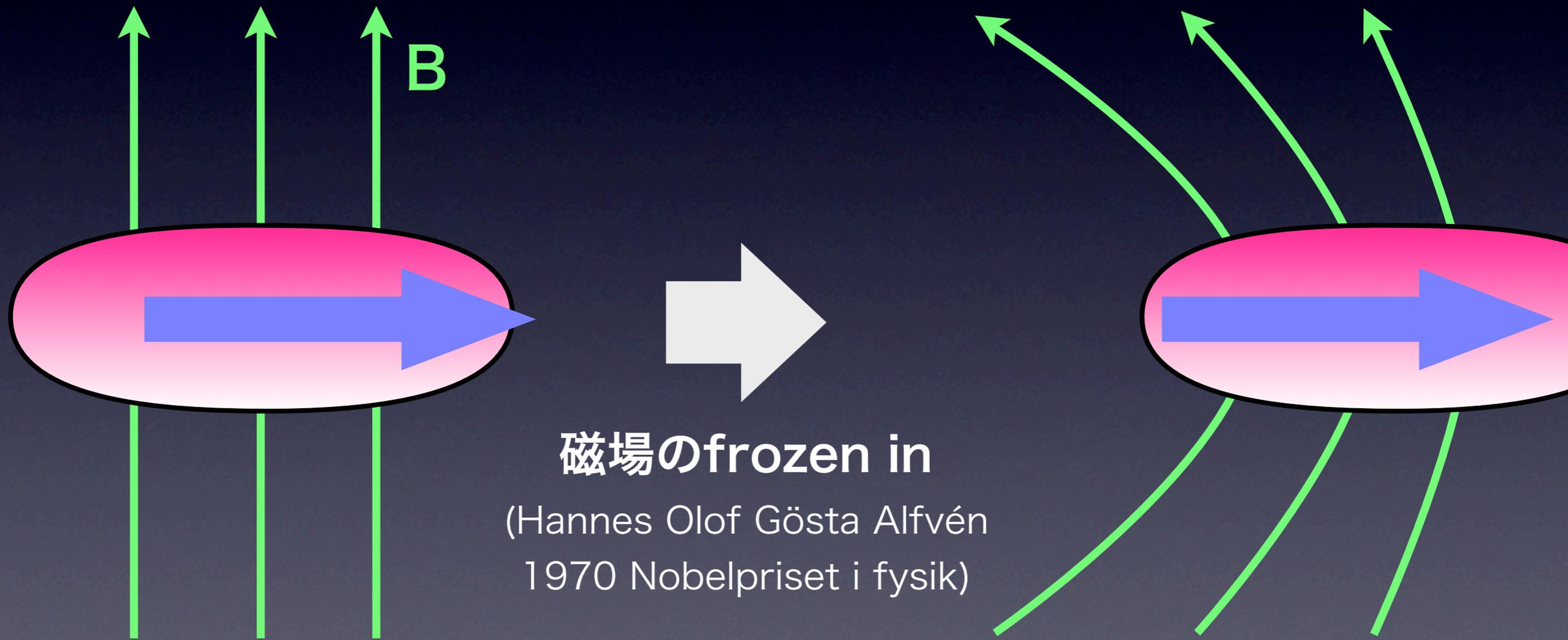


- まるでゴムひも → 磁力線上を伝わる波, Alfvén wave.

磁束保存。

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{B} \right) \quad \leftarrow \text{誘導方程式}$$

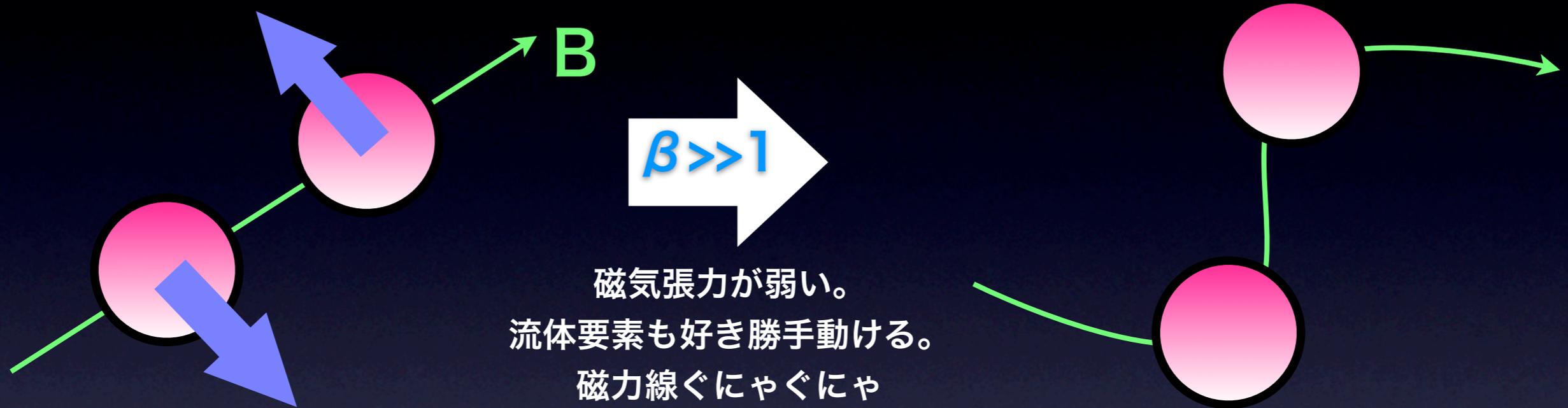
- $\eta = 0$ の極限 \rightarrow 磁気流体中で磁束が保存される。



- 磁力線の変形が生じる。

2つのことから言えること

- **磁場が弱い**とき . . . • **流体の運動が磁場**を支配。



- **磁場が強い**とき . . . • **磁場が流体の運動**を支配。



いらっしやいませ。

- MHDとは
- 基礎方程式とそこからわかるコト
- 雑誌会本編(論文紹介)

global three-dimensional
magnetohydrodynamic simulations of
galactic gaseous disks.

(1. amplification of mean magnetic fields
in an axisymmetric gravitational potential.)

Nishikori, H., Machida, M., & Matsumoto, R.

(発表者:東北大学大学院理学研究科天文学専攻
服部研究室 中村翔)

Numerical Methods

* 2.1 Basic equations.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2)$$

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla P + \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} - \rho \nabla \phi, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B} - \eta \nabla \times \mathbf{B}), \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho v^2 + \frac{B^2}{8\pi} + \frac{P}{\gamma - 1} \right) + \nabla \cdot \left[\left(\frac{1}{2} \rho v^2 + \frac{\gamma P}{\gamma - 1} \right) \mathbf{v} + \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{B} \right] = -\rho v \nabla \phi. \quad (5)$$

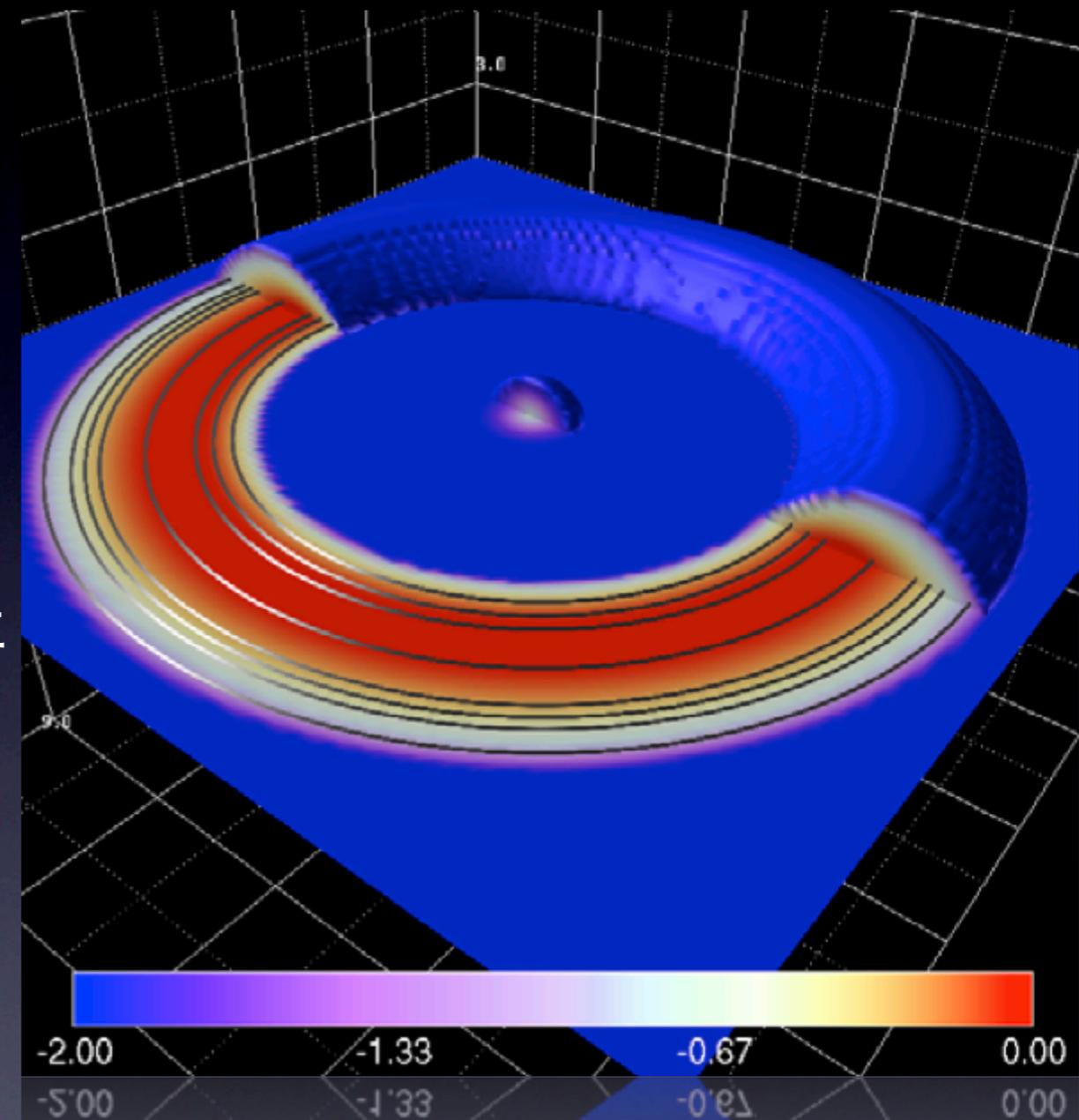
- 上から順に、連続の式(質量保存式)、運動方程式(運動量保存式)、誘導方程式、エネルギー保存式(導出省略)。さらにBとEの間には次の関係がある。

$$\mathbf{E} = (-\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \eta \nabla \times \mathbf{B})/c.$$

galactic disk MHD simulation & result.

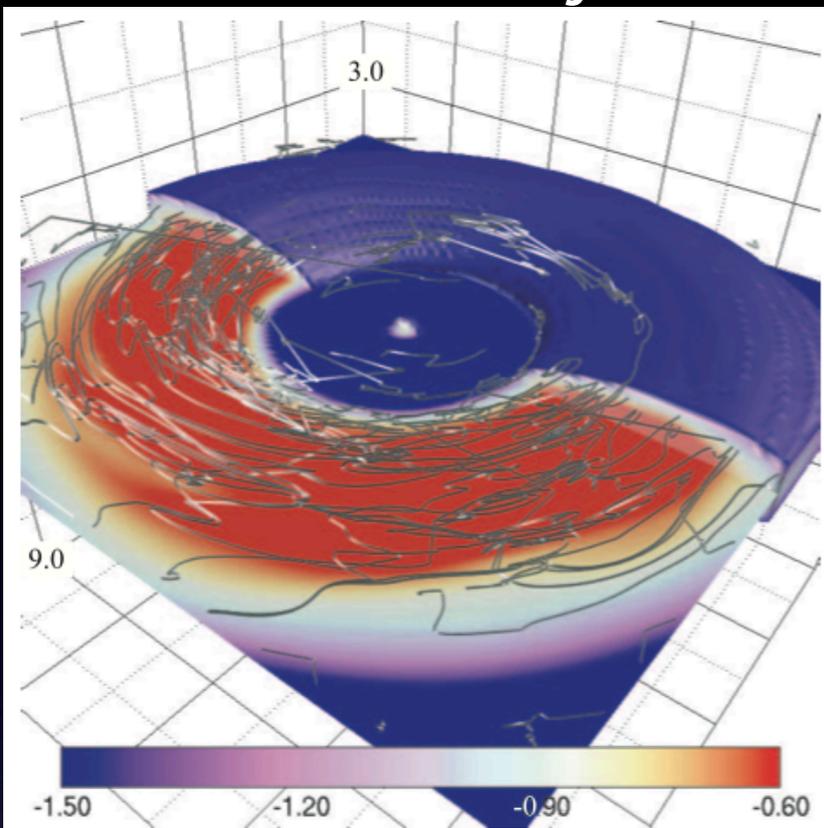
＊ 初期条件&model

- Miyamoto-Nagai potential(軸対称、ダークハロー含む)。
- 10kpcの位置で密度・温度最大 ($\rho_{\max} \sim 3 \times 10^{-25} \text{gcm}^{-3}$, $T_{\max} \sim 2 \times 10^5 \text{K}$)、一定の角運動量を持つような力学平衡にあるガストーラス+方位角方向の弱い磁場。
- 周囲にはコロナガスを置く。
- 中心に吸収境界を設置(SMBH or bulge star formation)。

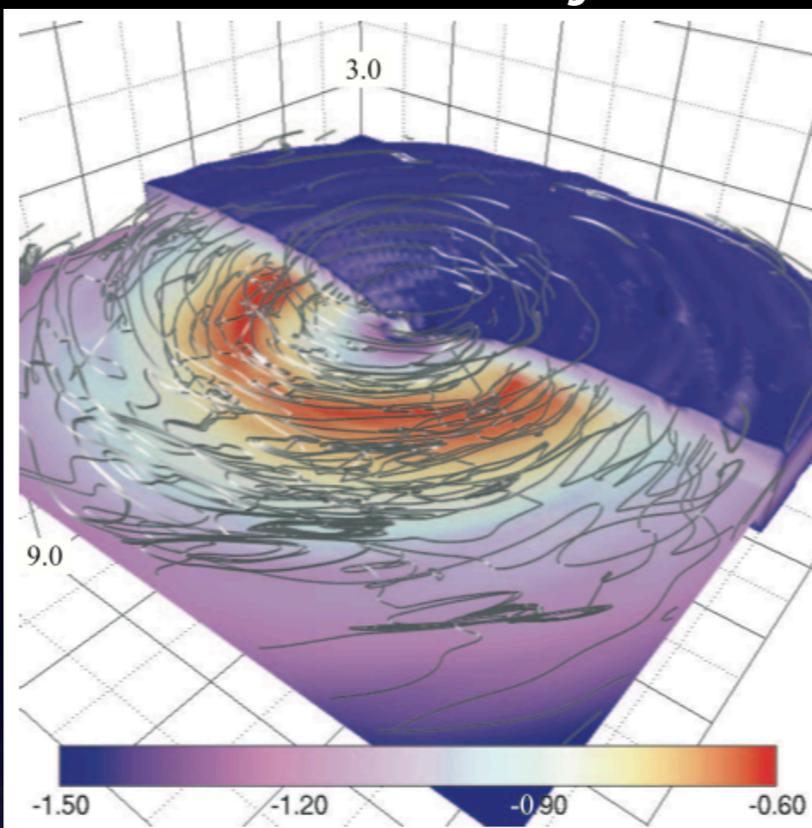


- 銀河ガス円盤の進化段階・自己重力・超新星爆発等を無視。

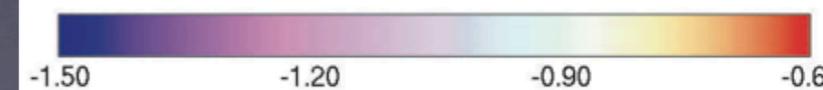
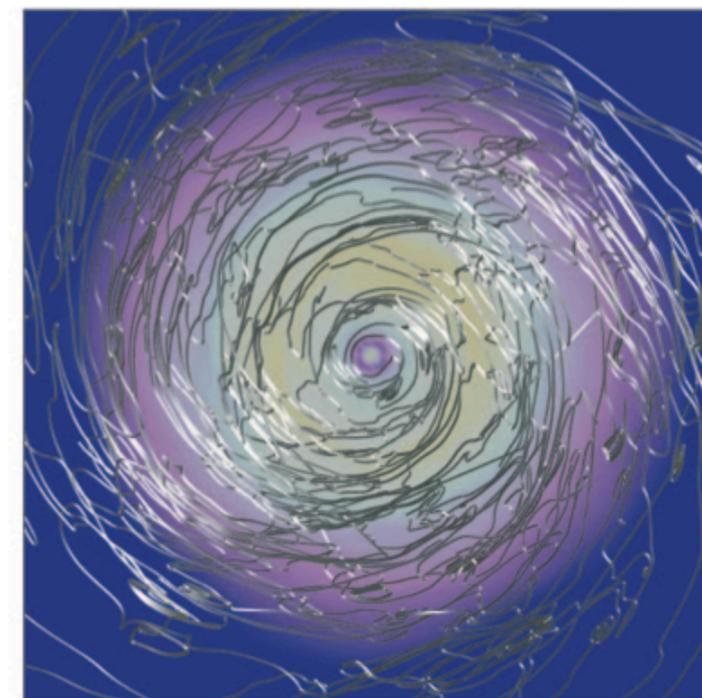
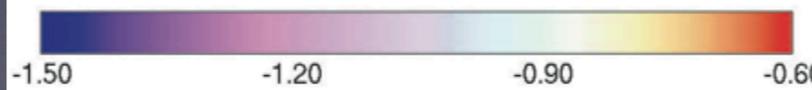
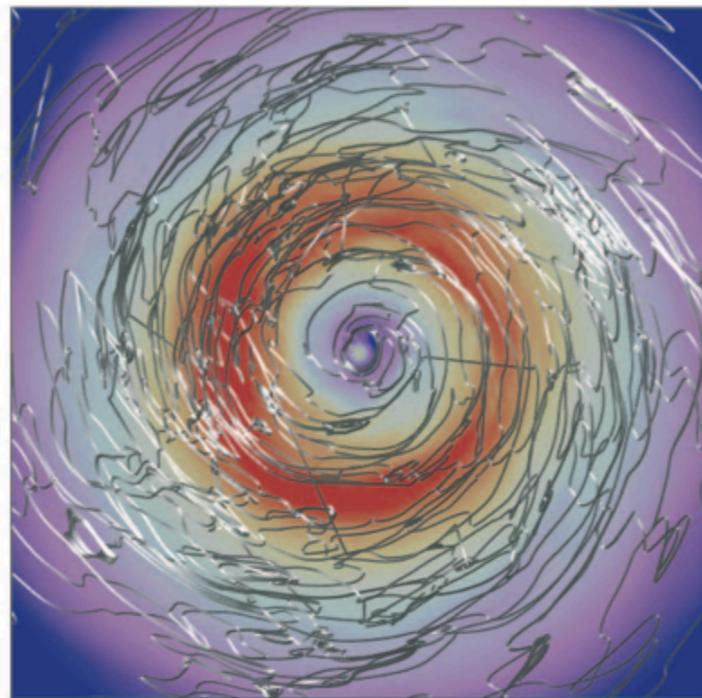
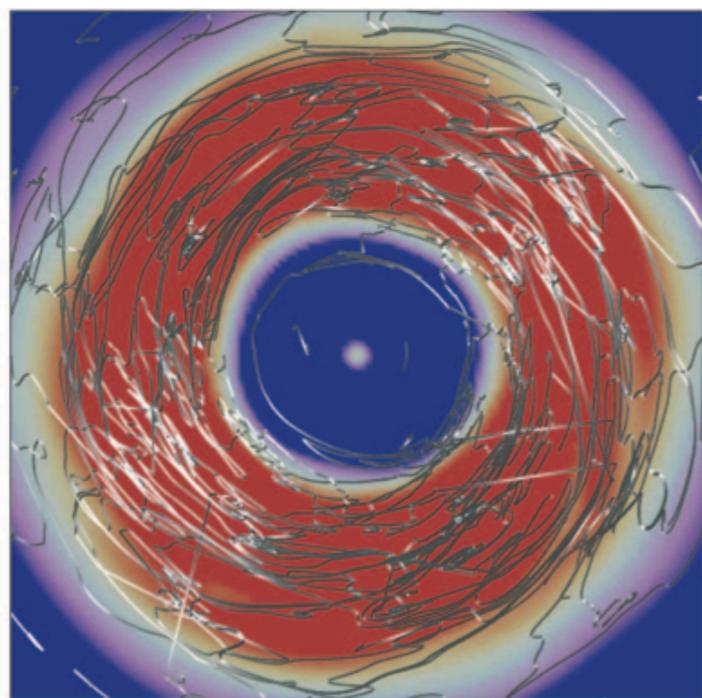
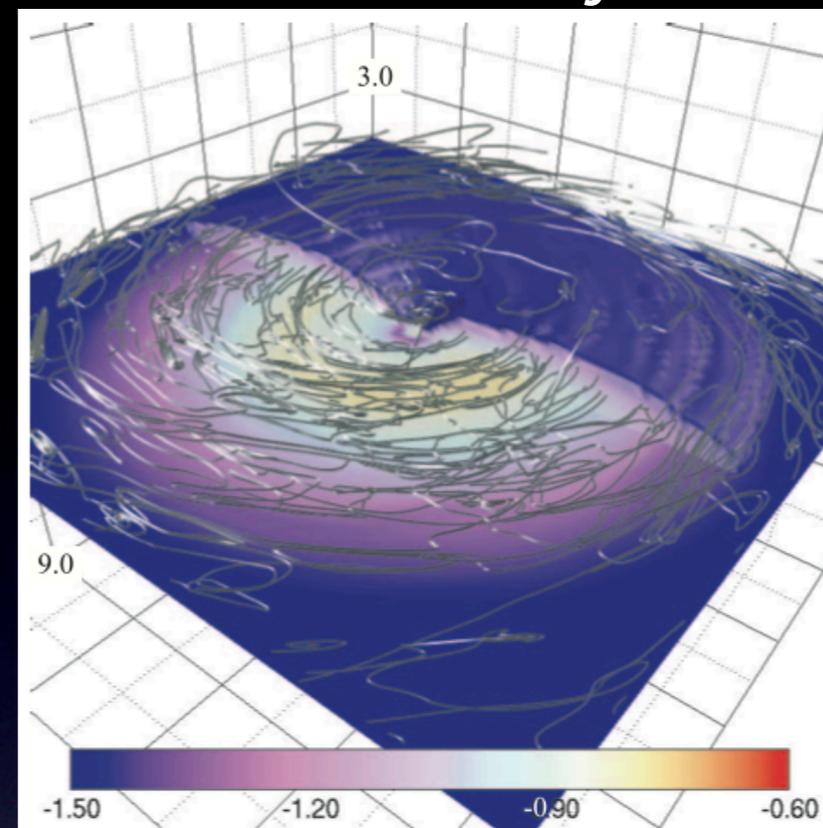
• $t=1.1\text{Gyr}$



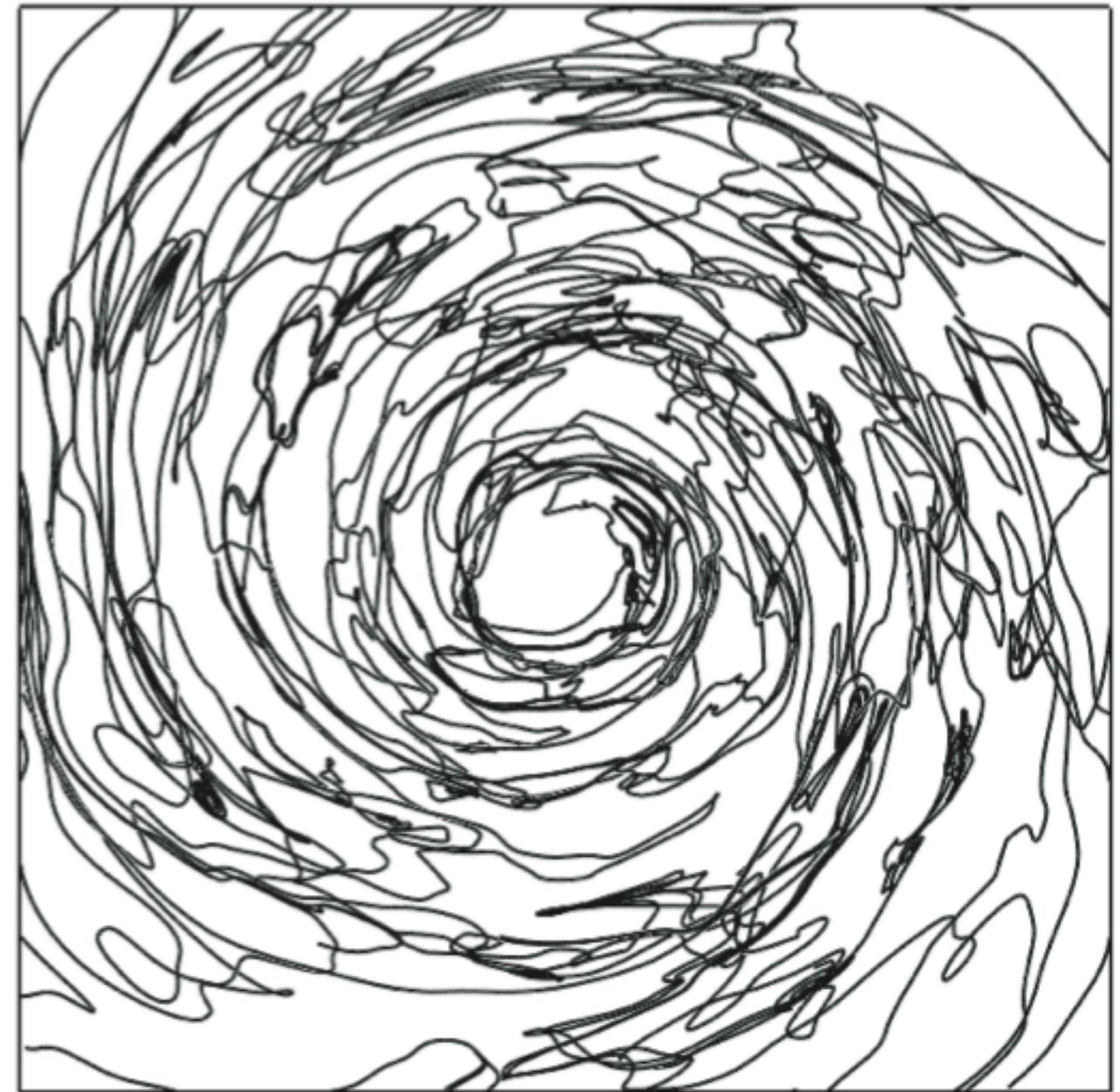
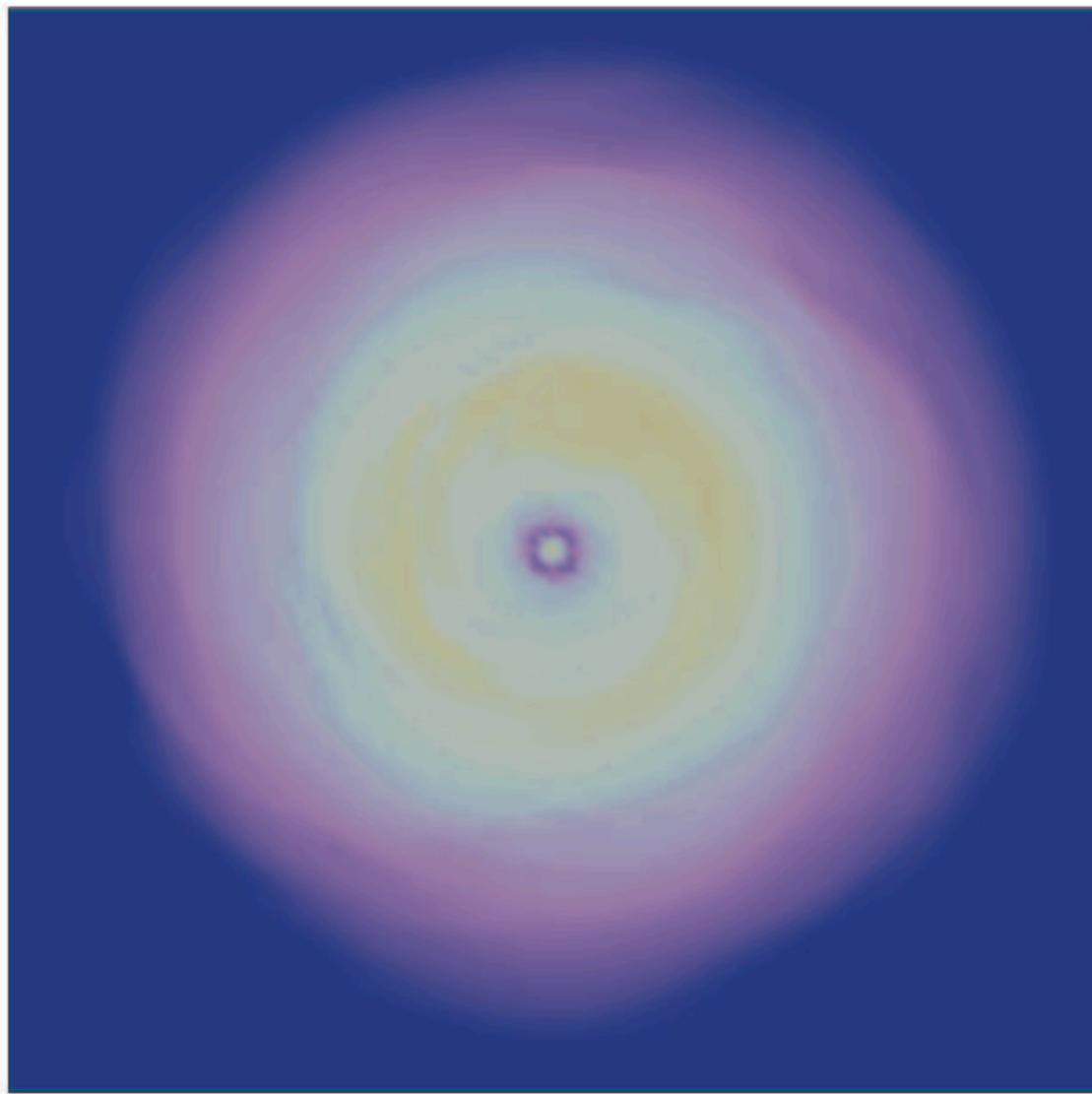
• $t=2.2\text{Gyr}$



• $t=3.8\text{Gyr}$



• model I



• 3.8Gyr after.(密度color contourと磁力線)

- 磁場は大局的には螺旋状の構造、局所的には乱流構造を持つ。
- 密度分布にもわずかに非軸対称な成分が見られる。

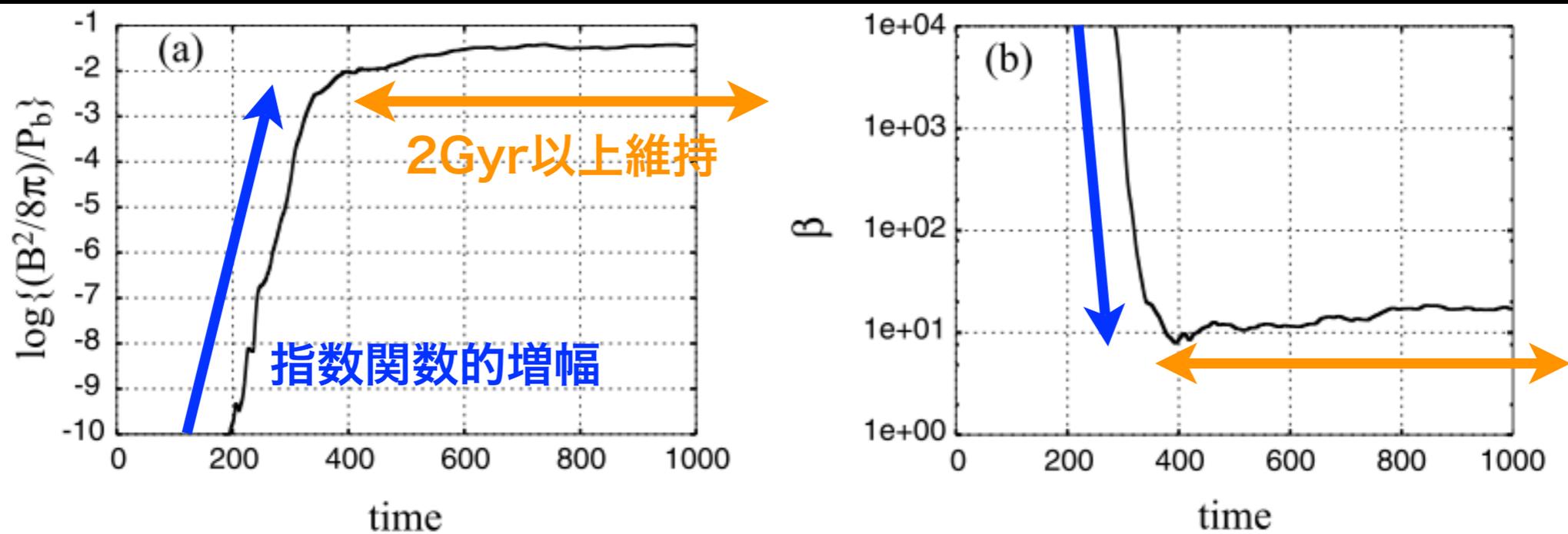
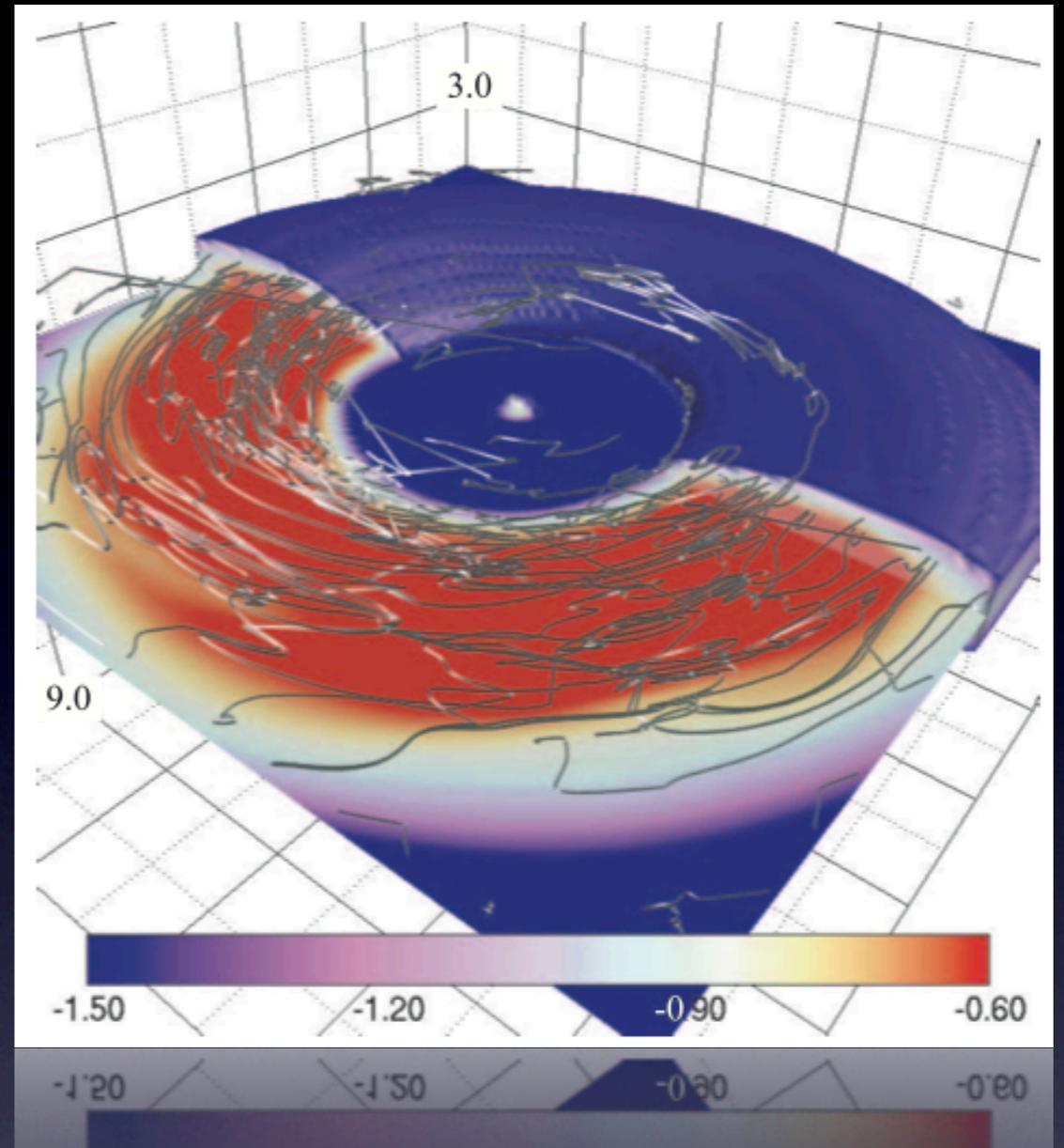
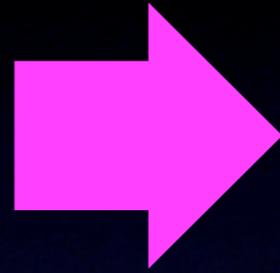
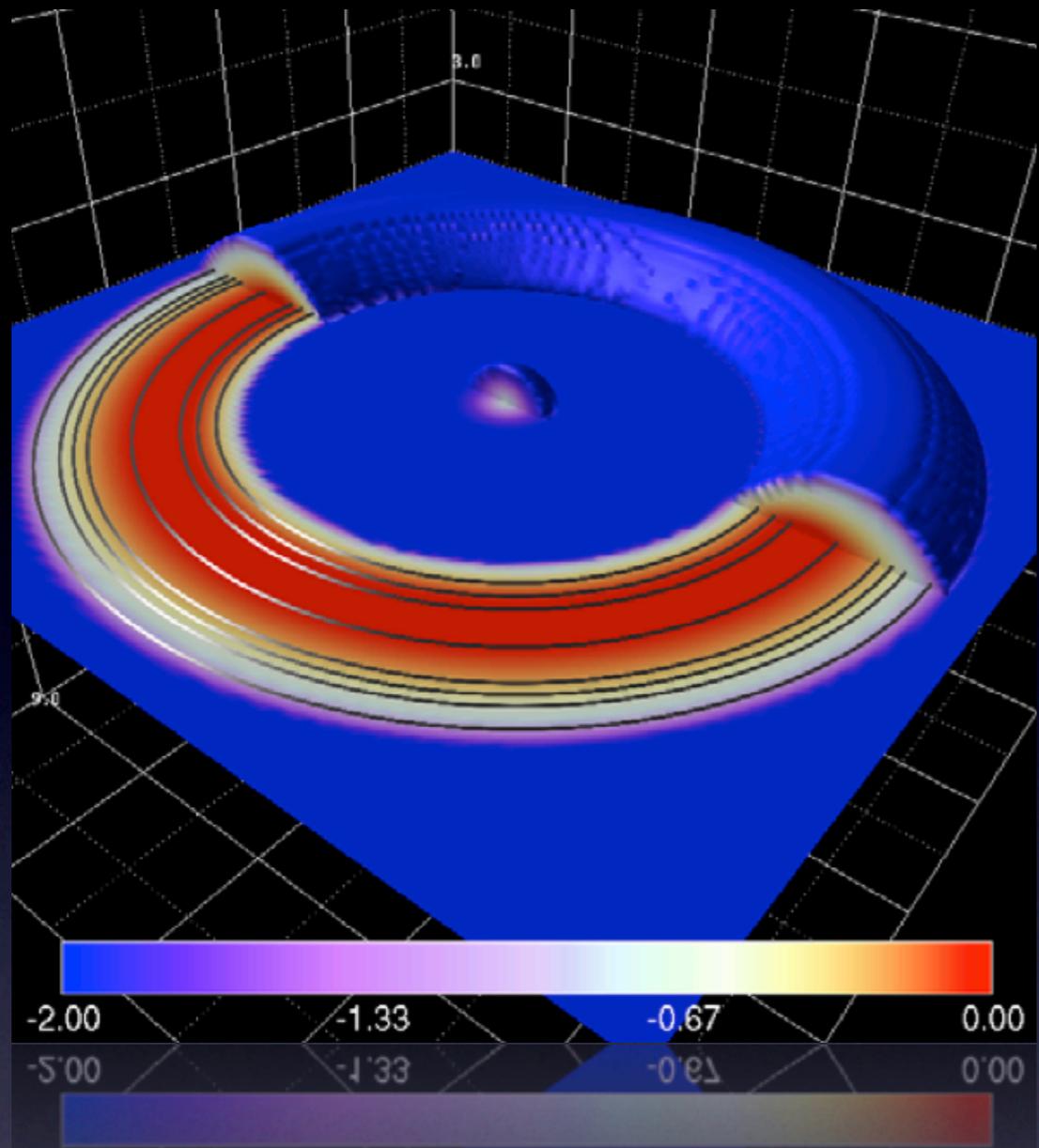


FIG. 5.—(a) Time evolution of the magnetic energy and (b) volume-averaged plasma $\beta(= \langle P \rangle / \langle B^2 / 8\pi \rangle)$ for model I averaged over $2 \text{ kpc} < \varpi < 5 \text{ kpc}$, $0 \text{ kpc} < z < 1 \text{ kpc}$, and $0 \leq \varphi < 2\pi$.

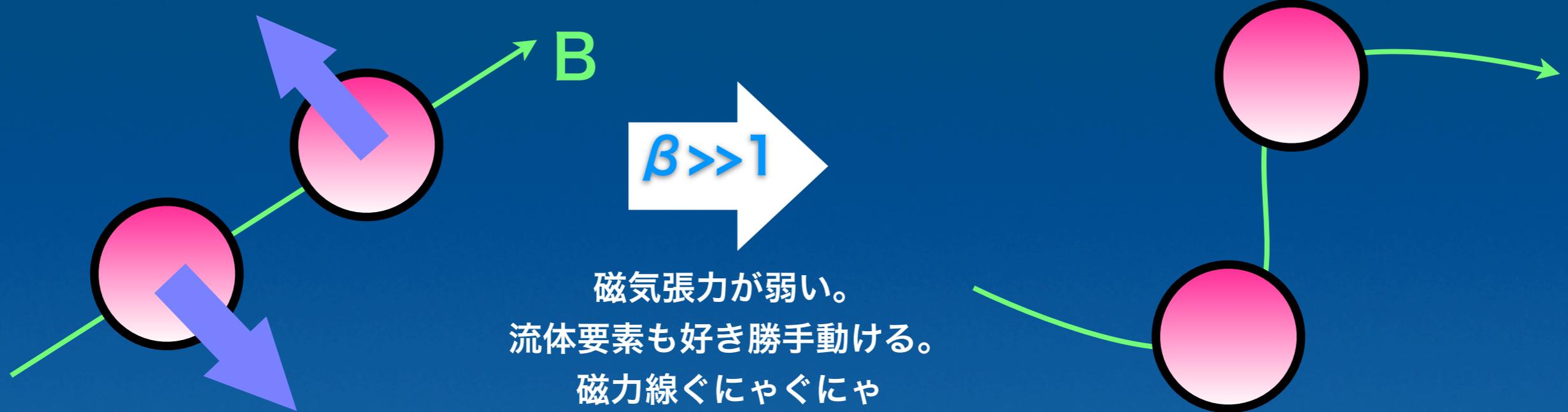
- MRIにより磁場は成長し、 $\log[B^2/8\pi/P_b] \sim -1.5$ くらいで頭打ちになる。このときの磁場はおよそ $B \sim 3 \mu\text{G}$ に相当する。この状態が少なくとも 2Gyr は維持される。
 - plasma β の平均値は 20 くらいに落ち着く。この値は観測から知られている our Galaxy での値 (大体 1 のオーダー) より大きい
- ➡ 超新星爆発等の磁場の増幅効果？ 初期条件の問題 (温度が高い)？



- 角運動量輸送&磁場の増幅→MRI
(MagnetoRotationalInstability) (Balbus & Hawley, 1991)
- 弱い磁場が存在する差動回転円盤で起こる。

2つのことから言えること

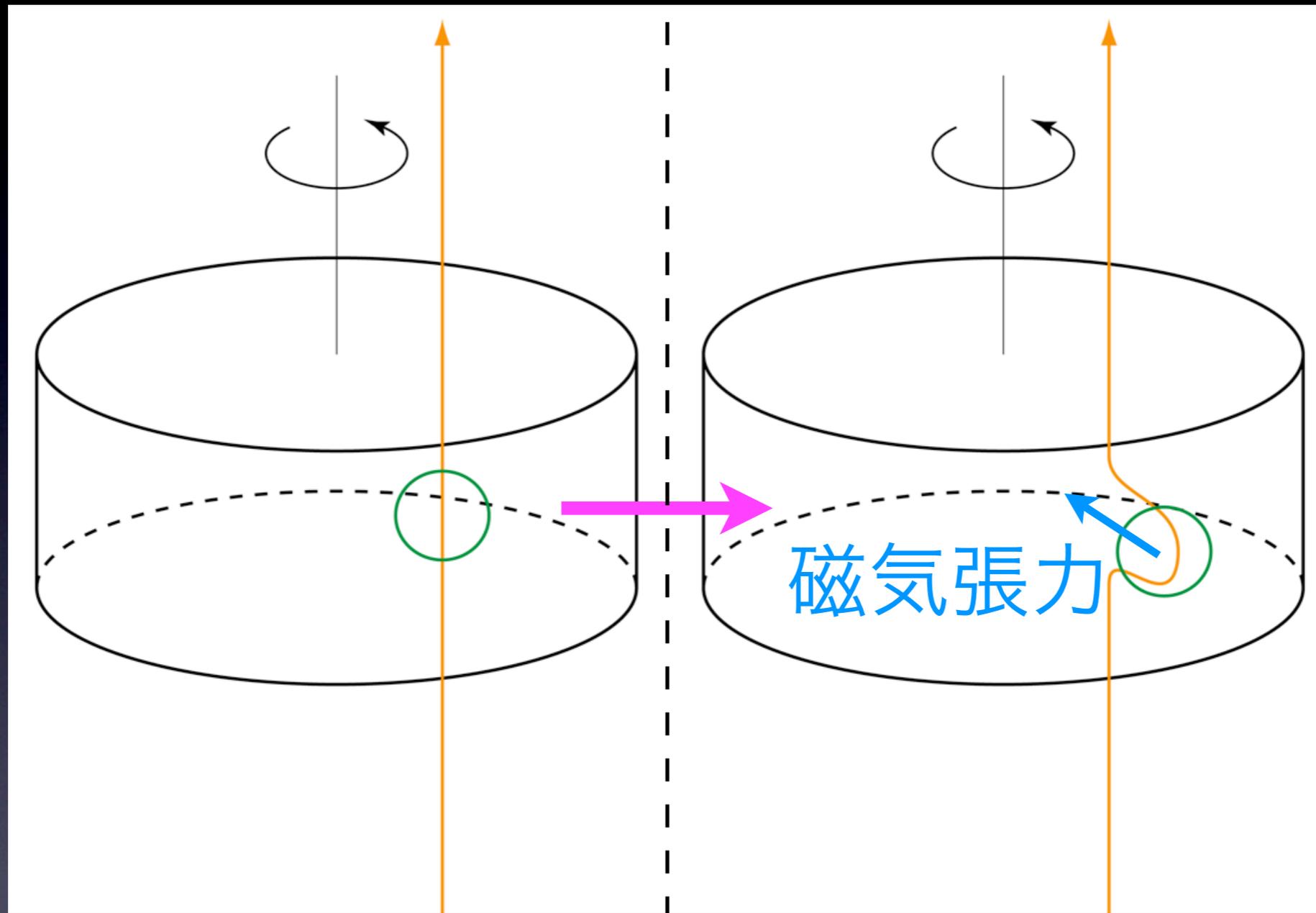
- 磁場が弱いとき 流体の運動が磁場を支配。



- 磁場が強いとき 磁場が流体の運動を支配。

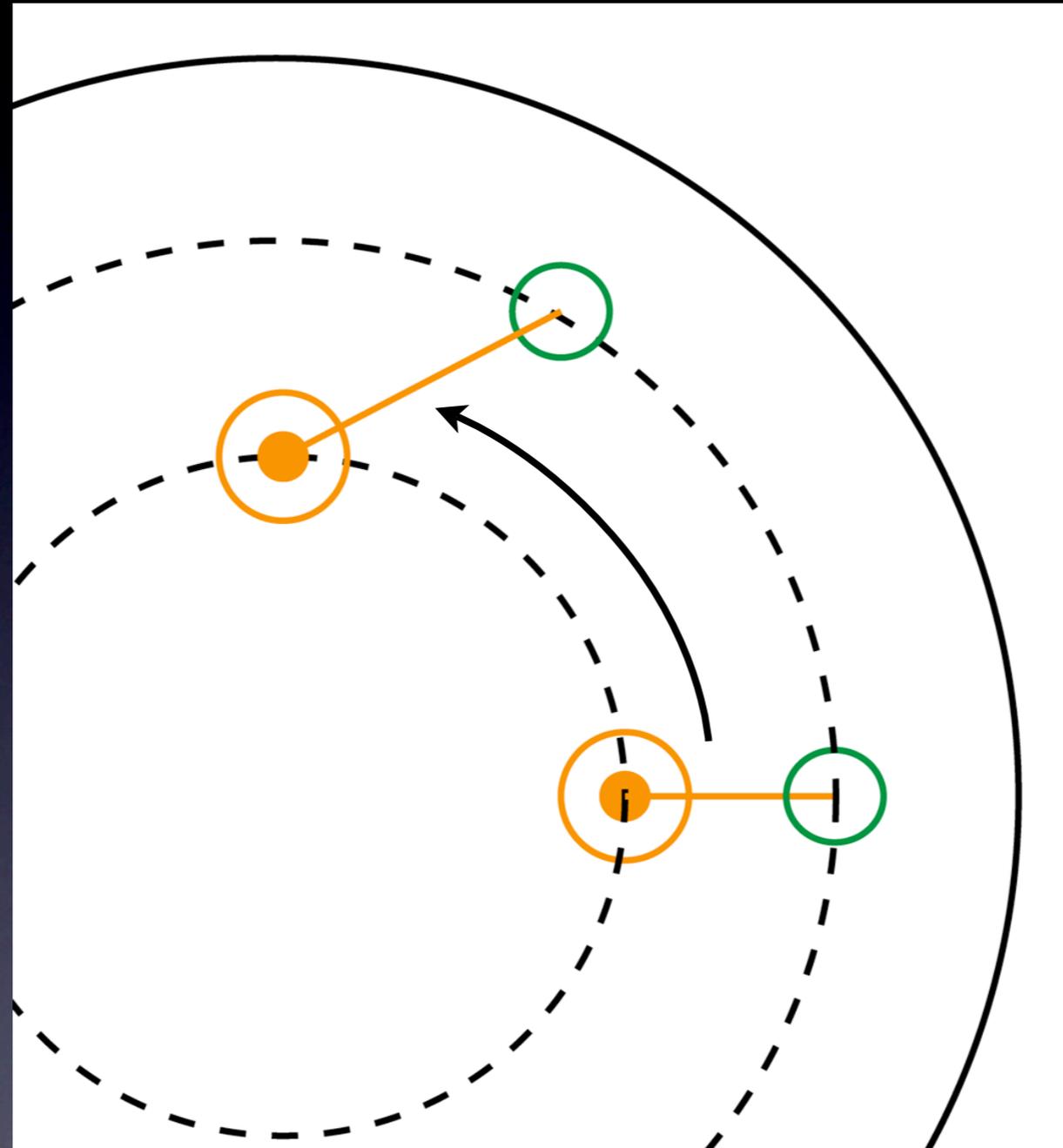


MRI (Magneto-Rotational Instability)



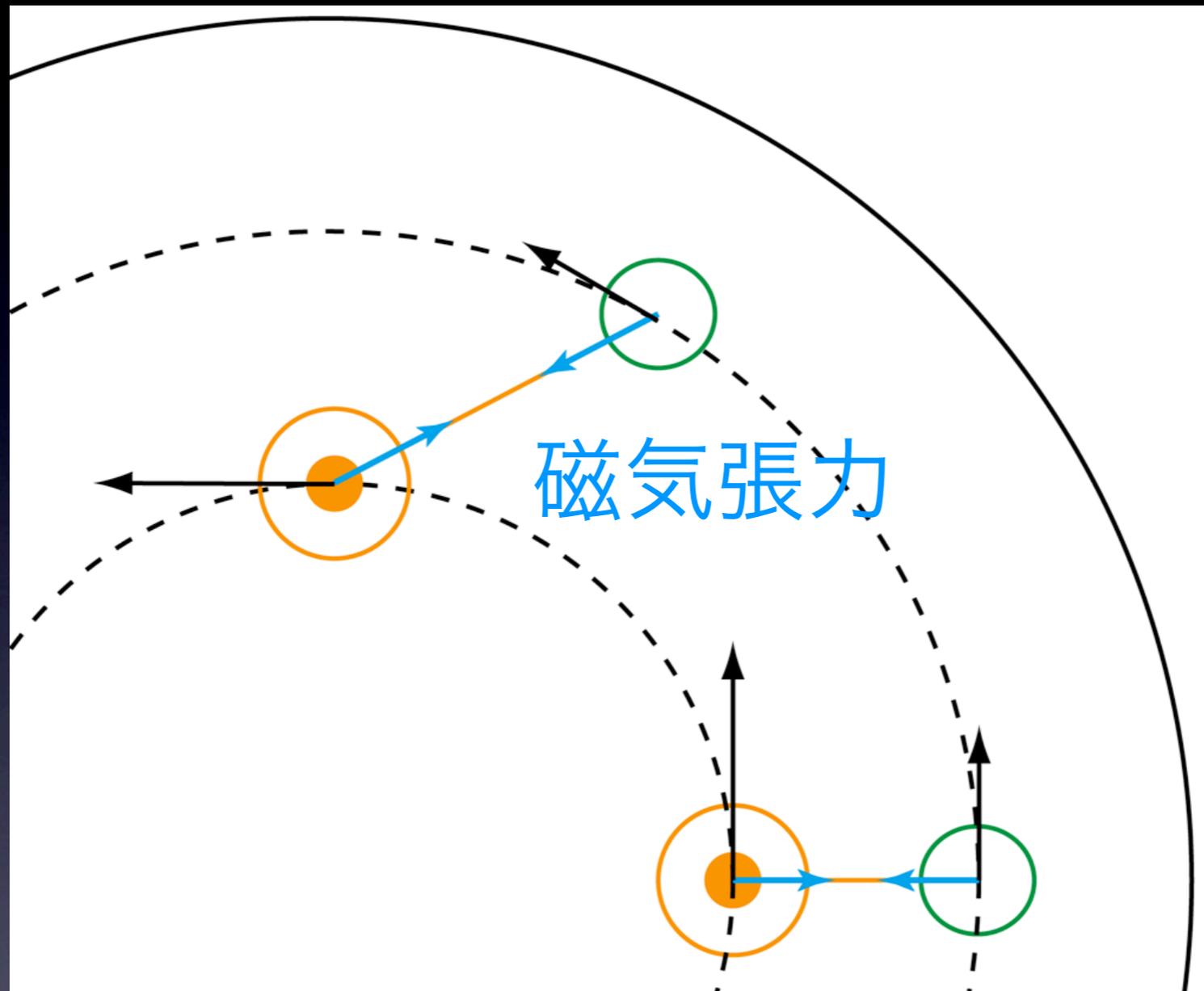
- 差動回転(e.g. Kepler回転)しているガス円盤を考える。
- 流体要素を平衡点から角運動量を保存しながら外側に少しずつらす。

MRI (Magneto-Rotational Instability)



- 外側に移動した流体要素は遅く回転するため、**磁力線が伸びる。**

MRI (Magneto-Rotational Instability)



- 回転方向の磁気張力が生じ、流体要素は加速。遠心力が重力を上回り、さらに外側へ(角運動量が外側に輸送されている)。

MRI examples

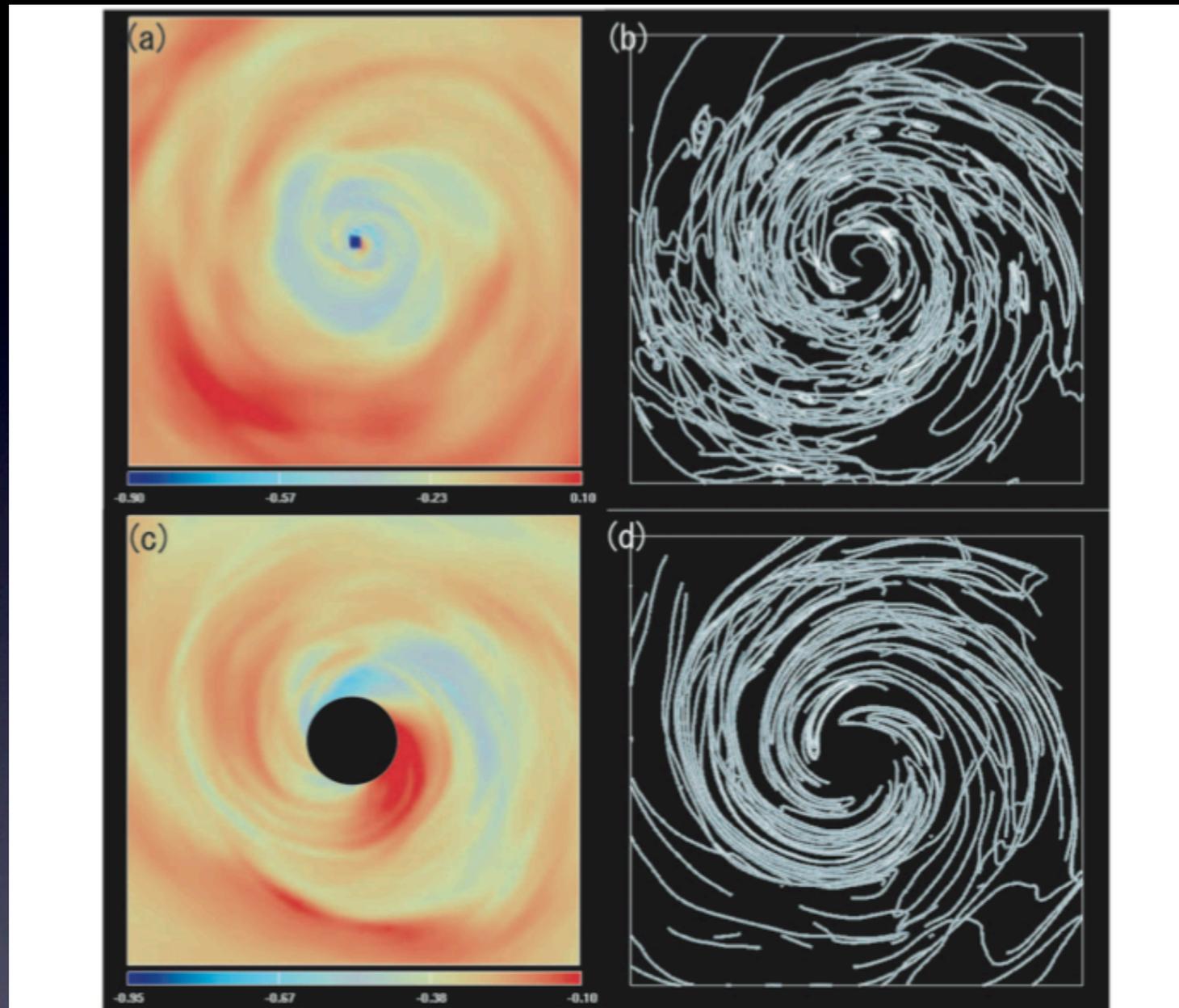
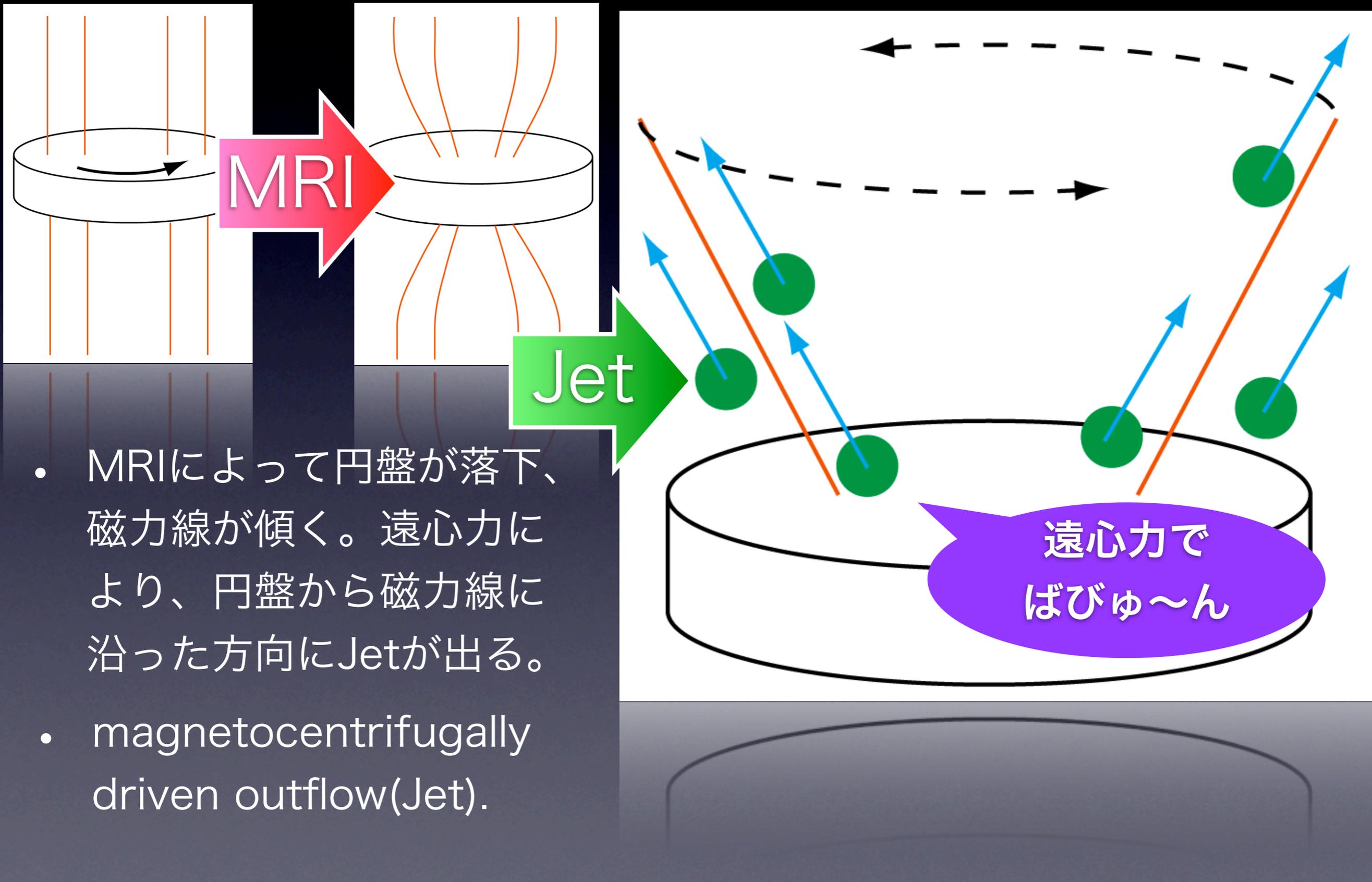


FIG. 3.—Equatorial density distribution (*color scale*) and magnetic field lines projected onto the equatorial plane (*gray curves*) at $t = 30, 590$. (*a, b*) Global structure inside $60r_g$. (*c, d*) Inner region inside $10r_g$. The color scale of logarithmic density $\log \rho$ is shown at the bottom of each panel.

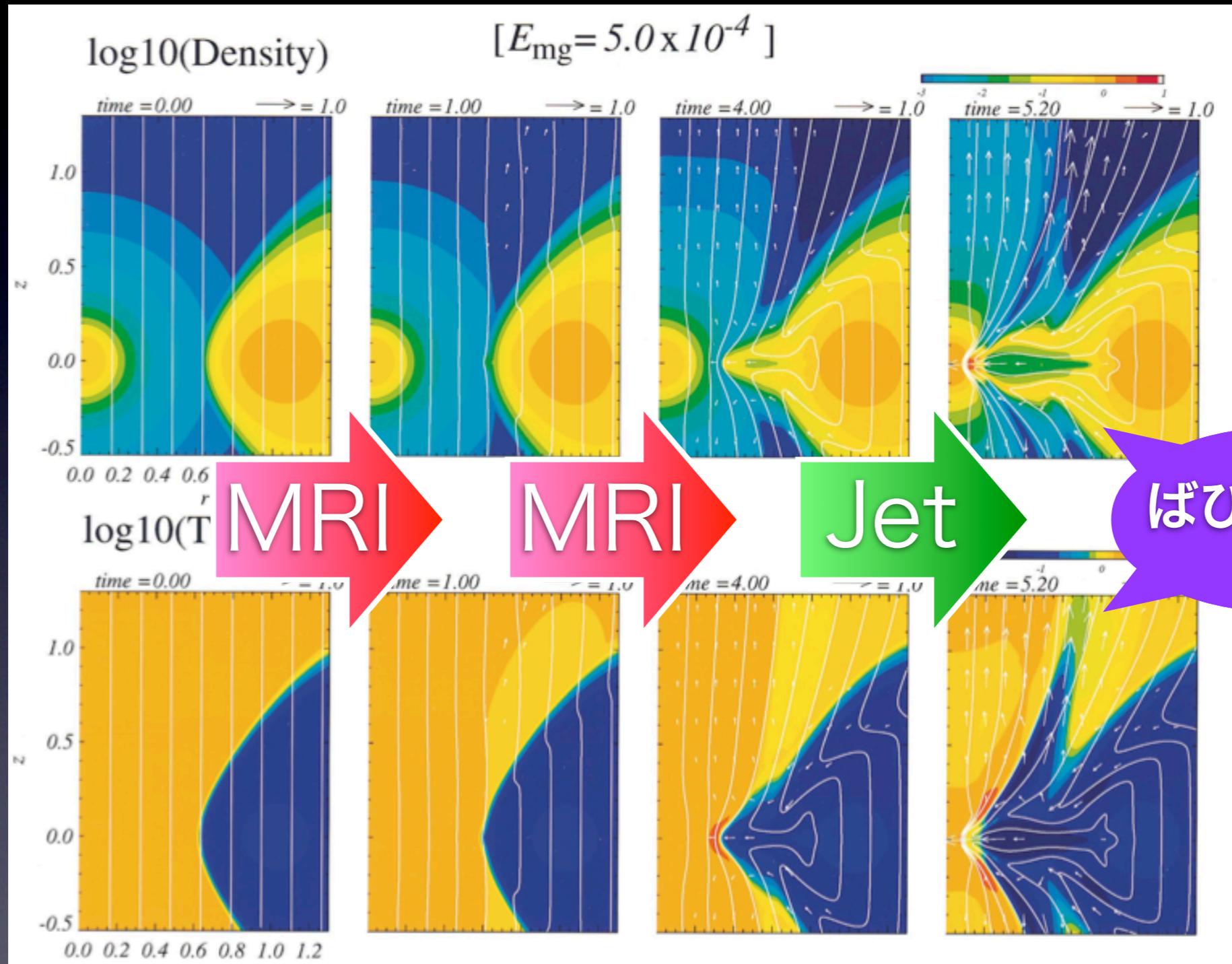
- accretion disk (Machida & Matsumoto, 2003)

MRI (& Jet) examples

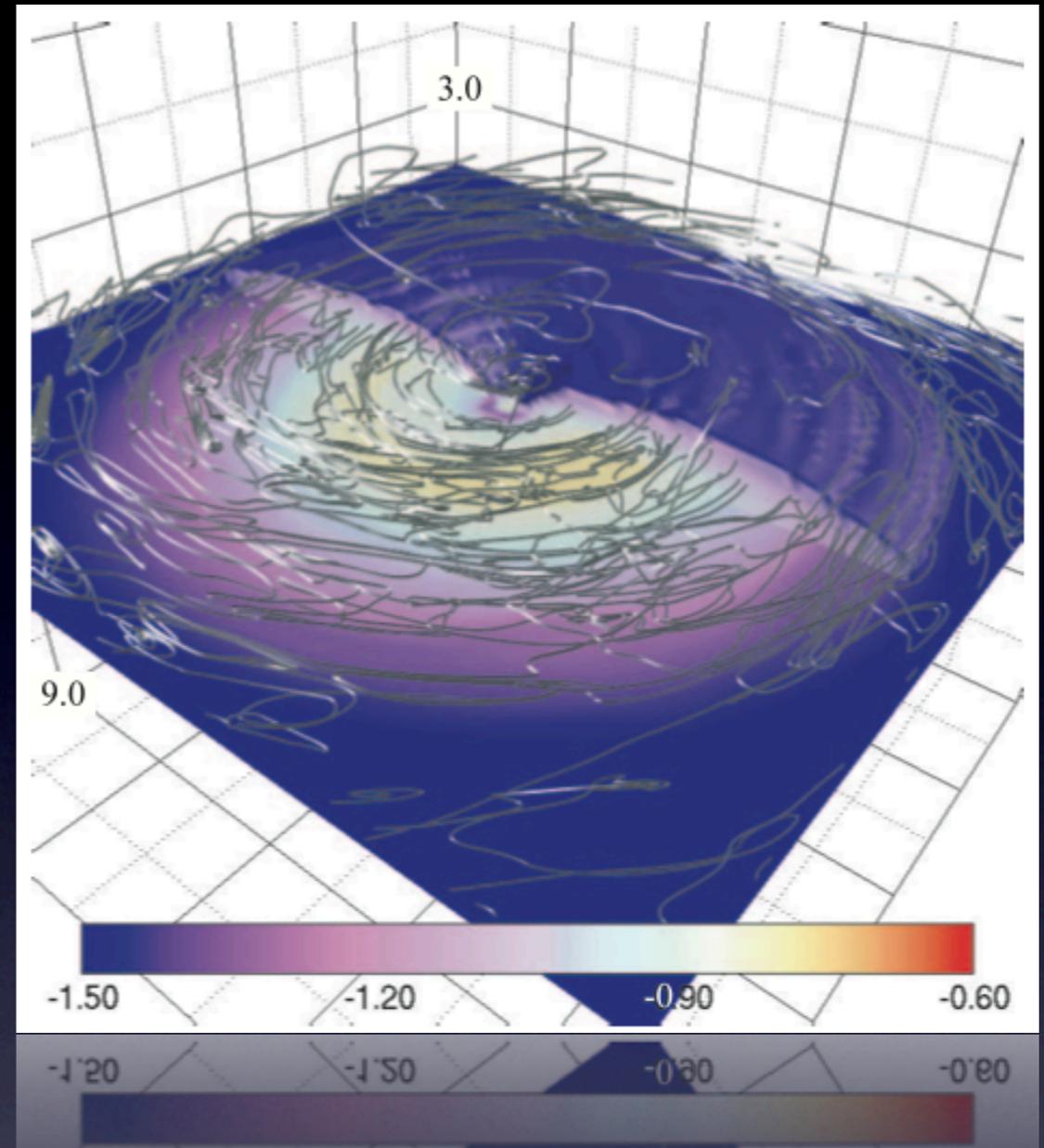
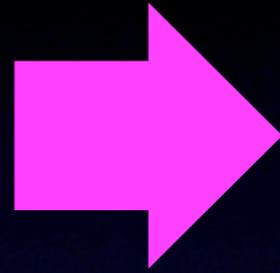
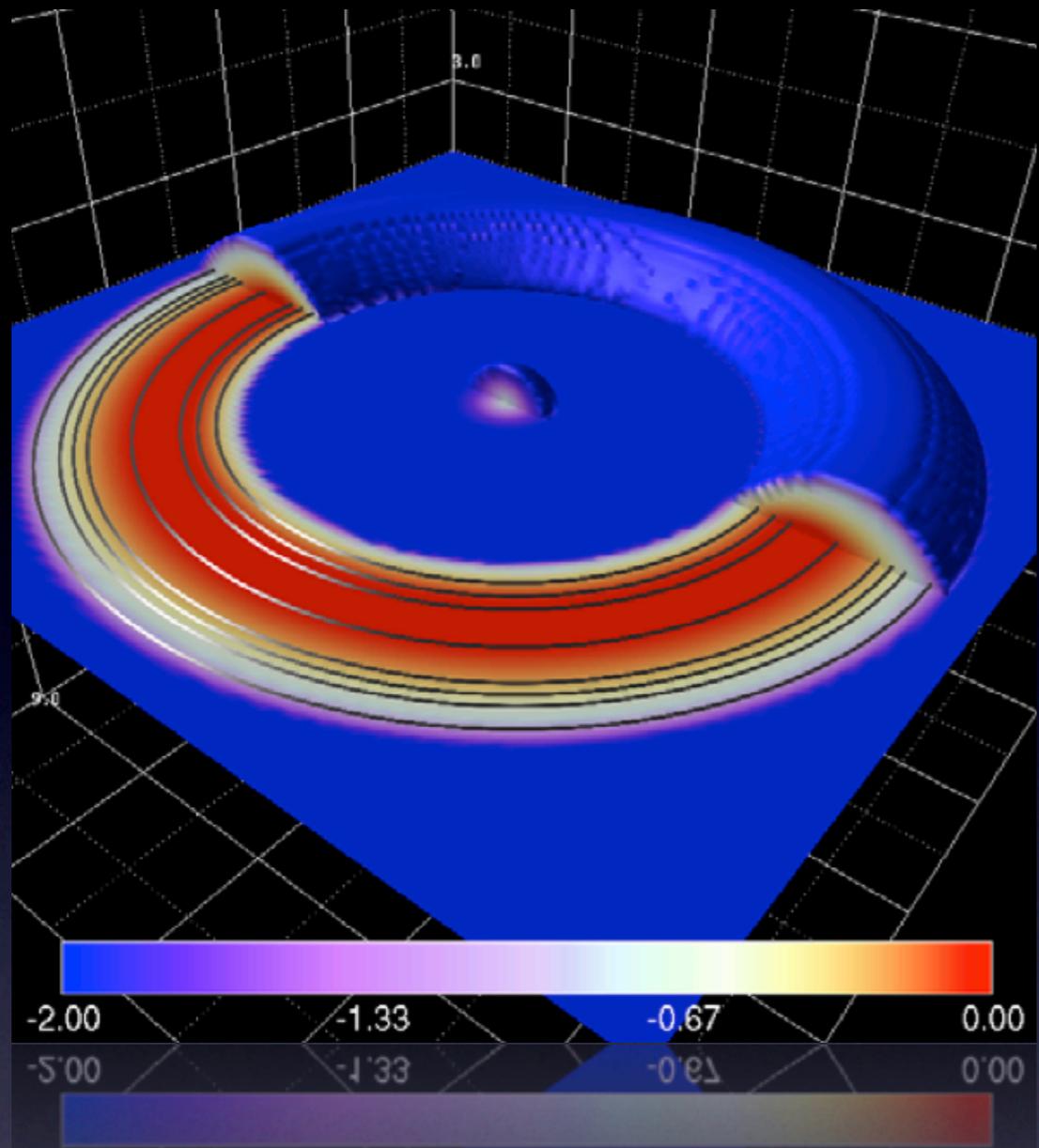


- MRIによって円盤が落下、磁力線が傾く。遠心力により、円盤から磁力線に沿った方向にJetが出る。
- magnetocentrifugally driven outflow(Jet).

MRI (& Jet) examples



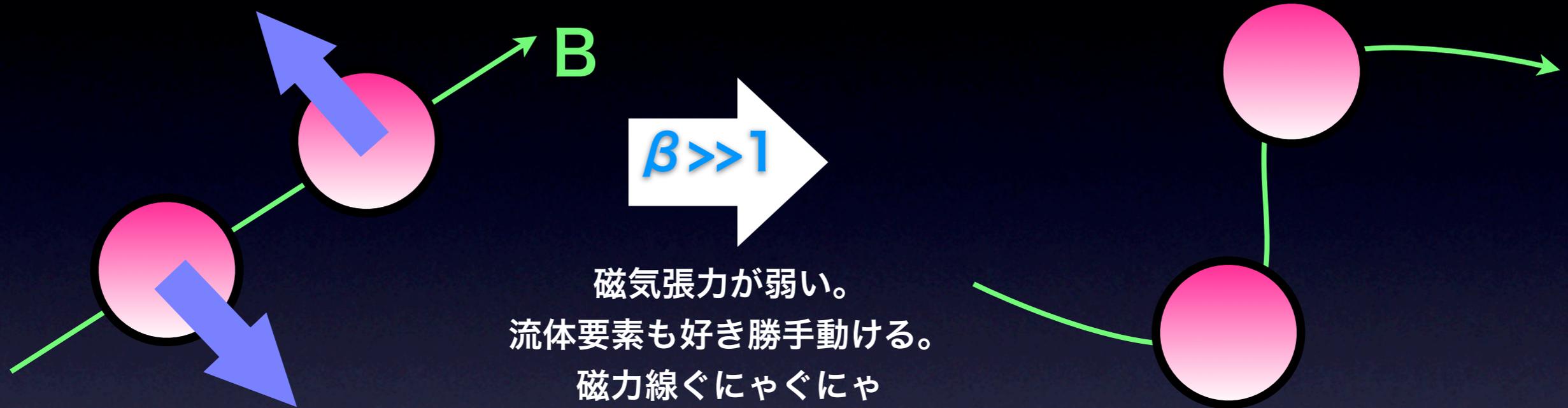
- jet(Kudoh et al. 1998)



- 磁場がMRIで強められた後に ParkerInstability によってdiskの上へ磁場が逃げている。

2つのことから言えること

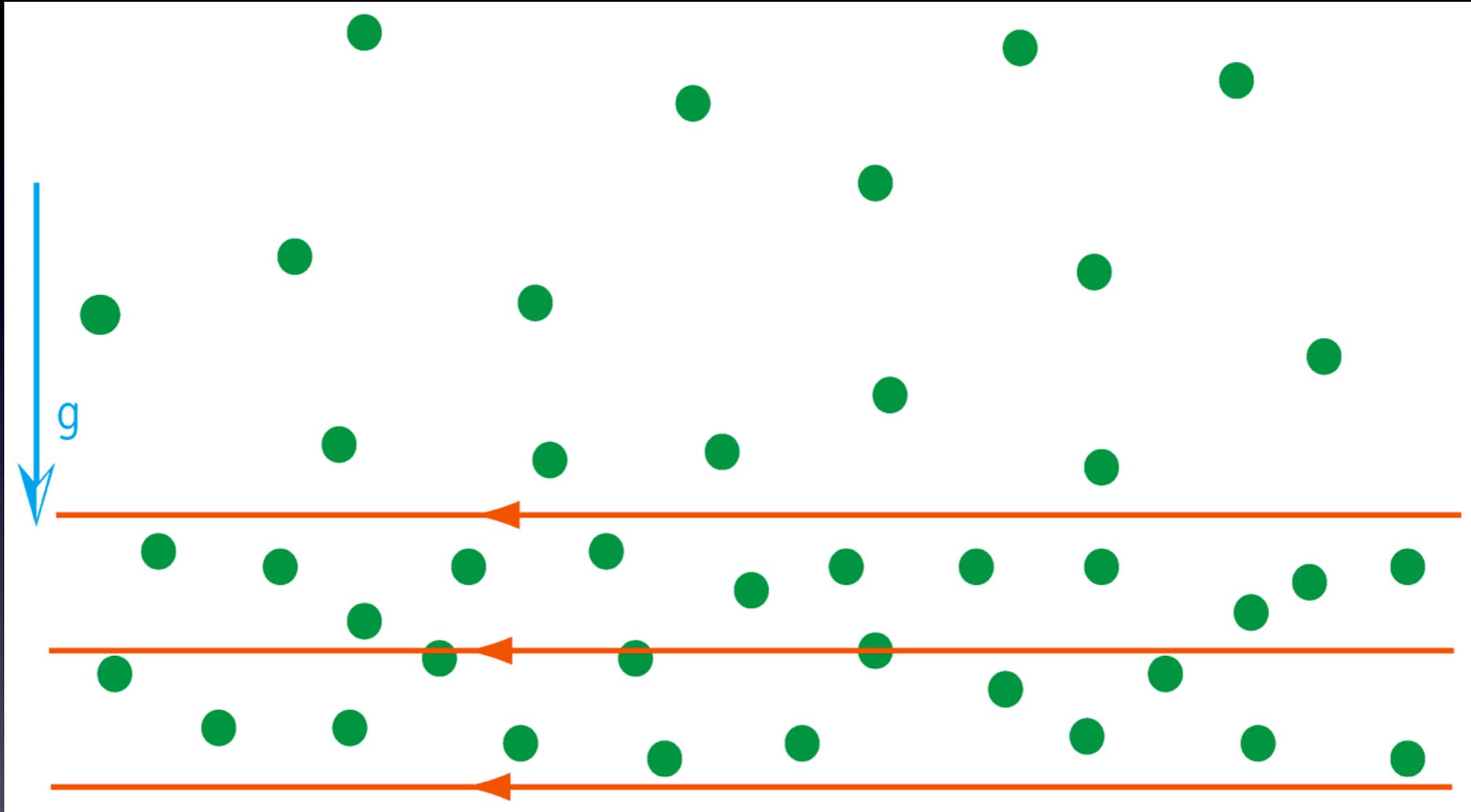
- 磁場が弱いとき . . . • 流体の運動が磁場を支配。



- 磁場が強いとき . . . • 磁場が流体の運動を支配。

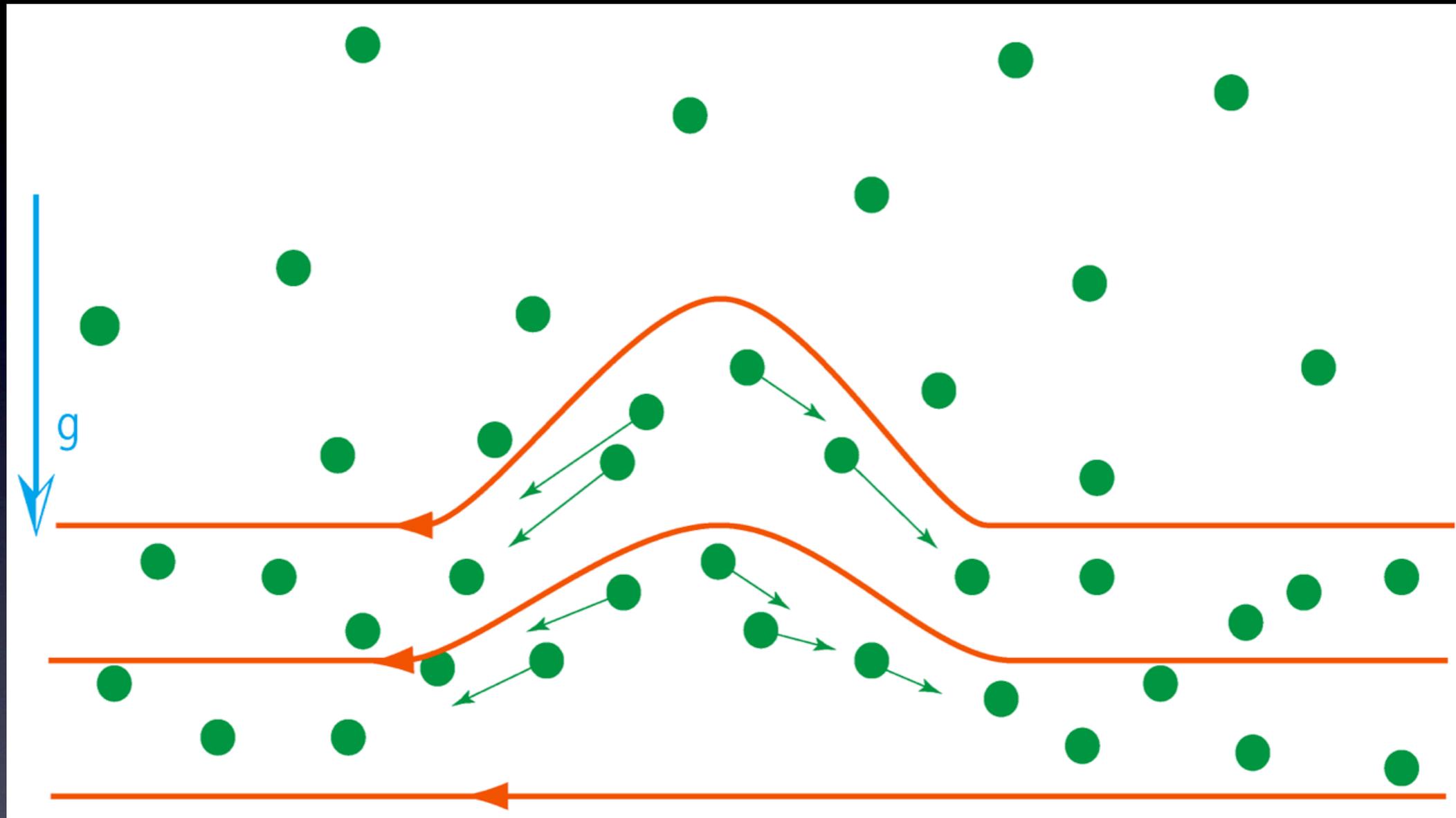


Parker Instability



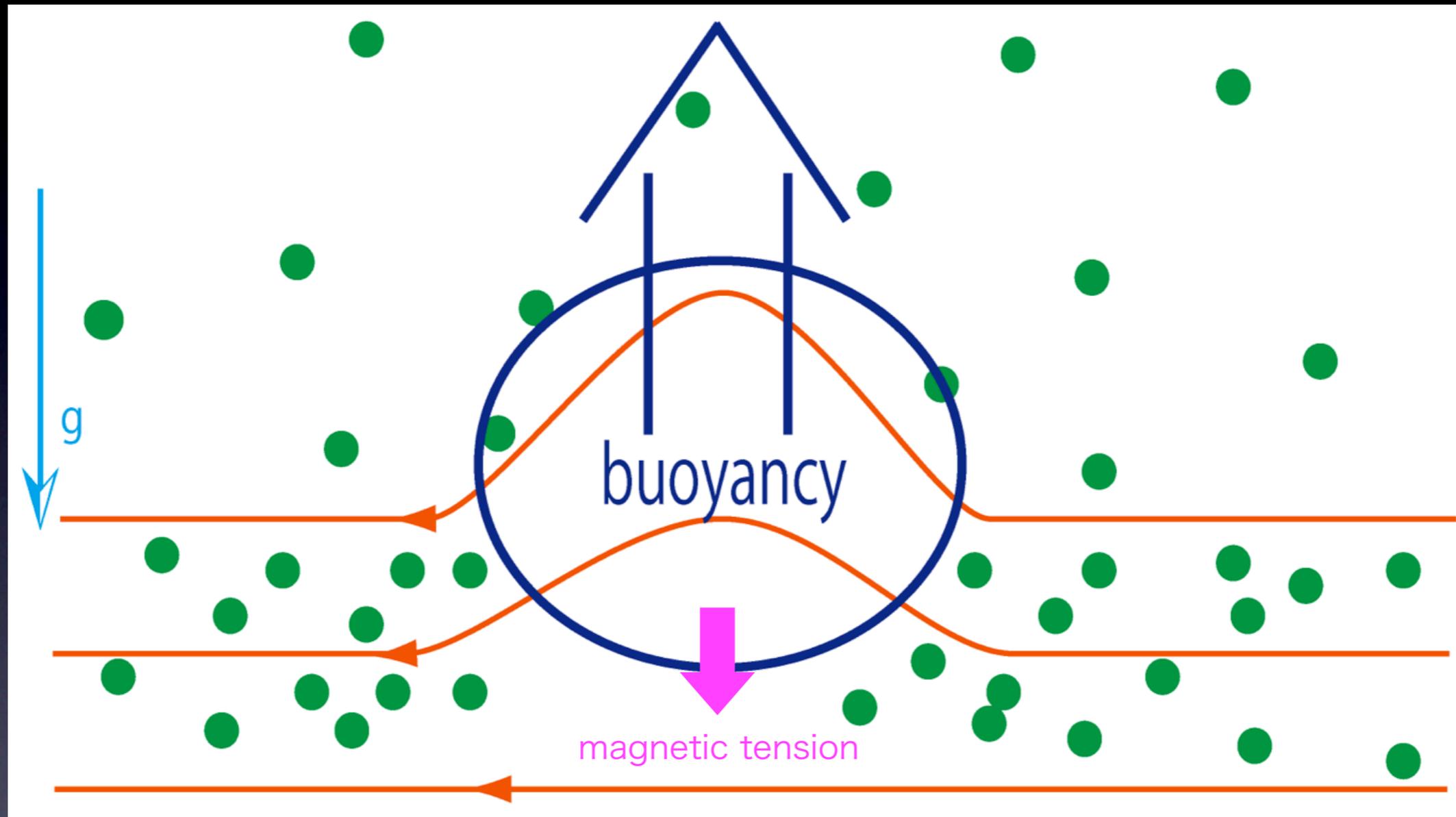
- 鉛直下向きに重力、系は最初平衡状態にある(重力とガス圧勾配&磁気圧勾配がつり合っている。)

Parker Instability



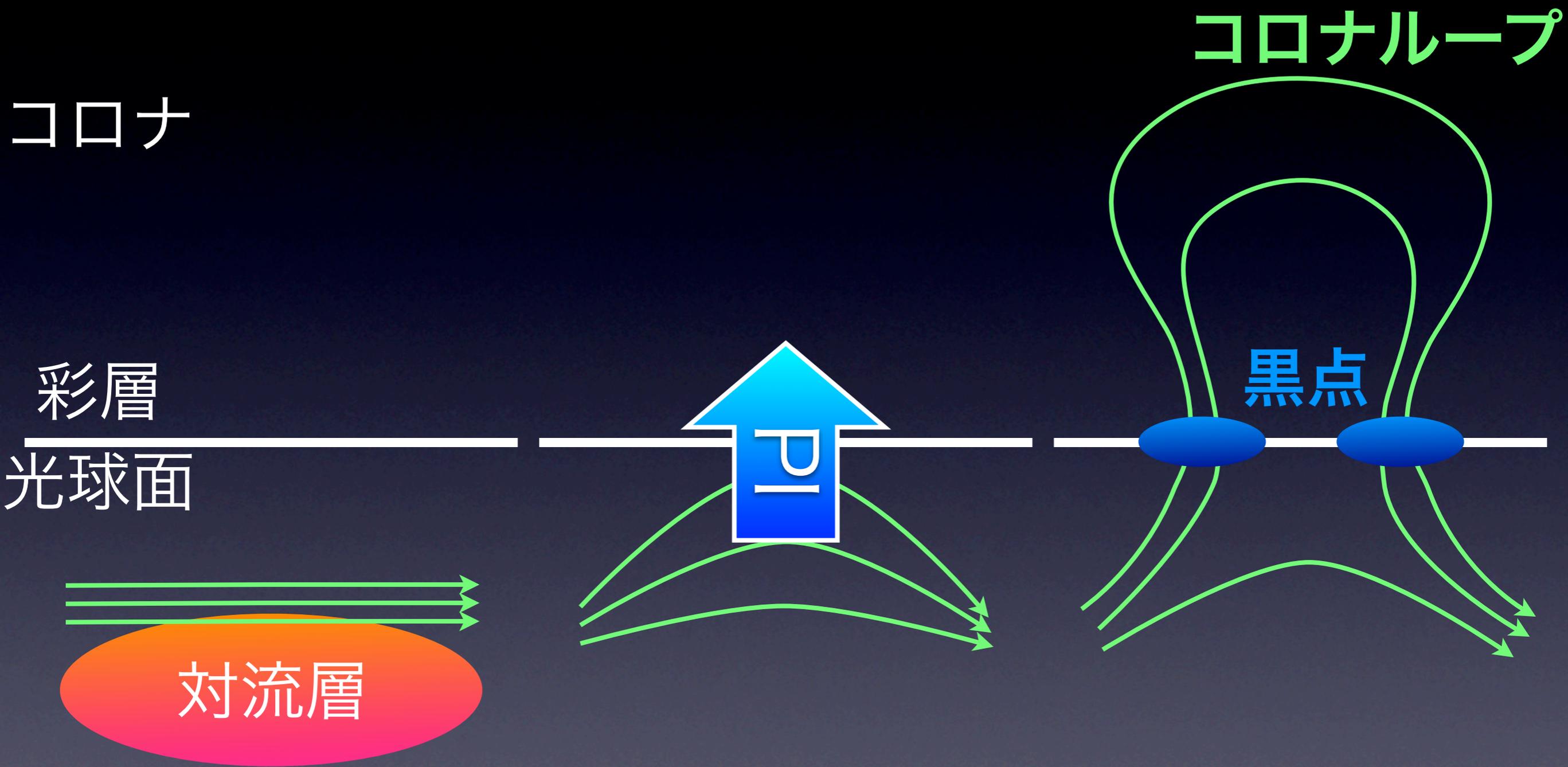
- 摂動が加わり、磁力線の一部が持ち上がる。
- ある程度磁場が強いときには流体は磁力線にそってずり落ちる。

Parker Instability



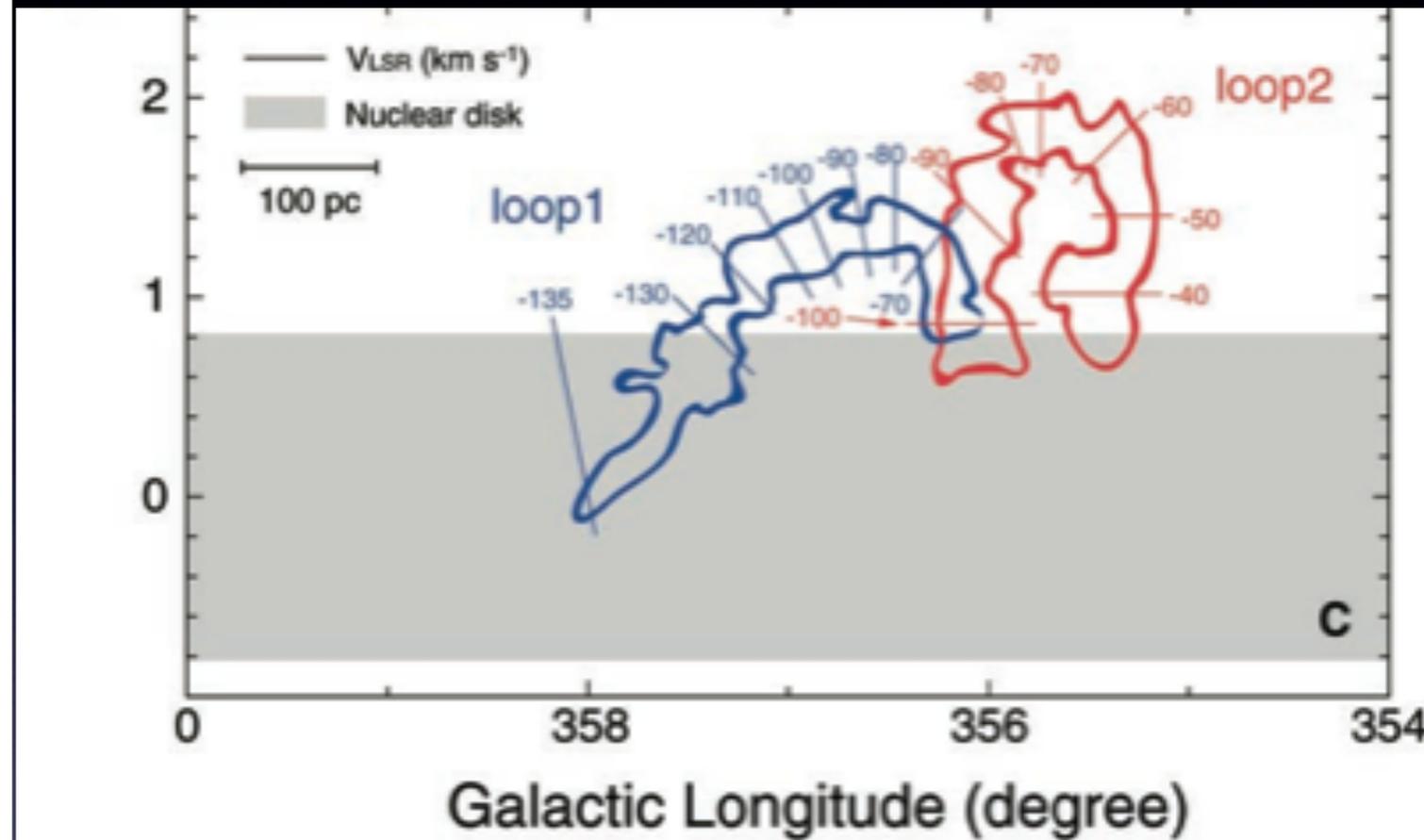
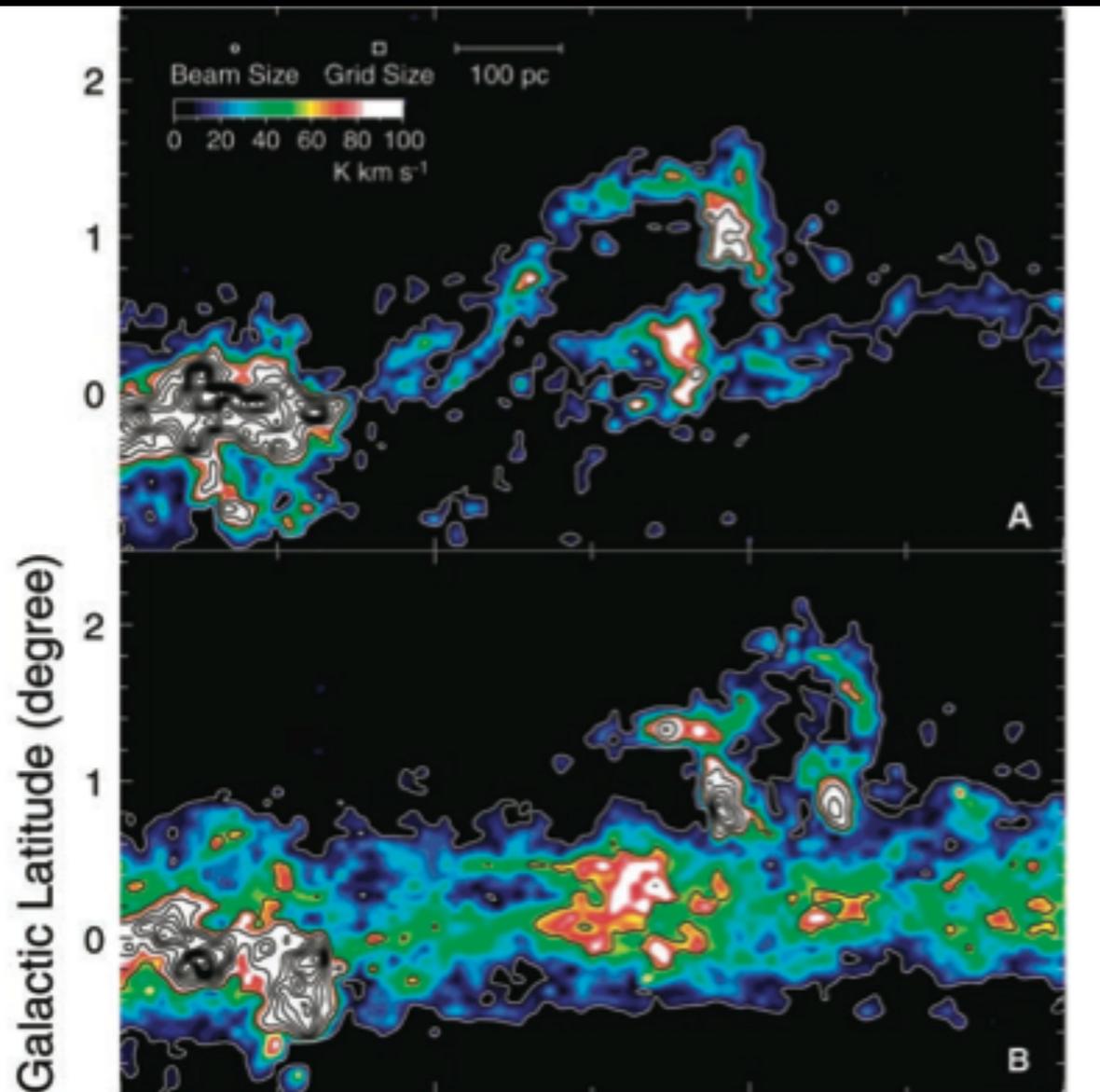
- 周囲よりも密度が薄くなり、持ち上がった部分には浮力がはたらくようになる。
- 浮力>磁気張力のとき、さらに上昇を続ける。

PI examples

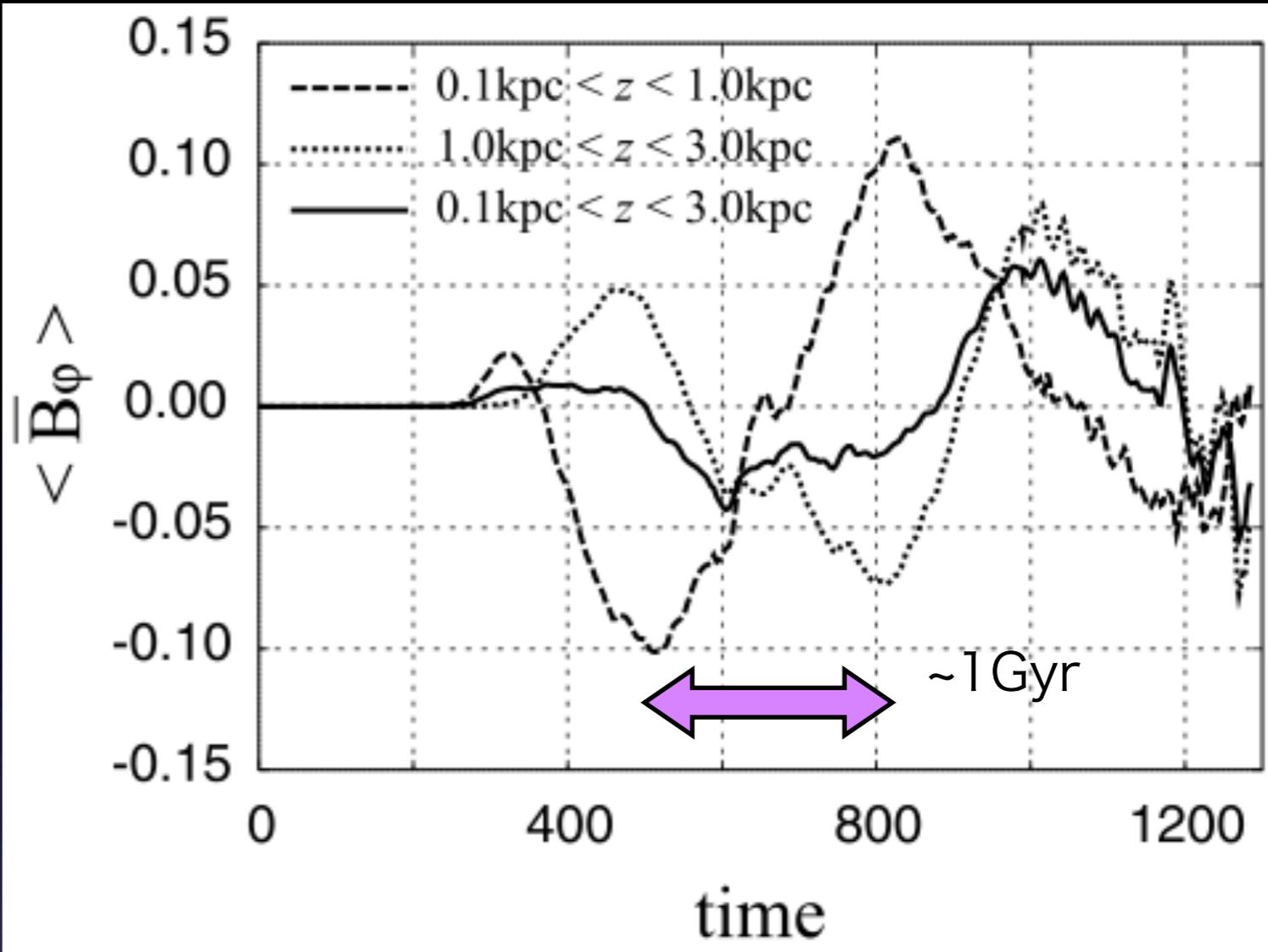
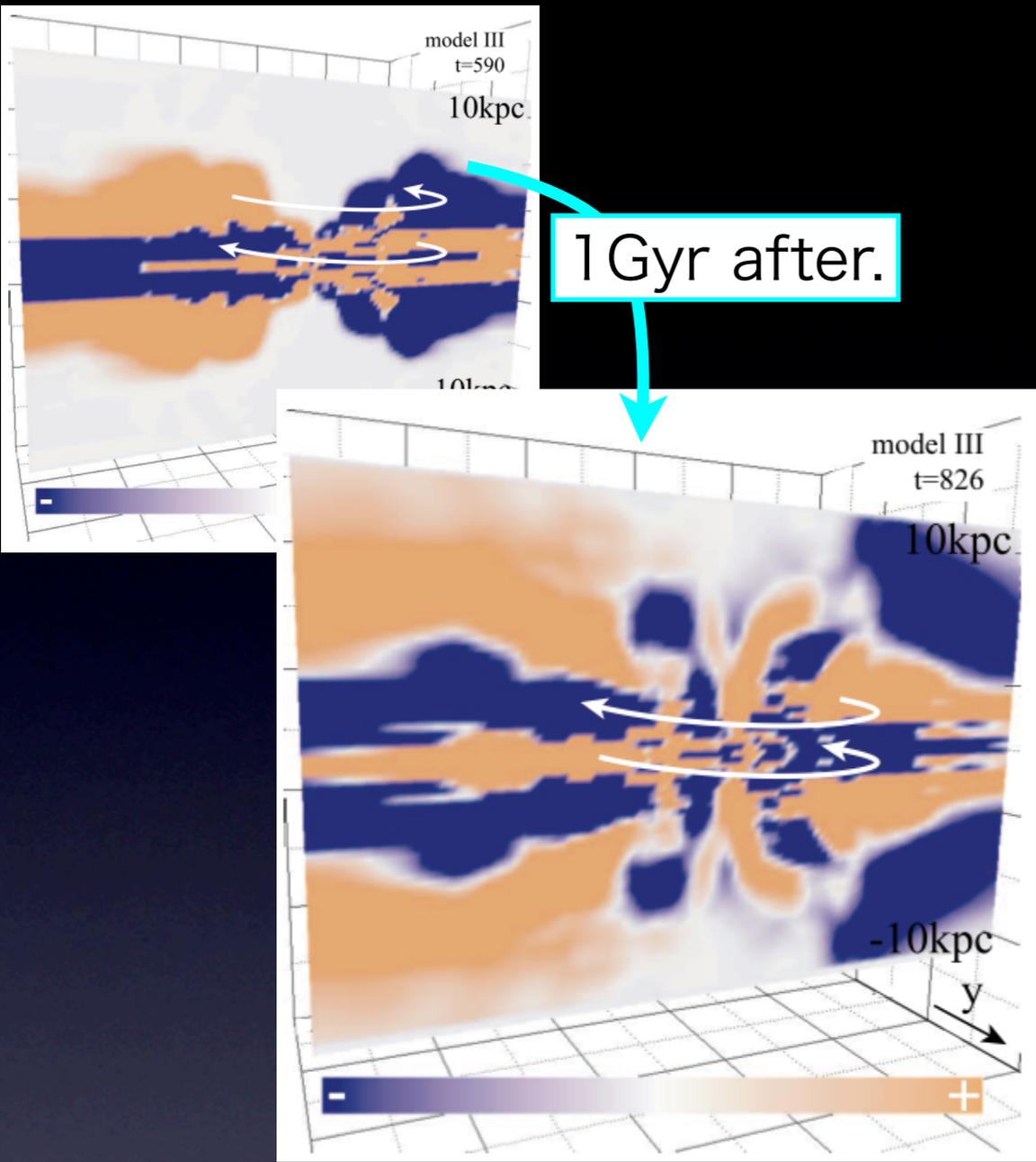


- 磁束管浮上と黒点形成、シリーズ現代の天文学10 太陽 より

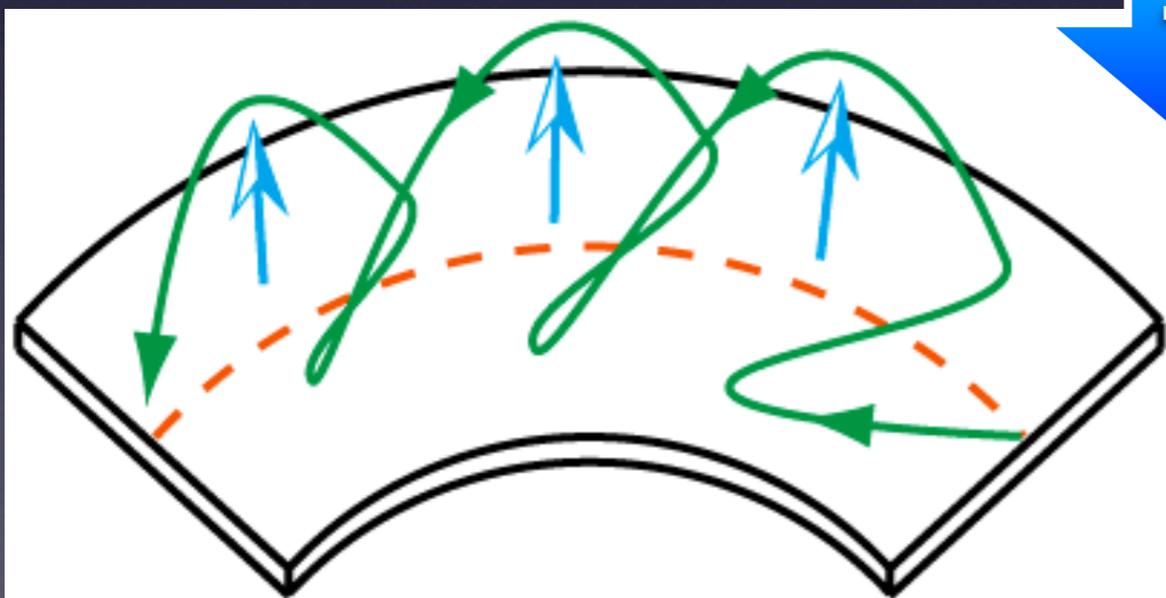
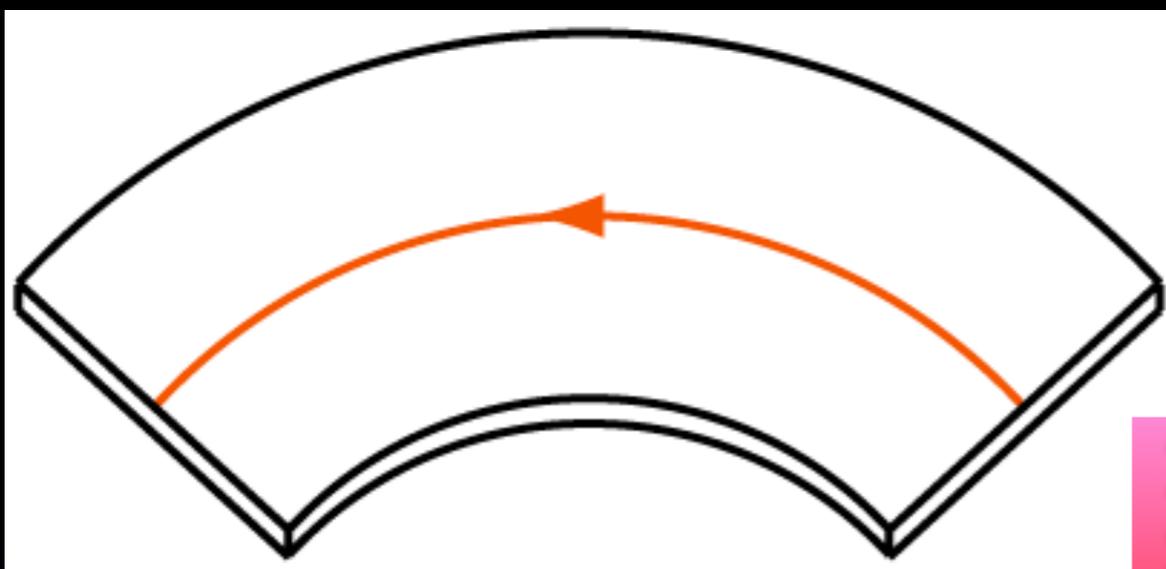
PI examples



- molecular loop @ galactic center. Fukui et al. (2006)

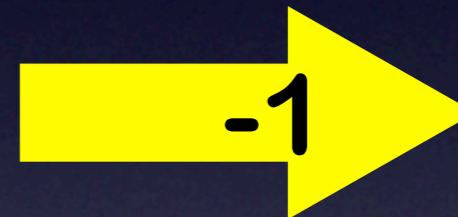
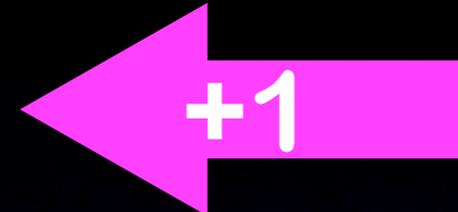


- 磁場がdiskからcoronaへと上昇していく様子と磁場の角度方向成分の時間変化を表した図。
- diskとcoronaで磁場の角度方向の成分が反転している。

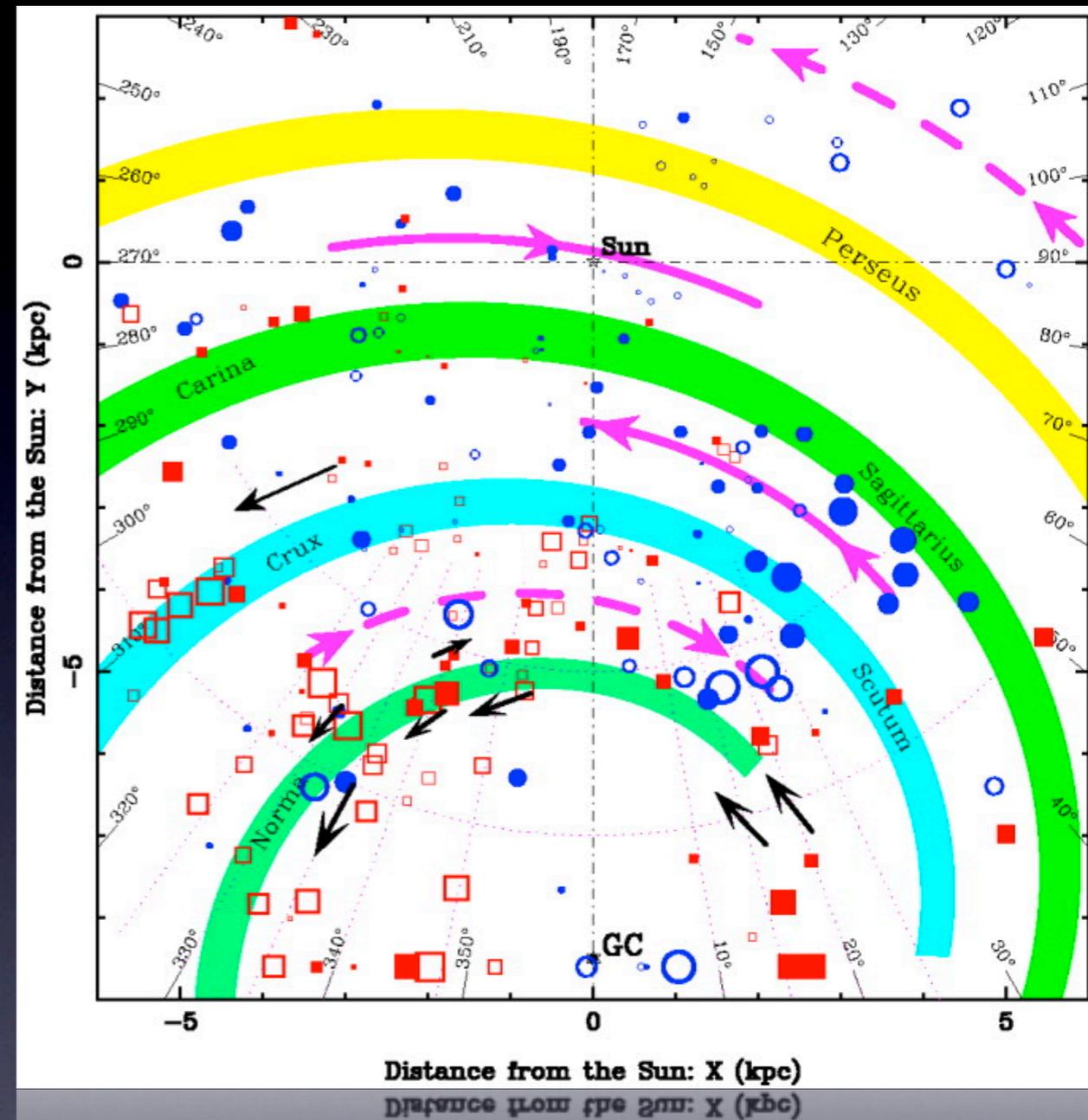
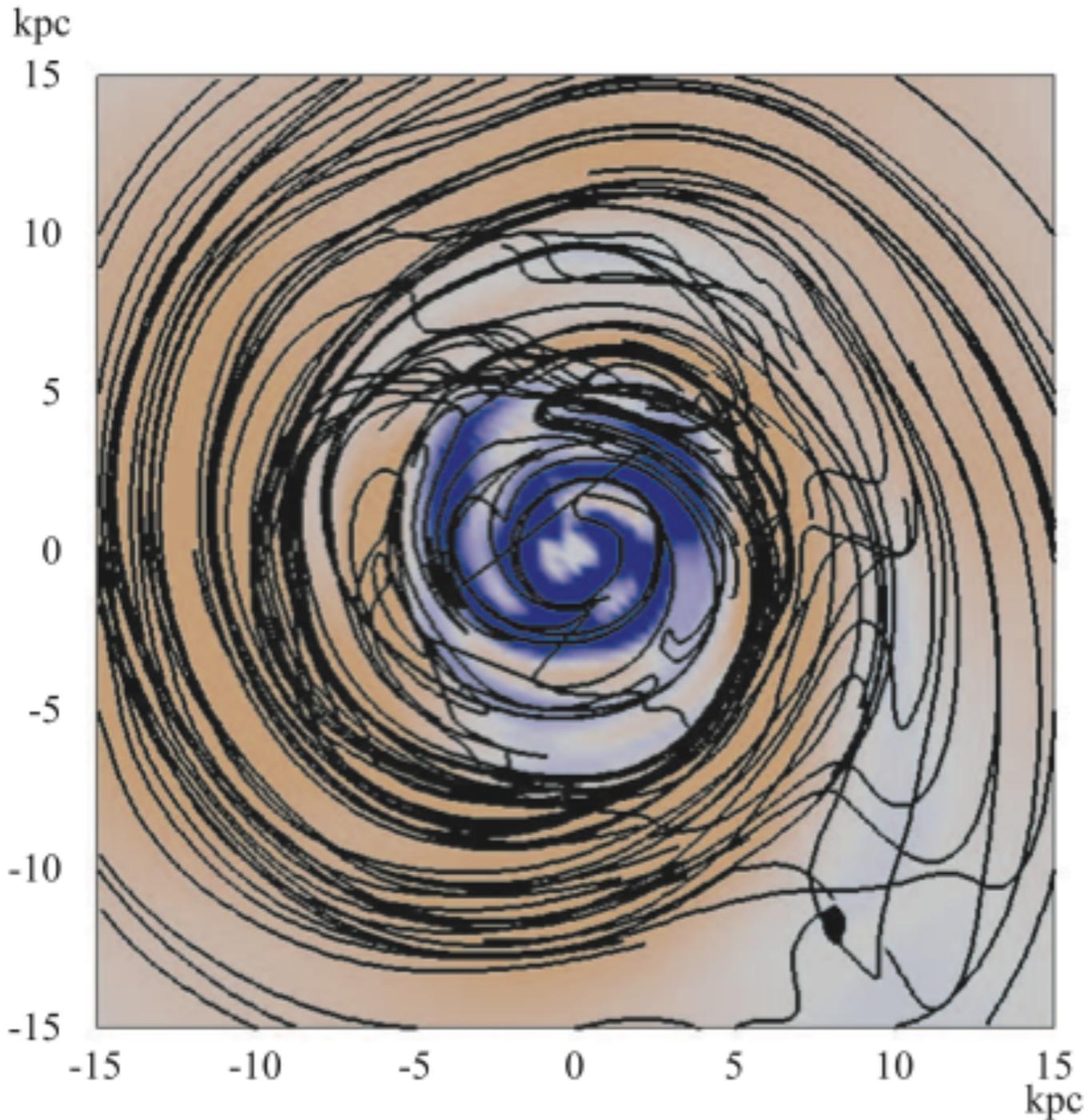


MRI

PI



- MRI(MagnetoRotationalInstability)とPI(ParkerInstability)のコラボによる磁場の増幅と反転。



• Han et al. 2002

- 半径5kpcで平均磁場の方向が逆転($t=3.8\text{Gyr}$)、観測と一致。

Summary and discussion

- 銀河のガス円盤の3D MHD Simulationの結果、磁場の増幅と反転が起こることがわかった。
- MRIが成長し、磁場のエネルギーが増幅され、2Gyr以上維持されている。しかし、プラズマ β は観測から得られる結果よりも大きくなった。
- 星間空間の時間変化・超新星爆発・宇宙線・**非軸対称なspiral potential**等が磁場の増幅に寄与している？

● End.