

微視的磁場増幅過程を解像した 超新星衝撃波による宇宙線加速 シミュレーション

Inoue et al. 2021, ApJ, 922, 7

井上剛志（名大 理→甲南大 理工）

共同研究者: Alexandre Marcowith (Montpellier U.),
Gwenael Giacinti (MPI Heidelberg),
西川智隆(名大)

Introduction: 宇宙線加速

1 PeV (10^{15} eV)までの宇宙線(主に陽子)は超新星残骸で加速されると信じられているが...

- ✓ 爆発後数百年の若い超新星残骸(SNR)は $E < 100$ TeVまでしか観測的には加速していない
- ✓ $E \sim 1$ PeV の宇宙線を起源とするガンマ線源は銀河面に分布
→ 対応天体は同定されていないが、PeVatronは銀河のどこかにいる

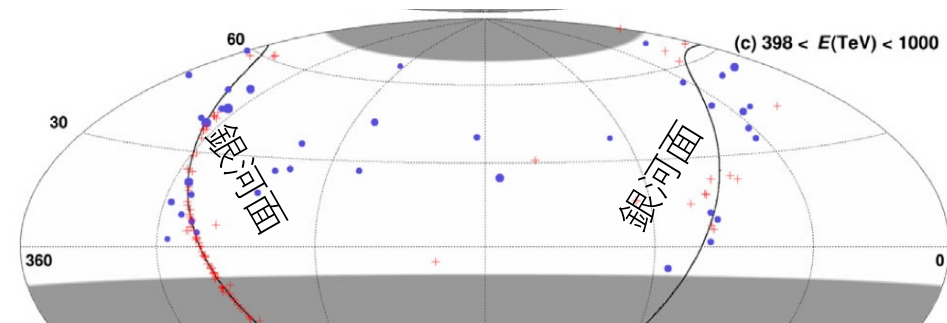
超新星残骸 Cas A



Synchrotron x-rays

$E \sim 1$ PeV 宇宙線を起源とするガンマ線源分布

$$p_{CR} + p_{gas} \rightarrow \pi^0 + \dots \rightarrow 2\gamma + \dots$$



Tibet AS γ collaboration 21

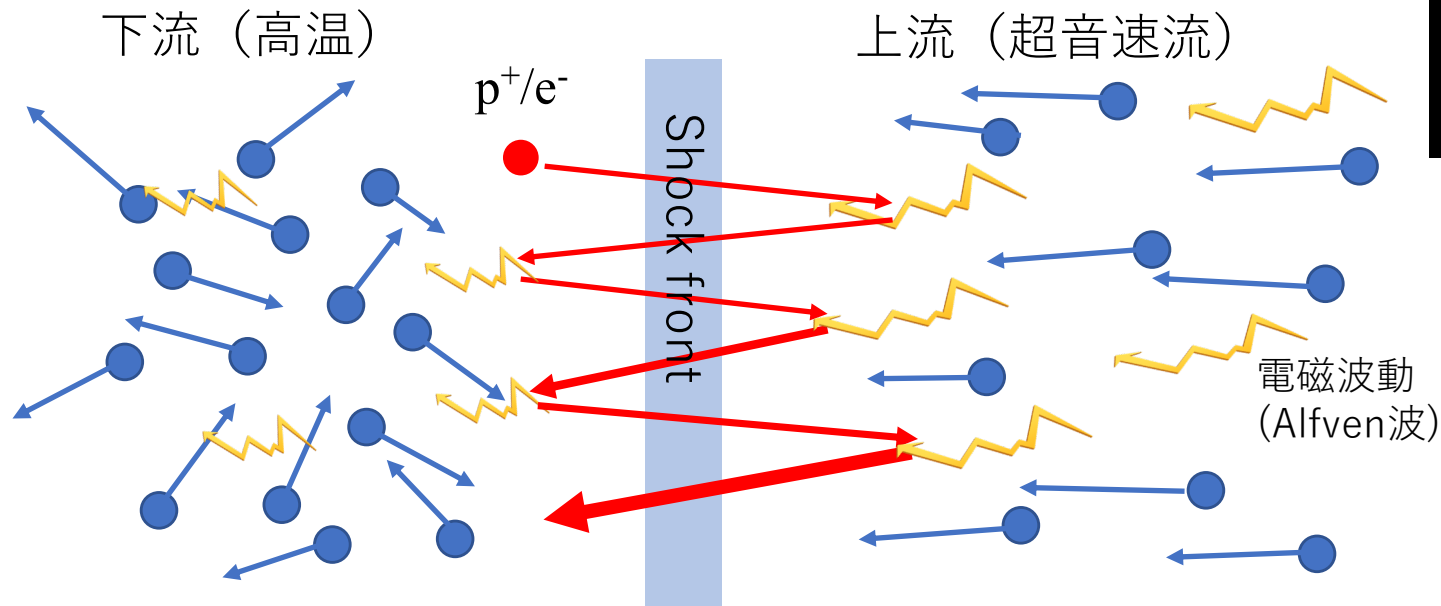
* 超新星爆発は宇宙線エネルギー密度(1 eV/cc)を説明するのにちょうど良い頻度で発生.

粒子の加速機構

Bell 78, Blandford & Ostriker 78

衝撃波における粒子加速（フェルミ機構）

フェルミ機構：上流の電磁波動に何度も散乱された（幸運な）粒子はどんどん加速されていく



上流の電磁波動(Alfven波)が加速の鍵になる

✓ 最大エネルギー: $E_{max} = 1 \times 10^{13} \text{ eV} \left(\frac{B_{ISM}}{3 \mu G} \right) \left(\frac{v_{sh}}{5000 \text{ km/s}} \right)^2 \left(\frac{t}{300 \text{ yr}} \right)$

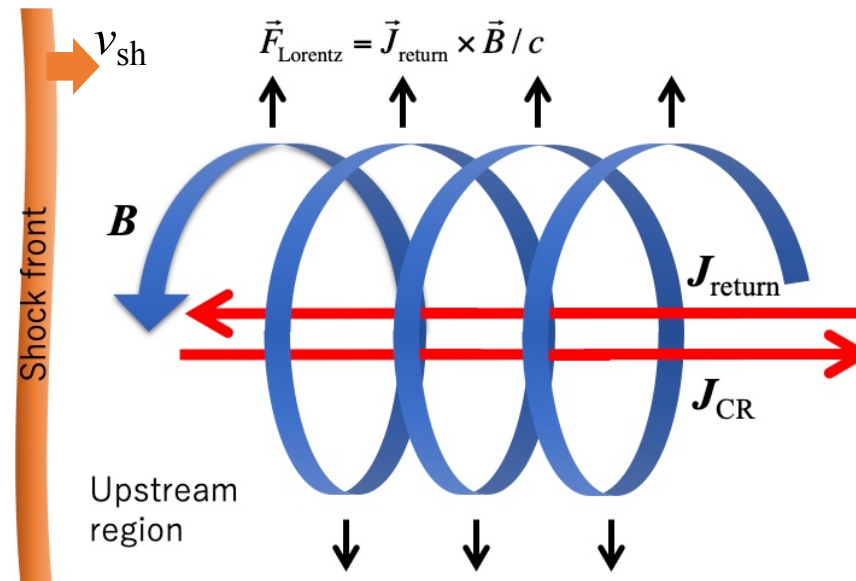
→ PeVatronになるには上流の磁場増幅が必要

上流磁場の増幅機構：Bell不安定

Bell 04

衝撃波上流に流れ出す宇宙線流が磁気波動を励起

- ✓ 宇宙線の一部が上流に逃げ出し上流に宇宙線電流が流れる
→ 荷電中性を保つように流体中を回帰電流が流れる ($\mathbf{J}_{\text{return}} = -\mathbf{J}_{\text{CR}}$)
- ✓ 回帰電流によるローレンツ力で左偏向のAlfven波が引き伸ばされて増幅する

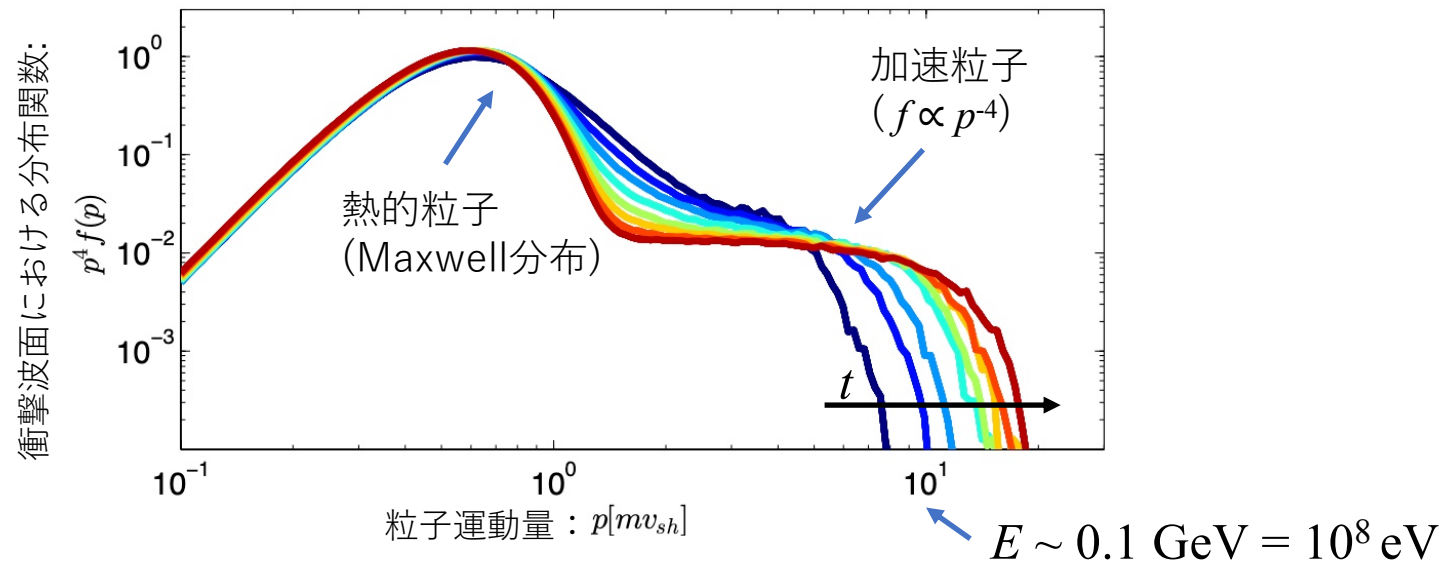


- ✓ 励起されるAlfven波の波長は衝撃波の伝播スケールよりも5-6桁も小さい
→ 従来研究で磁場増幅度を決められなかった決定的要因
- ✓ 磁場で宇宙線の軌道が曲げられて電流をまっすぐ流せなくなると磁場増幅が飽和 ($\frac{E_{\text{CR,max}}}{eB_{\text{sat}}} > \lambda_{\text{Bell}}$).
 B_{sat} の見積もりは単純ではないが、典型的には初期磁場の 100-1000倍程度

従来研究の最高峰シミュレーション

Caprioli & Spitkovsky 14

- ✓ 宇宙線加速シミュレーションは流体も宇宙線も全て粒子で記述する Particle in Cell法が主流
- ✓ 全てを粒子で記述するとほとんどの計算は加速と無関係な熱的粒子に費やされ、熱エネルギーの10倍ちょっとの加速しか追えない (かつマッハ数などのパラメータも非現実的に小さい).



我々の方法：基礎方程式

Bell+ 13
Inoue 19

ポイント：連続体近似で自由度を下げて現実的空間、エネルギースケールで計算

宇宙線エネルギー分布関数の1次の非等方成分まで計算することで双極型の基礎方程式を扱う

→ massive parallel な計算機に問題が乗せられる

Bell MHD + モーメント展開したBoltzmann eq. (移流拡散方程式とほぼ等価)

$$\text{E.o.C.: } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) = 0,$$

$$\text{E.o.M.: } \frac{\partial}{\partial t}(\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho v_x^2 + p + \frac{B_y^2 + B_z^2}{8\pi}\right) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_y) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho v_x v_y - \frac{B_x B_y}{4\pi}\right) = -\frac{1}{c} j_x^{(\text{ret})} B_z \quad \frac{\partial}{\partial t}(\rho v_z) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho v_x v_z - \frac{B_x B_z}{4\pi}\right) = \frac{1}{c} j_x^{(\text{ret})} B_y$$

$$\text{E.E.: } \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left\{v_x\left(\epsilon + p + \frac{B_y^2 + B_z^2}{8\pi}\right) - B_x \frac{(B_y v_y + B_z v_z)}{4\pi}\right\} = \frac{1}{c} j_x^{(\text{ret})} (v_z B_y - v_y B_z) \quad \epsilon = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho v^2 + \frac{B_y^2 + B_z^2}{8\pi}$$

$$\text{I.E.: } \frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}(B_x v_y - B_y v_x) \quad \frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}(B_x v_z - B_z v_x)$$

anisotropic component $\propto$
spectral current density j_p

$$j^{(\text{ret})}(r) = -e \int \frac{c}{3} f_1(r) 4\pi p^2 dp$$

CR momentum distribution function: $f(x, \mathbf{p}) = f_0(x, p) + (p_x/p) f_1(x, p)$

$$\text{Boltzmann eq. for } f_0: \frac{\partial F_0(x, p)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(v_x F_0(x, p)) - \frac{1}{3} \frac{\partial v_x}{\partial x} \frac{\partial F_0(x, p)}{\partial \ln p} = -\frac{c}{3} \frac{\partial F_1(x, p)}{\partial x} + Q(x, p)$$

$$\text{for } f_1: \frac{\partial F_1(x, p)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(v_x F_1(x, p)) = -c \frac{\partial F_0(x, p)}{\partial x} - \frac{c^2}{3 \kappa(p, \mathbf{B})} F_1(x, p)$$

where $F = f p^3$ Taking $c \rightarrow \infty$ recovers diffusion convection equation (Skilling 75).

$$\kappa(p, \vec{B}) = \frac{4}{3\pi} \frac{\max(B_0^2, \delta B^2)}{\delta B^2} \frac{v_{CR} p_{CR} c}{e \max(B_0, \delta B)}$$

Injection at shock front +
cooling by p-p collision.

我々の方法：基礎方程式

Bell+ 13
Inoue 19

ポイント：連続体近似で自由度を下げて現実的空間、エネルギースケールで計算

宇宙線エネルギー分布関数の1次の非等方成分まで計算することで双極型の基礎方程式を扱う

→ massive parallel な計算機に問題が乗せられる

Bell MHD + モーメント展開したBoltzmann eq. (移流拡散方程式とほぼ等価)

$$\text{E.o.C.: } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) = 0,$$

$$\text{E.o.M.: } \frac{\partial}{\partial t}(\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho v_x^2 + p + \frac{\partial}{\partial t}(\rho v_y) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho v_x v_y - \frac{B_x}{4} \right) \right)$$

$$\text{E.E.: } \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ v_x \left(\epsilon + p + \frac{B_y^2}{2} \right) \right\}$$

$$\text{I.E.: } \frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (B_x v_y - B_y v_x)$$

$$\text{when } c \rightarrow \infty, F_1 \approx -\frac{3\kappa}{c} \frac{\partial F_0}{\partial x}.$$

$$-\frac{c}{3} \frac{\partial F_1}{\partial x} \approx \kappa \frac{\partial^2 F_1}{\partial x^2} \quad \text{diffusion term is recovered}$$

CR momentum distribution

$$\text{Boltzmann eq. for } f_0: \frac{\partial F_0(x, p)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (v_x F_0(x, p)) - \frac{1}{3} \frac{\partial v_x}{\partial x} \frac{\partial F_0(x, p)}{\partial \ln p} = -\frac{c}{3} \frac{\partial F_1(x, p)}{\partial x} + Q(x, p)$$

$$\text{for } f_1: \frac{\partial F_1(x, p)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (v_x F_1(x, p)) = -c \frac{\partial F_0(x, p)}{\partial x} - \frac{c^2}{3\kappa(p, \mathbf{B})} F_1(x, p)$$

where $F = f p^3$ Taking $c \rightarrow \infty$ recovers diffusion convection equation (Skilling 75).

PeV加速の再現：爆発環境

Schure & Bell 13; Marcowith+14, 18; Cardillo+15

爆破直後(~10日)の環境が加速に最も都合が良いと最近言われている

✓ 爆発直前の重い星(10-40太陽質量)：赤色超巨星

✓ 赤色超巨星の周辺ガスモデル (Marcowith+18):

恒星風の運動エネルギー:

$$\varepsilon_K = \frac{1}{2} \rho_w v_w^2 = 5 \times 10^{-3} \text{ erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1} \left(\frac{r}{10^{14} \text{ cm}} \right)^{-2} \left(\frac{\dot{M}}{10^{-5} M_\odot/\text{yr}} \right) \left(\frac{v_w}{10 \text{ km/s}} \right)$$

運動エネルギーから磁場への変換効率 ϖ

$$B_{\text{CSM}} = (8\pi \varpi \varepsilon_K)^{1/2} = 0.25 \varpi^{1/2} \text{ Gauss} \left(\frac{r}{10^{14} \text{ cm}} \right)^{-1} \left(\frac{\dot{M}}{10^{-5} M_\odot/\text{yr}} \right)^{1/2} \left(\frac{v_w}{10 \text{ km/s}} \right)^{1/2}$$

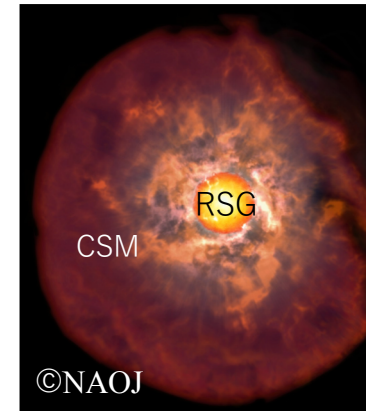
* 恒星風シミュレーションによれば ϖ は1に近い (Cho+09).

* Zeeman 効果による観測も $\varpi \sim 1$ に近い (Aurière+10, Tessore+17).

✓ 宇宙線流不安定による磁場増幅を無視したときの最高エネルギーの見積もり

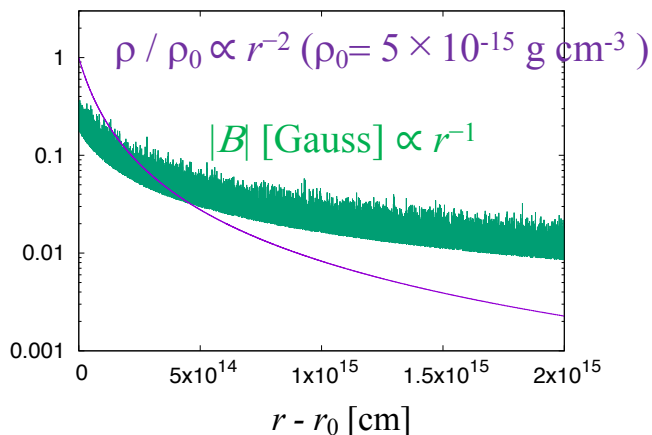
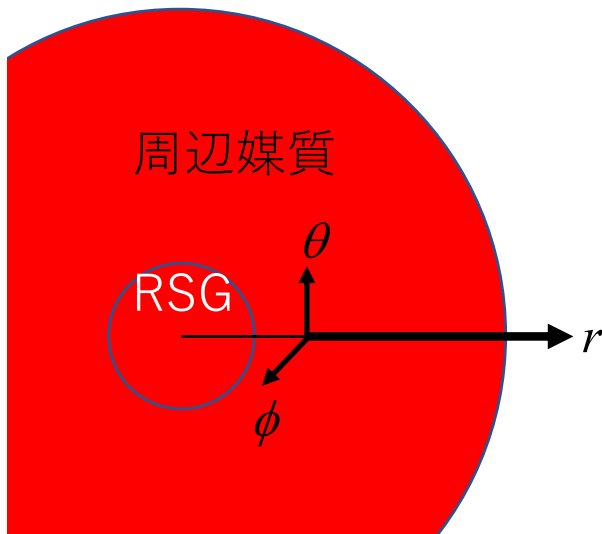
$$E_{\text{max}} \sim 10^{14} \text{ eV} \left(\frac{B}{0.1 \text{ G}} \right) \left(\frac{v_{sh}}{10^4 \text{ km/s}} \right)^2 \left(\frac{t}{10 \text{ day}} \right)$$

→ Bell不安定が磁場を10倍程度増幅できれば 1 PeV まで加速できる.



PeV加速の再現：具体的設定

爆発で発生した衝撃波が赤色超巨星の周辺媒質を伝播



✓ $v_{\text{shock}} \sim v_{\text{ejecta}} = 10^4 \text{ km/s } (M_s \sim M_A \sim 100)$

✓ 計算領域内縁半径 $r_0 = 10^{14} \text{ cm}$.

* CSM in $r < r_0$ is too dense to accelerate particles due to inelastic pp-collision.

✓ 乱流的初期磁場構造

$$B_r(r, t=0) = B_{\text{CSM}}(r)/\sqrt{2}, \quad |B_{\theta, \phi}(r, t=0)| = B_{\text{CSM}}(r)/\sqrt{2}$$

✓ 宇宙線注入率: $\eta = 6 \times 10^{-4} \rightarrow P_{\text{CR}} / \rho v_{\text{sh}}^2 \sim 0.1$

consistent with observational constraint from SN1997J:

$$\eta < 10^{-3} \text{ (Tatischeff 09).}$$

✓ 空間分解能: $\Delta r = \frac{2 \times 10^{15} \text{ cm}}{2 \times 10^6 \text{ cells}} \sim 10^9 \text{ cm}$.

宇宙線流不安定($\lambda_{\text{bell}} \sim 10^{10} \text{ cm}$) を分解

✓ 1つの計算に約100万CPU時間かかる

Break Trough: 具体的な計算コスト

通常の移流拡散方程式を解くと...

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \rightarrow \Delta t < \frac{\Delta x^2}{2\kappa} \quad \text{安定性のために満たすべき時間ステップ}$$

- Bell 不安定の空間スケール $L_{\text{Bell}} \sim 10^{10} \text{ cm}$ ($\sim c \rho v_A / j_{\text{CR}} B$)

$$\rightarrow \Delta x < L_{\text{Bell}}/10 \sim 10^9 \text{ cm, while } L_{\text{CSM}} \sim 10^{15} \text{ cm} \rightarrow N_{\text{cell}} > 10^6$$

- $\Delta t < \frac{\Delta x^2}{2\kappa} \sim 10^{-10} \text{ day}$ (for PeV CRs)

→ 爆発後10日の計算に 10^{11} 回の積分が必要 (絶対に不可能な計算量).

* 陰解法は精度が低い上に大規模並列ができないのでスパコンを活用できない

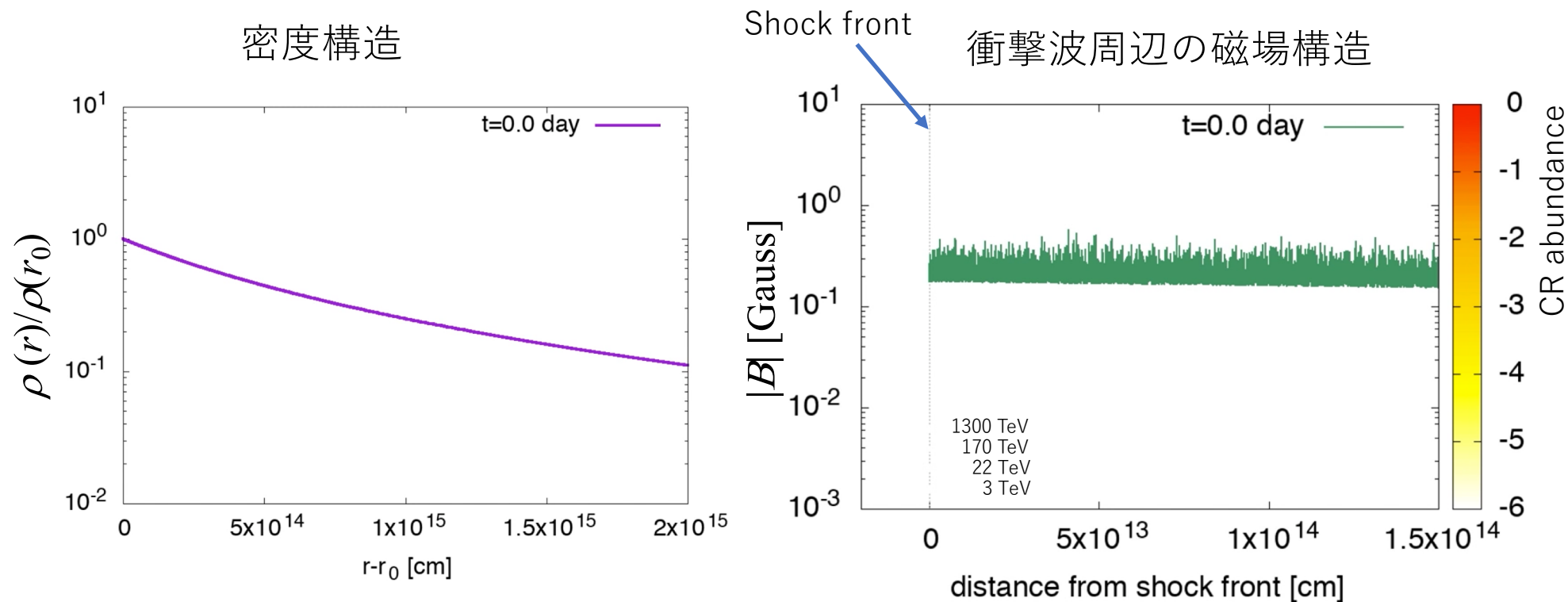
我々の方法(Inoue 2019) を使うと...

- 双曲型の微分方程式
- 双曲型方程式の安定性条件(CFL条件):

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{c/\sqrt{3}} \sim 10^{-6} \text{ day} \quad (\text{for } \Delta x = L_{\text{Bell}}/10)$$

→ 10日の計算に 10^7 回の積分が必要 (大規模スパコンならギリギリ可能な計算量).

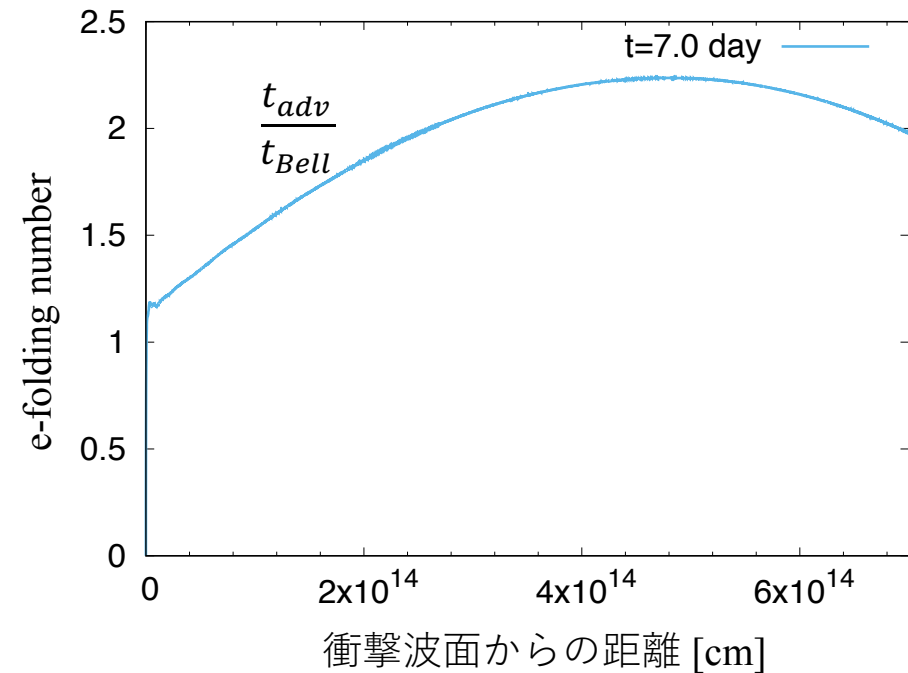
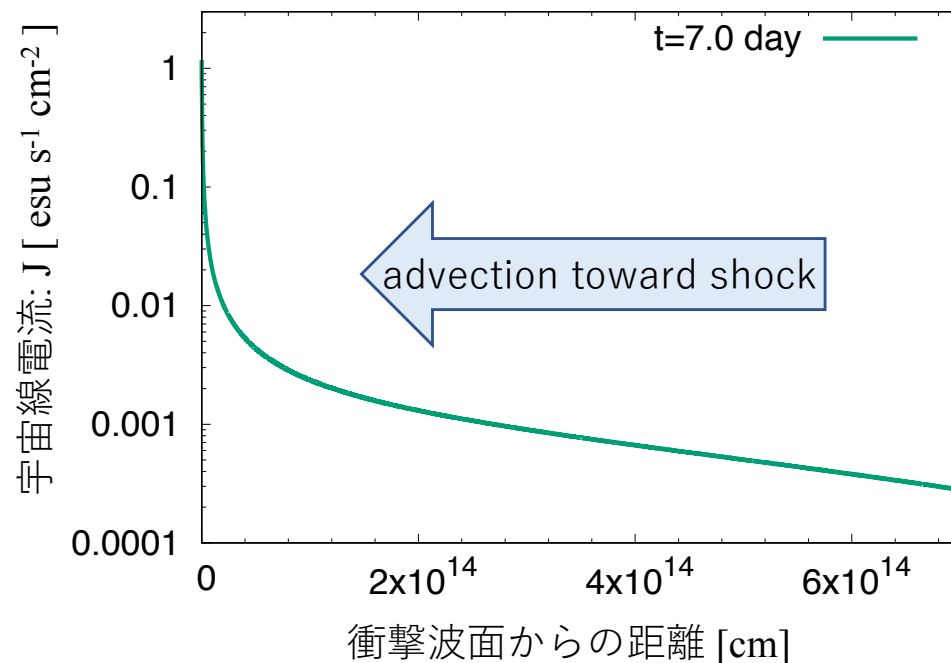
Results: 衝撃波伝搬の様子



- ✓ 衝撃波上流の磁場が宇宙線流不安定によって10倍程度増幅

なぜ飽和増幅に至らないのか？

宇宙線電流は無限遠まで流れているわけではない



e-folding number = (advection time)/(growth time)

$$= (r/v_{sh})/t_{Bell} = \frac{r J(r)}{c v_{sh} \sqrt{4\pi\rho_{CSM}(r)}} \sim 2 \text{ for the present model}$$

$$\text{実現できる増幅度: } \frac{B}{B_0} = e^2 \sim 10$$