“Galactic potential constraints from clustering in action space of combined stellar stream data”

Reino et al. 2020 arXiv:2007.00356

GAゼミ@20200709 林航平

【アブスト】

銀河系の恒星ストリーム(GD-1, Pal5, Orphan, Helmi)の６次元位相空間情報を用いて、作用変数空間でのクラスタリングから銀河系ハローの力学質量に制限を与えた。これら４つのストリームの同時フィッティングを行ったところ、ハロー質量が$M(<20\ \mathrm{kpc}) = 3.12^{+5.69}_{-1.07} \times 10^{11} M_\odot$となり先行研究とコンシステントな結果となった。ハローのポテンシャルはStackel modelを用いており、single/double component haloを仮定しているが、どちらの場合でもハロー質量に大きな差はなかった。

【ゴール】

銀河系ハロー質量への制限

【オリジナリティ】

恒星ストリームの６次元位相空間情報を用いて、作用空間からハロー質量に制限を与えた。

【ロジック】

・軸対称Stackel ポテンシャル

運動方程式が変数分離できる。第３積分を解析的な形で書ける。

2 component halo modelでのStackelポテンシャル：

$$V(\lambda_{\mathrm{outer}}, \nu_{\mathrm{outer}}, q) = -GM_{\mathrm{tot}} \left[\frac{1-k}{\sqrt{\lambda_{\mathrm{outer}}} + \sqrt{\nu_{\mathrm{outer}}}} + \frac{k}{\sqrt{\lambda_{\mathrm{outer}} - q} + \sqrt{\nu_{\mathrm{outer}} - q}} \right]$$

$$\lambda_{\mathrm{outer}} - \lambda_{\mathrm{inner}} = \nu_{\mathrm{outer}} - \nu_{\mathrm{inner}} = q, \quad a^2_{\mathrm{outer}} - a^2_{\mathrm{inner}} = c^2_{\mathrm{outer}} - c^2_{\mathrm{inner}} = q$$

(λ, ν)：楕円座標系、(a, c)：赤道面、子午面に沿ったスケール長、$e \equiv a/c$.

作用変数 $J_i = \frac{1}{2\pi} \oint p_i dq_i \ (q_1 = \lambda, q_2 = \nu, q_3 = \phi)$、パラメータ：$(a_{\mathrm{outer}}, e_{\mathrm{outer}}, a_{\mathrm{inner}}, M_{\mathrm{tot}}, k)$

・フィッティング

ストリームの星の６次元情報からパラメータセット毎の作用変数Jを計算し、J空間上でクラスタリングするパラメータセットを探す。手法として２つの分布のズレを指標とする統計量(KLD)を用いる(裏面)。重力ポテンシャルに効いてくるのは細くて力学的に冷たいストリームなので、星数が少ないストリームに重みをつける。

・データ

GD-1, Pal5, Orphan, Helmi、データ数は表１。membership不定性は考慮しない。

・図1, 表１：4streams combined fitの結果。 M(<20 kpc) vs スケール長。左がsingle、右がdouble component。具体的な数値は表１。**力学質量がポテンシャルの仮定に依らず$M(<20\ \mathrm{kpc}) \sim 10^{11.7} M_\odot$。ただし細いストリームであるGD-1とPal5で決まってしまう。**

・図2：力学質量を先行研究と比較した図。黒点が個々のストリーム結果で網掛け部分がcombinedの結果。先行研究と一致しているが、より大きな力学質量も取りうる。

【コメント】

この手法でより強い制限を与えるには、様々な距離にある細いストリームのデータが必要。WEAVE, 4MOSTなどの分光観測とGaiaDR3に期待。

表１

Streams	N$_*$	$M(<20\ \mathrm{kpc}) \times 10^{11}\ [M_\odot]$	a_{outer} [kpc]	e_{outer}	a_{inner}[kpc]	$M_{\mathrm{tot}} \times 10^{12}\ [M_\odot]$	k
GD-1	69	$5.64^{+0.75}_{-3.03}$	$16.46^{+46.64}_{-11.44}$	$1.00^{+1.00}_{-0.00}$	$4.69^{+0.32}_{-3.69}$	$3.16^{+0.00}_{-2.76}$	$0.01^{+0.29}_{-0.00}$
Helmi	401	$7.93^{+7.55}_{-6.66}$	$12.07^{+51.03}_{-7.06}$	$1.00^{+1.00}_{-0.00}$	$3.49^{+1.52}_{-2.49}$	$2.80^{+0.36}_{-2.49}$	$0.02^{+0.28}_{-0.01}$
Pal 5	136	$2.01^{+1.29}_{-1.50}$	$27.59^{+35.50}_{-20.02}$	$1.01^{+0.17}_{-0.01}$	$5.01^{+0.00}_{-4.01}$	$2.80^{+0.36}_{-2.22}$	$0.01^{+0.29}_{-0.00}$
Orphan	117	$1.91^{+16.02}_{-1.51}$	$39.62^{+23.47}_{-34.61}$	$1.00^{+1.00}_{-0.00}$	$1.53^{+3.48}_{-0.53}$	$3.16^{+0.00}_{-2.33}$	$0.04^{+0.26}_{-0.03}$
GD-1/Pal 5 weighted	205	$3.47^{+0.95}_{-1.44}$	$19.22^{+43.88}_{-13.36}$	$1.03^{+0.44}_{-0.03}$	$5.01^{+0.00}_{-4.01}$	$2.48^{+0.68}_{-1.97}$	$0.01^{+0.29}_{-0.00}$
GD-1/Helmi/Orphan/Pal 5 weighted	723	$3.12^{+5.69}_{-1.07}$	$59.92^{+3.18}_{-54.91}$	$1.00^{+0.71}_{-0.00}$	$2.87^{+2.14}_{-1.87}$	$3.16^{+0.00}_{-2.33}$	$0.12^{+0.18}_{-0.11}$

図１

×がベストフィット
オレンジ領域が1σ。

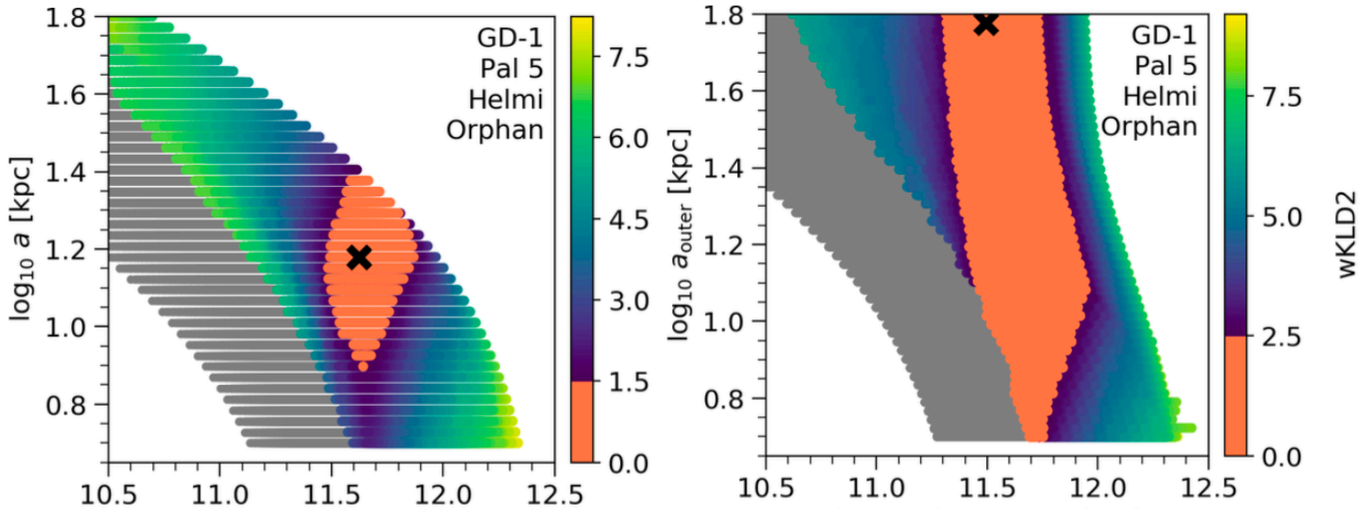
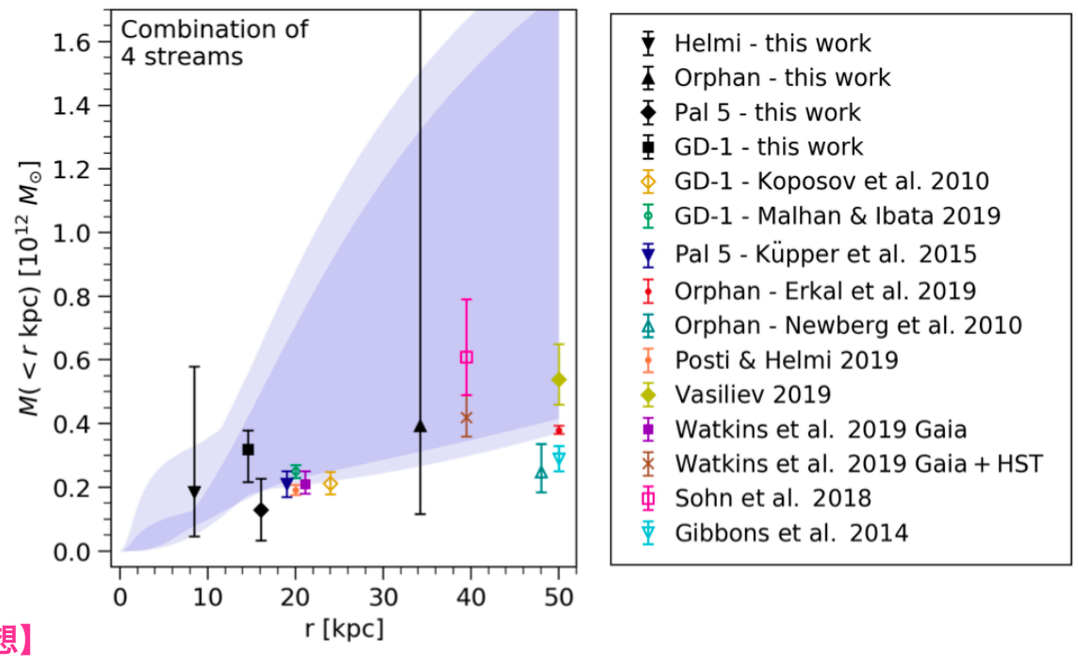


図２



【感想】

- メンバーシップの不定性を考慮するとどうなるか。
- フィッティングに対する星データの特徴(ストリームの端の方がポテンシャルを制限しやすいなど)はあるのだろうか。

Kullback-Leibler divergence (KLD)

$$\mathrm{KLD}(p||q) = \int p(\mathbf{x}) \log \frac{p(\mathbf{x})}{q(\mathbf{x})} d\mathbf{x}$$

・離散化した変数ではモンテカルロ積分表記

$$\mathrm{KLD}(p \mid\mid q) \approx \frac{1}{N} \sum_i^N \log \frac{p(\boldsymbol{x}_i)}{q(\boldsymbol{x}_i)}, \quad \text{if } q(\boldsymbol{x}_i) \neq 0 \ \forall i$$

・p, qがlikelihoodだとするとベイズの定理から事後分布の比になる

$$\begin{aligned} \mathrm{KLD}(p \mid\mid q) &= \frac{1}{N} \sum_i^N \log \frac{p(\boldsymbol{x}_i \mid \boldsymbol{\theta})}{q(\boldsymbol{x}_i \mid \boldsymbol{\theta})} \\ &= \frac{1}{N} \sum_i^N \log \frac{p(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{x}_i)}{q(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{x}_i)} - \log \frac{p(\boldsymbol{\theta})}{q(\boldsymbol{\theta})} \end{aligned}$$

・よって、ベストフィットパラメータθ_0と観測データωが与えれた時の作用変数空間の分布$p(J|\theta_0, \omega)$と、

他のパラメータθ_{trial}と観測データωが与えれた時の作用変数空間の分布$p(J|\theta, \omega)$のKLDは

$$\mathrm{KLD2}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{N} \sum_{\boldsymbol{i}}^N \log \frac{p(\boldsymbol{J} \mid \boldsymbol{\theta}_0, \boldsymbol{\omega})}{p(\boldsymbol{J} \mid \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{trial}}, \boldsymbol{\omega})} \Bigg|_{\boldsymbol{J}=\boldsymbol{J}_0^i}$$

このときパラメータ数に応じた信頼区間が計算できる(Table 1)。

	1σ	2σ	3σ
KLD2	1.5	6	13.5
KLD2	2.5	10	22.5

Table 1. KLD2 values corresponding to 1, 2 and 3 σ confidence intervals: *upper* line: single-component case; *lower* line: two-component case.

・細くて力学的に冷たいストリームに重みをつけるため、j番目のストリームのN_s個の星に対して

$$w_j = \frac{1}{N_s} \times \frac{1}{N_j}, \quad \left(N = \sum_j^{N_s} N_j \right)$$

の重みをつける。これを加えたKLDは以下になる。

$$\mathrm{wKLD2}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_i^N w_i \log \frac{p(\boldsymbol{J} \mid \boldsymbol{\theta}_0, \boldsymbol{\omega})}{p(\boldsymbol{J} \mid \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{trial}}, \boldsymbol{\omega})} \Bigg|_{\boldsymbol{J}=\boldsymbol{J}_0^i}$$